

# Arena, Reglas de Cálculo... ¡y Pirámides!

Regla de Cálculo 1898 de Richardson

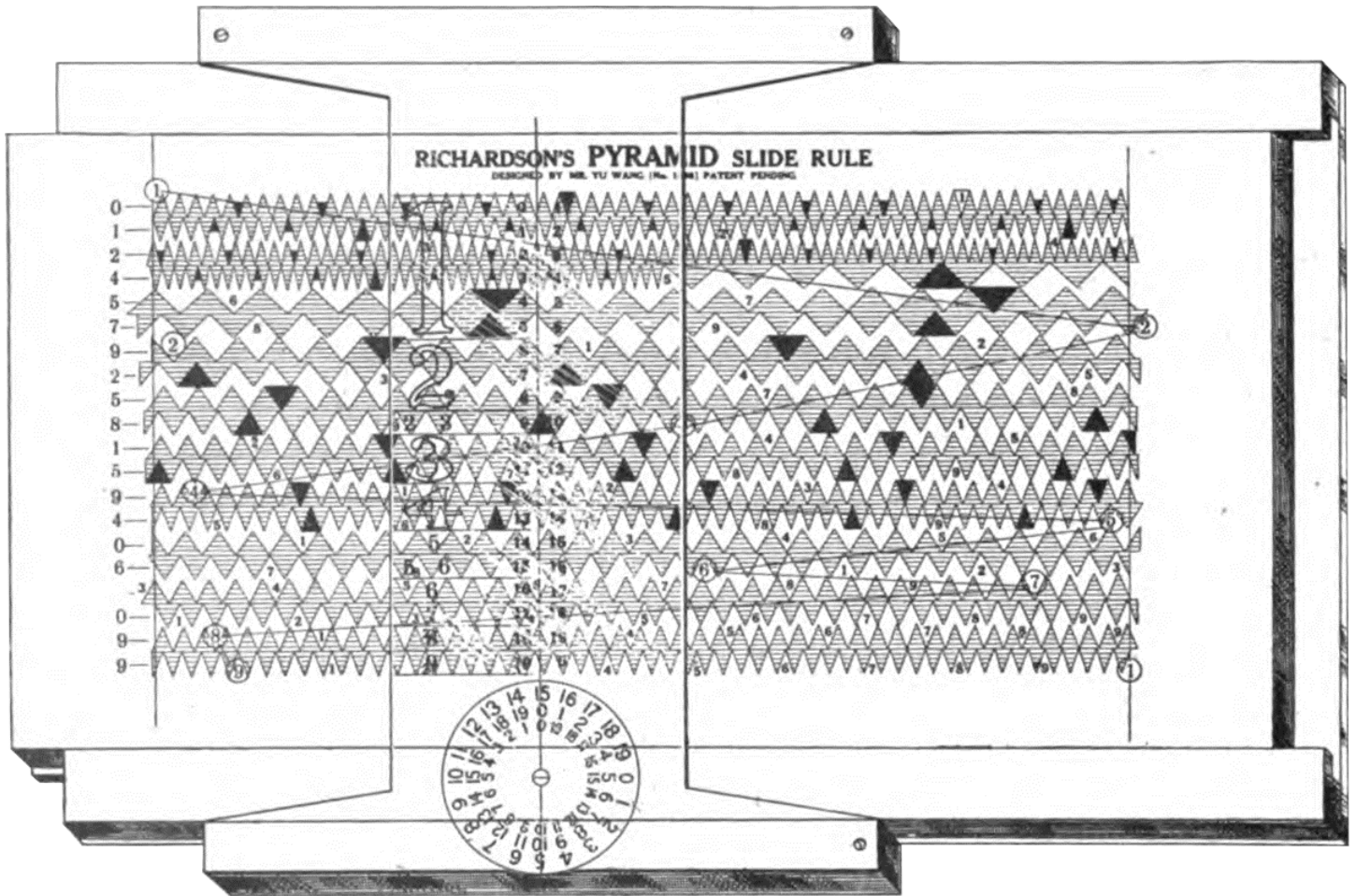


## Contenido

Contenido.....	1
Introducción.....	2
La escala lineal de veinte segmentos.....	2
El concepto tras la escala .....	3
La escala larga.....	5
La estructura de la regla de cálculo .....	8
La multiplicación.....	9
El diseño alternativo.....	12
Exactitud de operación.....	14
Bibliografía.....	15

## Introducción

En la Reunión Internacional IM2018 presenté un estudio sobre reglas de cálculo con escalas largas [3]. En él mencioné la regla de cálculo modelo 1898, Pirámide, de Richardson. Es un instrumento muy especial, con un diseño muy característico, que a primera vista puede parecer una maraña de líneas y triángulos. Mientras trabajaba en aquella presentación pensé que valdría la pena realizar un estudio más detallado.



modelo 1898 de Richardson, tal como se ve en el catálogo de 1917 [1]

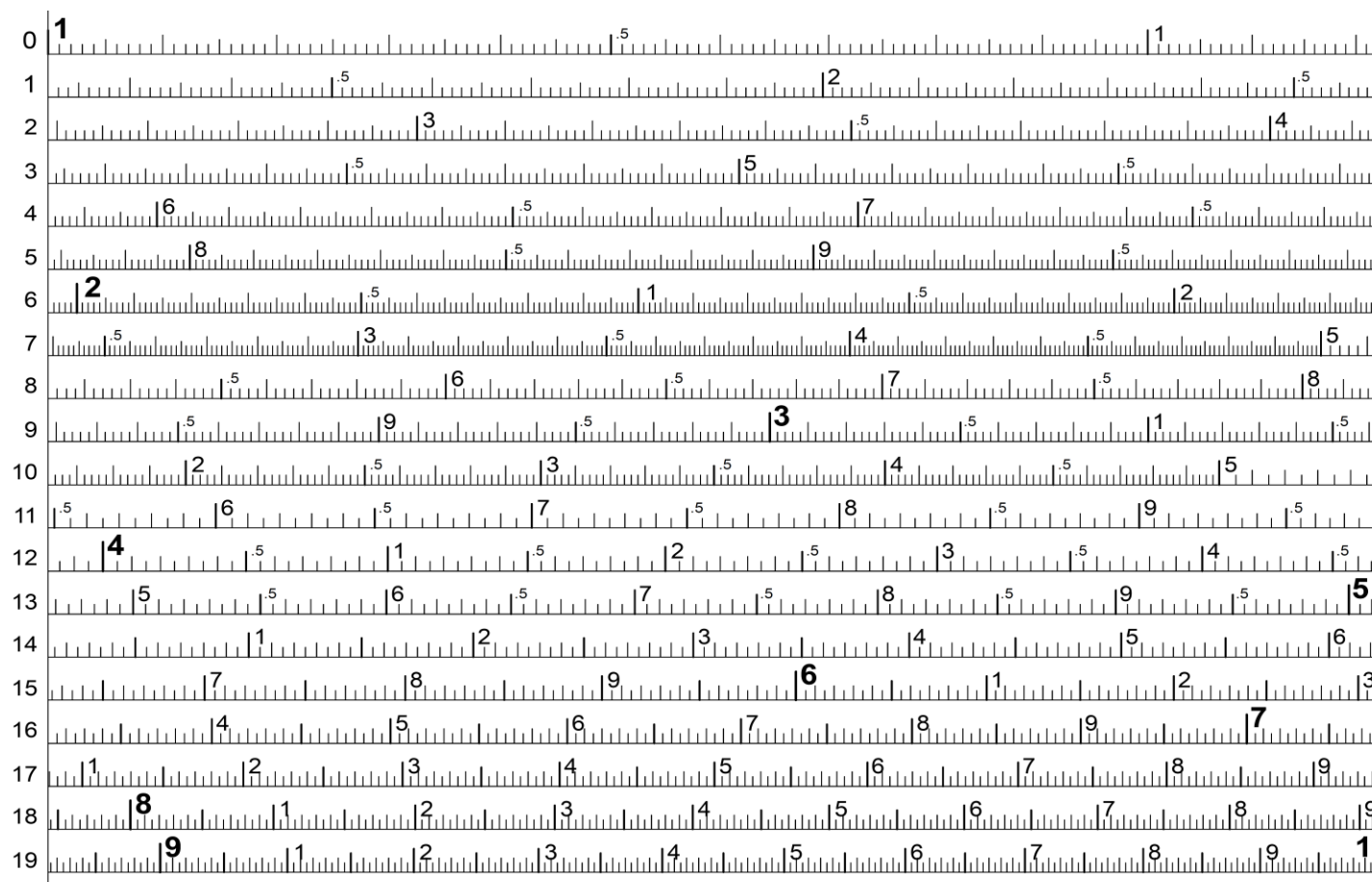
De hecho, Bruce E. Babcock ya presentó un escrito con un estudio resumido en el volumen 4, número 1, de la revista *Journal of the Oughtred Society*, de 1995 [2]. Y para ello utilizó los datos del catálogo de 1917 del fabricante [1]. También mencionó que este modelo ya no había sido incluido en la edición de 1918, y que tampoco había aparecido en el catálogo de 1914, la edición anterior. Así pues, parece que este producto tuvo una vida muy corta.

De todos modos, en el catálogo se puede leer que fue diseñado por el señor Yu Wang, de China, y que:

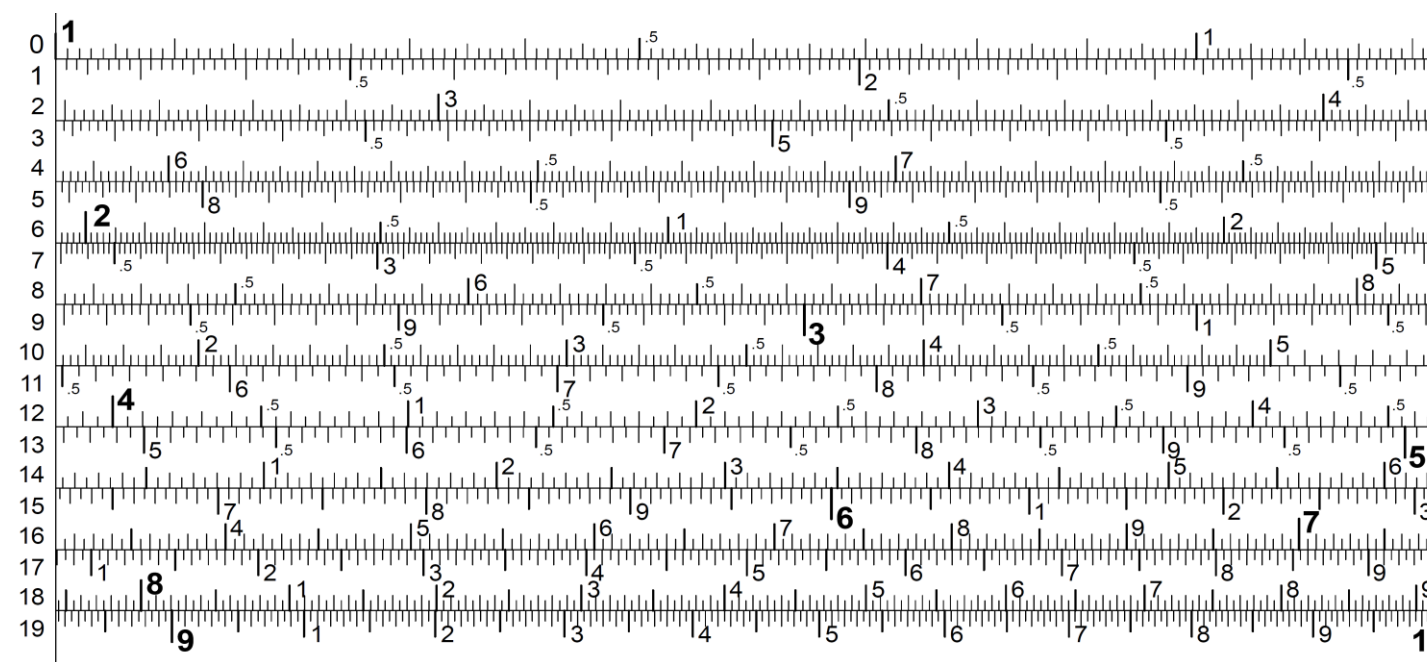
*"Aunque la superficie de trabajo de la regla tiene solo 5 pulgadas de largo, ésta es equivalente a una regla de más de 200 pulgadas de largo, o unos 17 pies." ... "que contiene dos escalas logarítmicas iguales, una en la cara de la regla y la otra en la parte posterior." ... "escalas de veinte segmentos" ... "doble cursor ... con un dial".*

## La escala lineal de veinte segmentos

Para empezar a deshacer el galimatías, generemos una escala logarítmica de una década y dividida en veinte segmentos. Esta es la configuración base detrás del diseño del señor Wang.



El resultado parece demasiado alto para el diseño, y es porque el autor aplicó un truco de compactación, haciendo que cada dos segmentos compartan la misma línea de base:

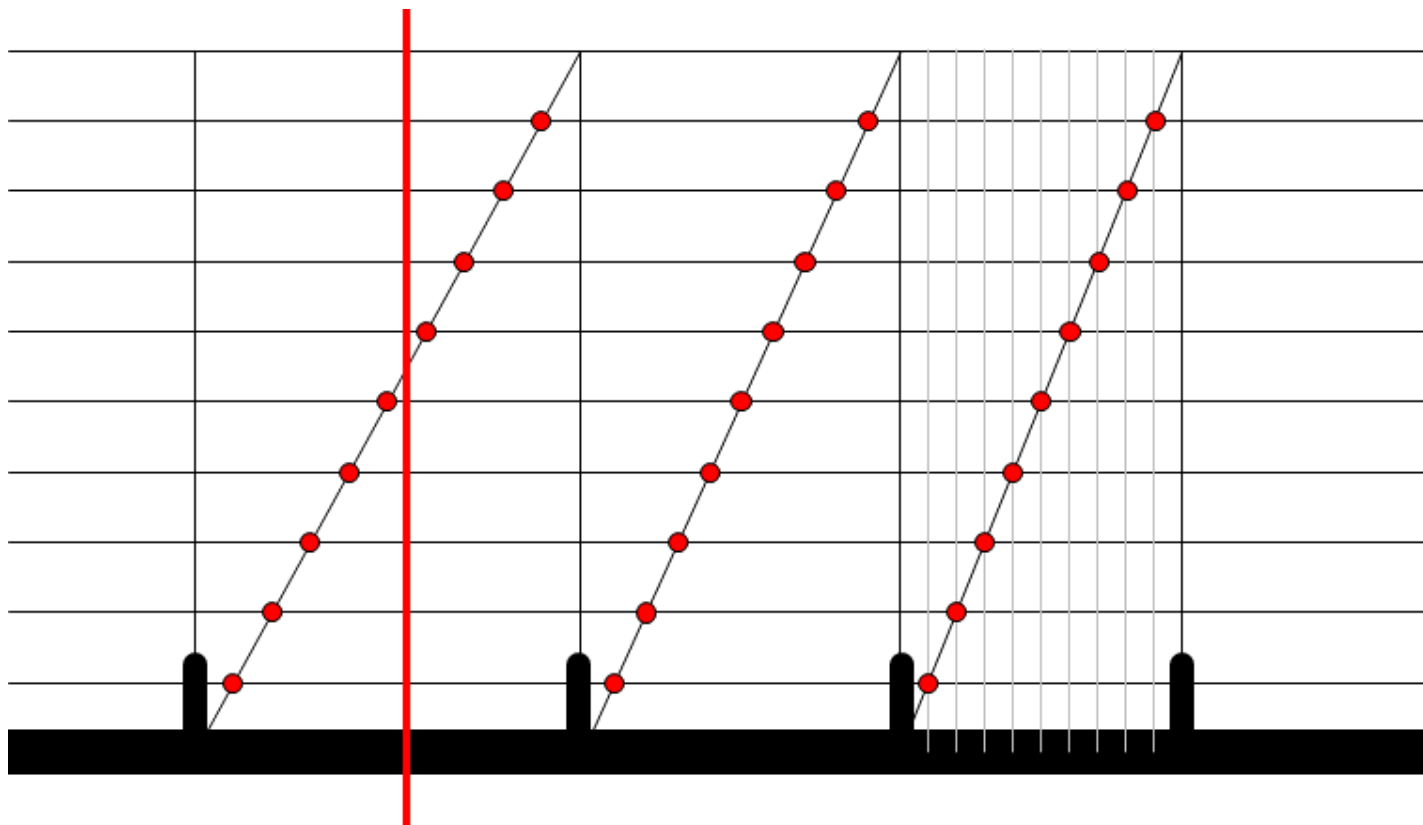


Así debería verse este instrumento, si no se aplicara la última optimización: estiramiento en dientes de sierra.

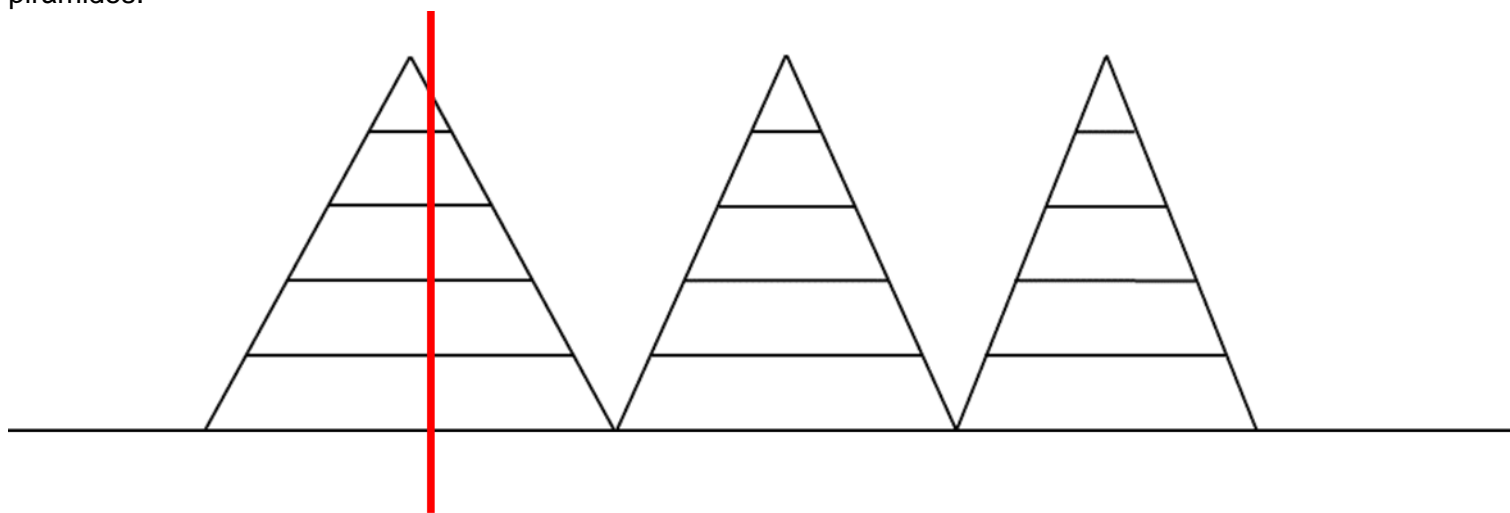
## El concepto tras la escala

Diría que el diseño del Señor Yu Wang evoluciona a partir de un diseño en diente de sierra, que ya era conocido en China [5]. El diseño en diente de sierra tiene el propósito de proporcionar más dígitos legibles en un espacio

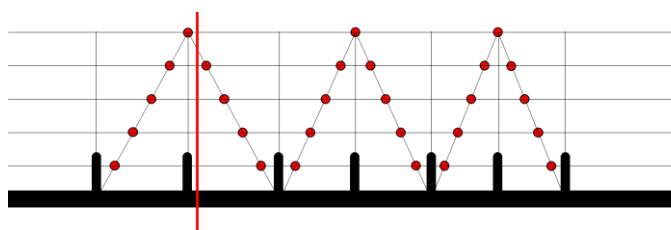
donde no se distinguirían las marcas en la base lineal. Y esto se hace estirando la escala perpendicularmente, partiendo de que diez líneas paralelas y equidistantes cruzadas por una línea oblicua proporcionan diez divisiones en una distancia conocida, aquí entre dos marcas de la escala lineal [3]:



La separación de las marcas secundarias en la línea oblicua es mayor que en la escala, lo que permite distinguir las marcas contiguas incluso cuando están demasiado juntas en la escala. Entendiendo esto, entonces, la línea oblicua puede doblarse hacia abajo por el medio, y se pueden "limpiar" las líneas externas para obtener las pirámides:



Es también fácil ver que si las marcas principales están tan juntas que incluso un triángulo completo no cabe, se puede usar solo medio, de modo que cada vértice marque un número y las rayas horizontales solo 5 subdivisiones, o los números pares del siguiente dígito.

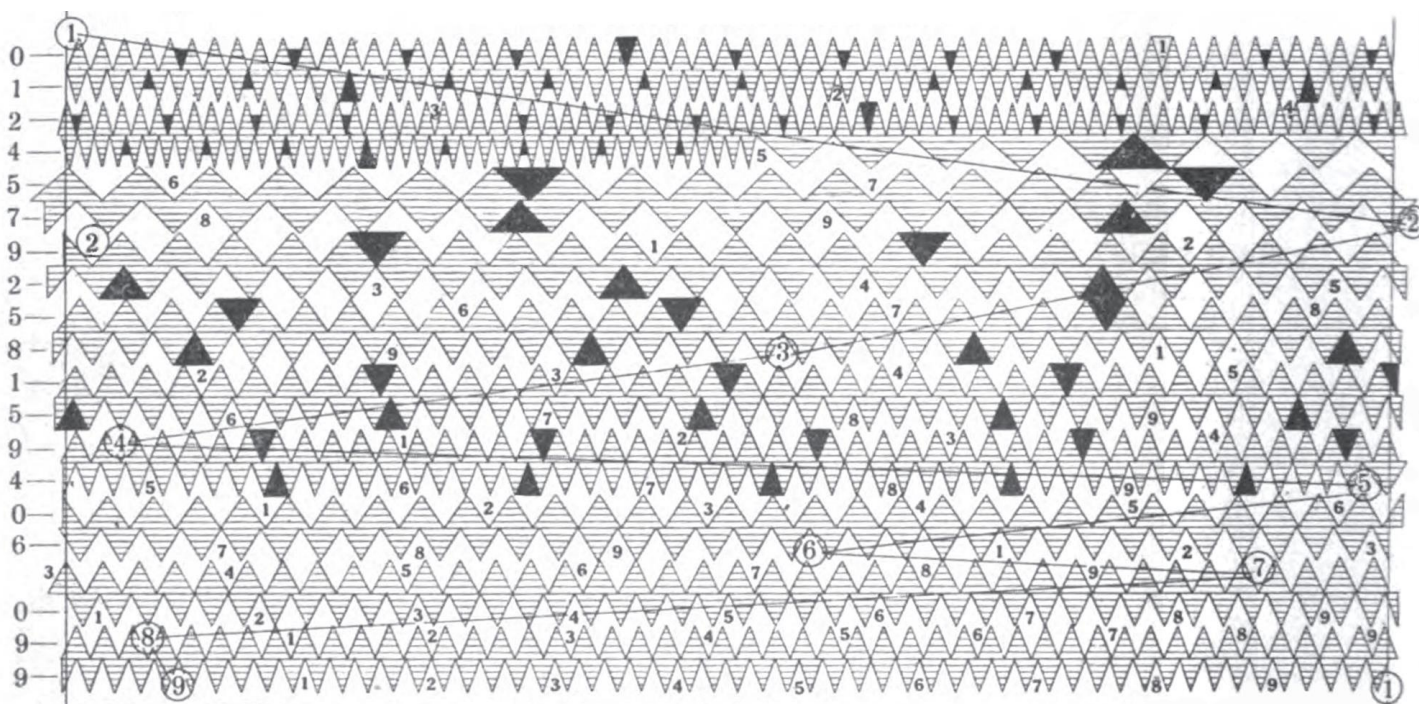


En todo caso, la idea de usar líneas paralelas para obtener una "ampliación" lineal de las divisiones en una escala no es nueva, y ya se podía encontrar una solución similar en los antiguos diseños ingleses de reglas con escalas de medida (lineales) [4].

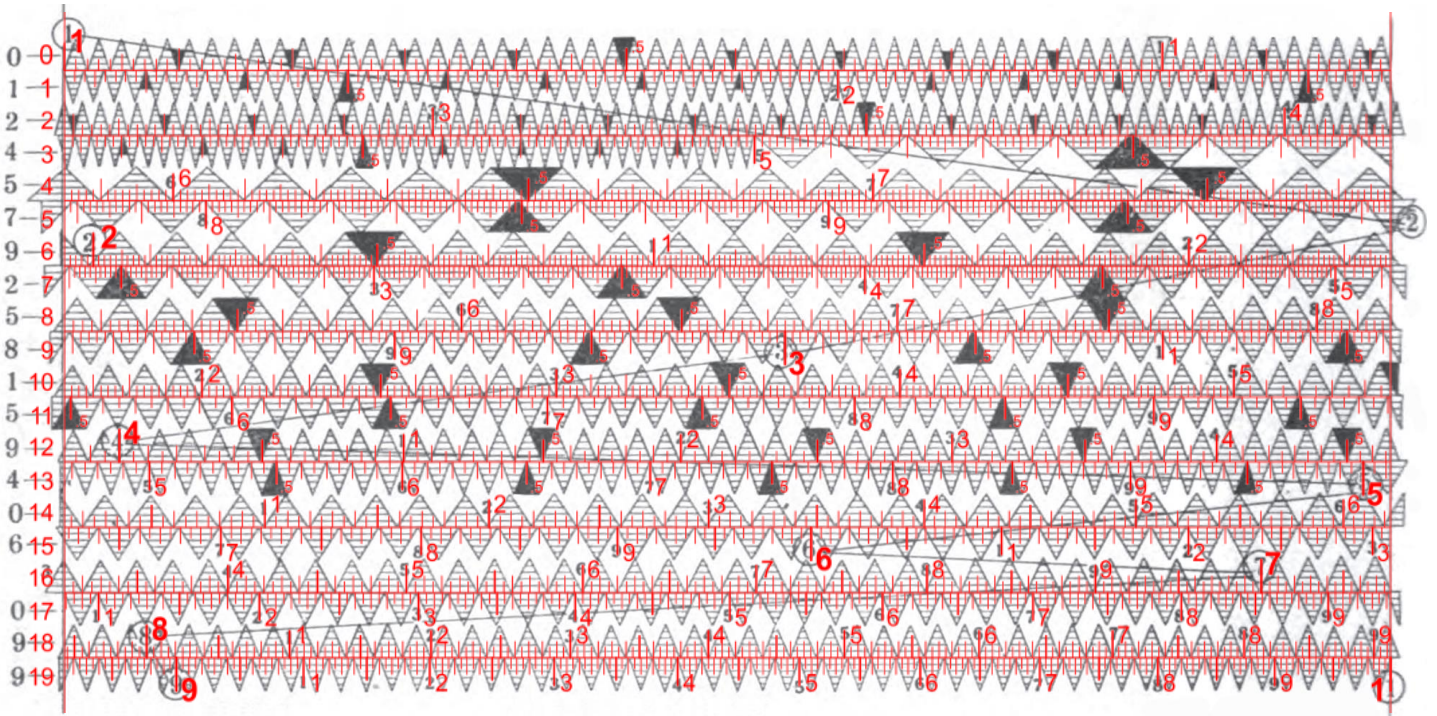
Por otro lado, vemos que tenemos una interpolación lineal de una escala logarítmica. Por lo tanto, debemos evaluar si el error es relevante para la precisión de lectura lograda. Aunque veremos esto después, el triángulo más grande dibujado está entre 1.50 y 1.51, proporcionando las 10 divisiones para el siguiente dígito. Usando una hoja de cálculo, la distancia entre las divisiones logarítmicas (es decir, 1.501 y 1.502 ...) es de 0,74 milímetros como máximo. Y el error entre la curva logarítmica y la aproximación lineal del triángulo es de 0.006 milímetros como máximo, mucho más pequeño de lo que puede verse a simple vista. Por lo tanto, en la regla de cálculo de Richardson no hay error significativo por tener los triángulos lineales (pirámides).

## La escala larga

Volviendo nuevamente al catálogo de Richardson [1], éste muestra una imagen de la escala que, después de un poco de limpieza, nos permite ver todos sus detalles:

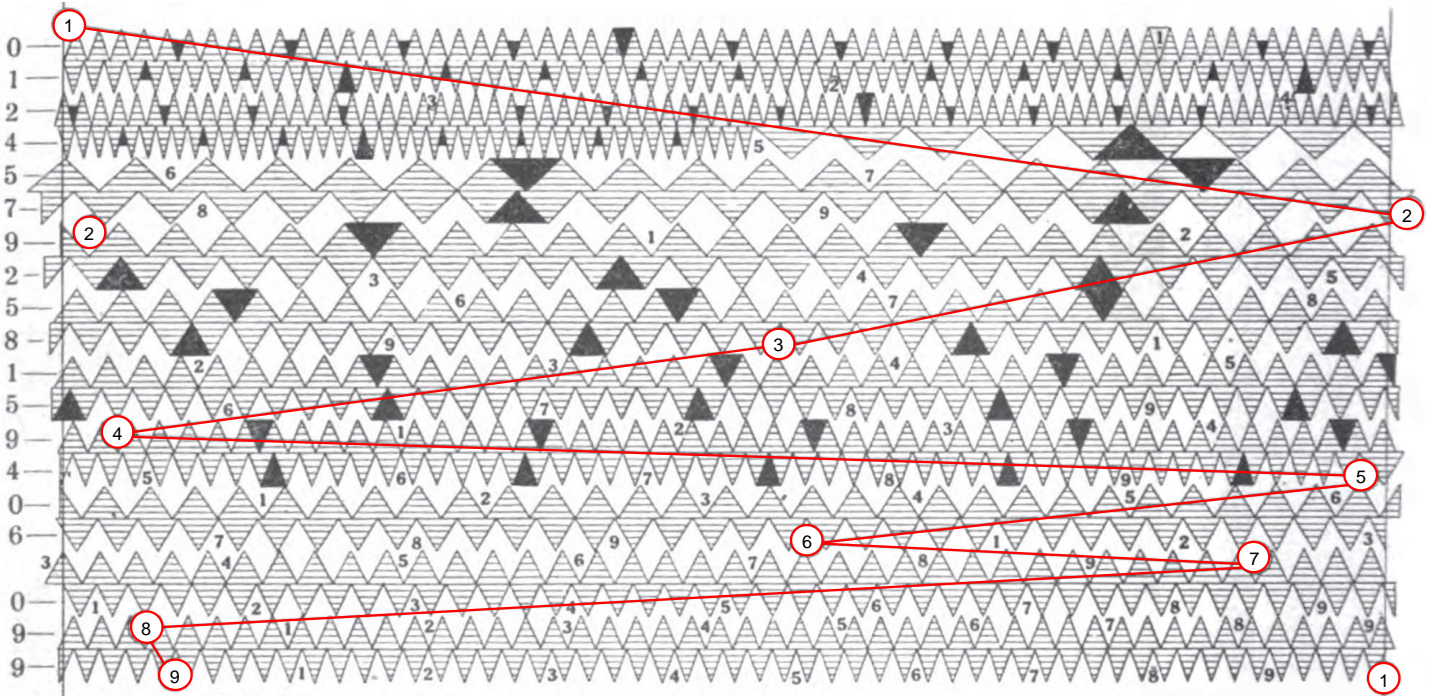


Después de haber entendido el uso de los triángulos, podemos identificar los veinte segmentos en esta escala lineal, estirada en triángulos. En cualquier caso, superponiendo la escala compacta convencional que obtuvimos antes, podemos verlos fácilmente:

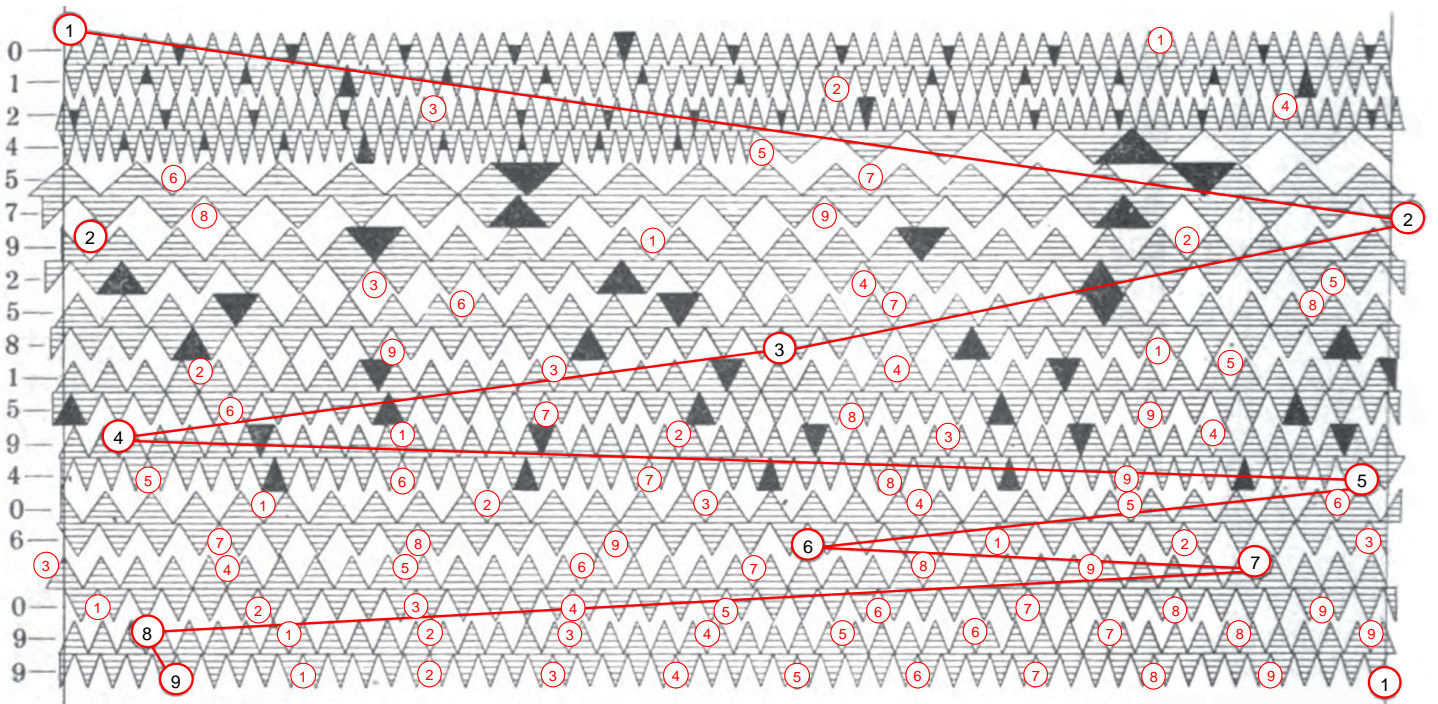


Los segmentos tienen cinco pulgadas de largo, y eso hace una longitud lineal de cien pulgadas. Estas se convertirían en las doscientas pulgadas anunciadas al considerar las pendientes hacia arriba y hacia abajo de los triángulos.

Entonces, siguiendo con las explicaciones del fabricante, hay una línea para identificar fácilmente los diez números correspondientes al dígito principal:

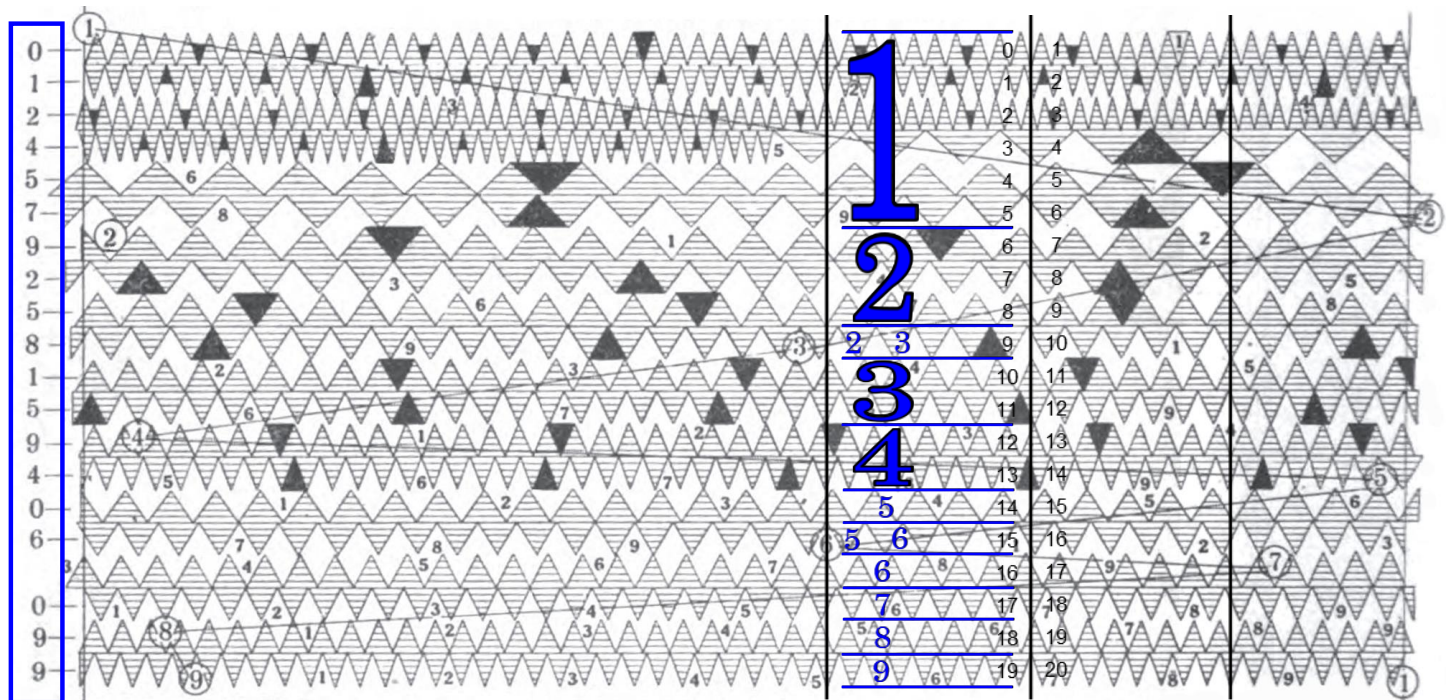


Y el siguiente dígito también se identifica con números más pequeños:

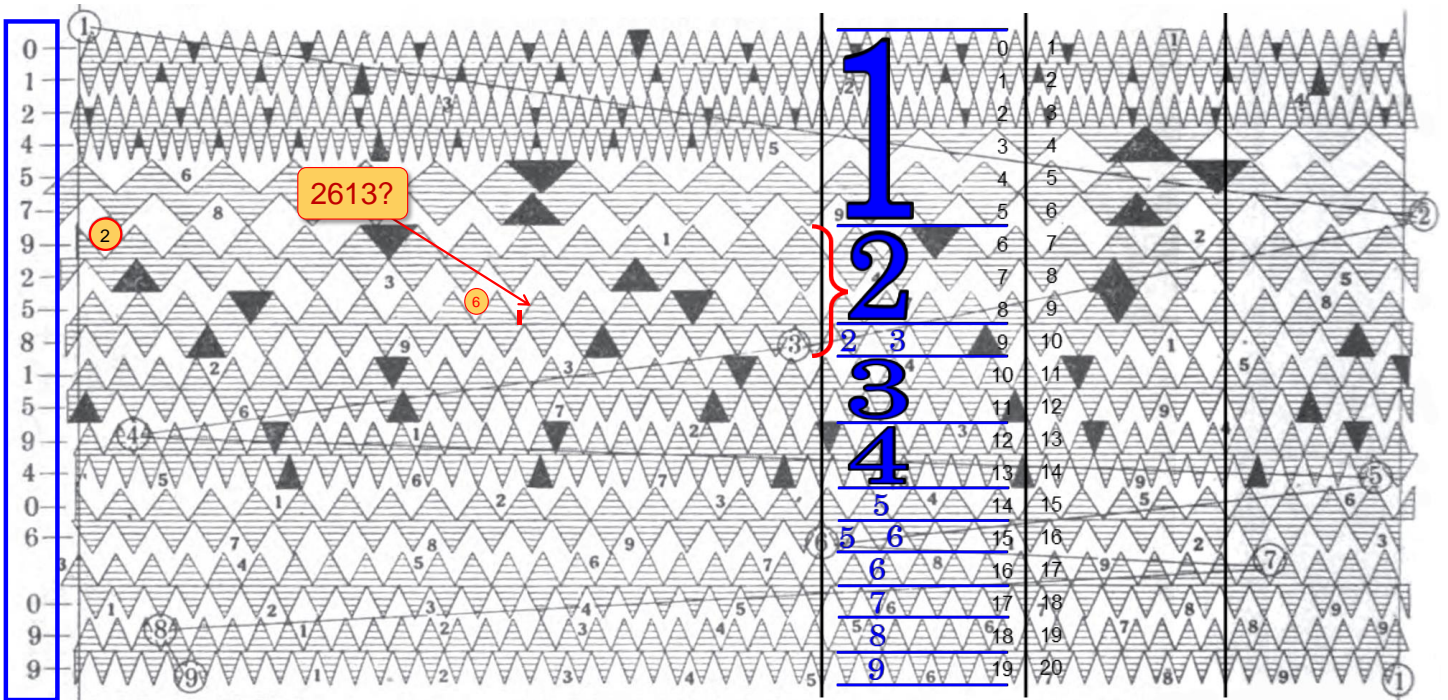


Finalmente, los triángulos negros muestran el tercer dígito en los primeros tres segmentos y medio, y solo el quinto número de éste en el resto.

Sin embargo, para situar o leer un número, el diseñador sabía que esto no sería suficiente y agregó otros dos medios de ayuda. El primero está en el cursor, que tiene una columna de números grandes, del 1 al 9, cada uno abarcando las escalas correspondientes a cada uno de los números del primer dígito. La segunda ayuda es una columna de números en el lado izquierdo de la escala, que da el número con que comienza el segundo dígito en cada segmento de la escala.

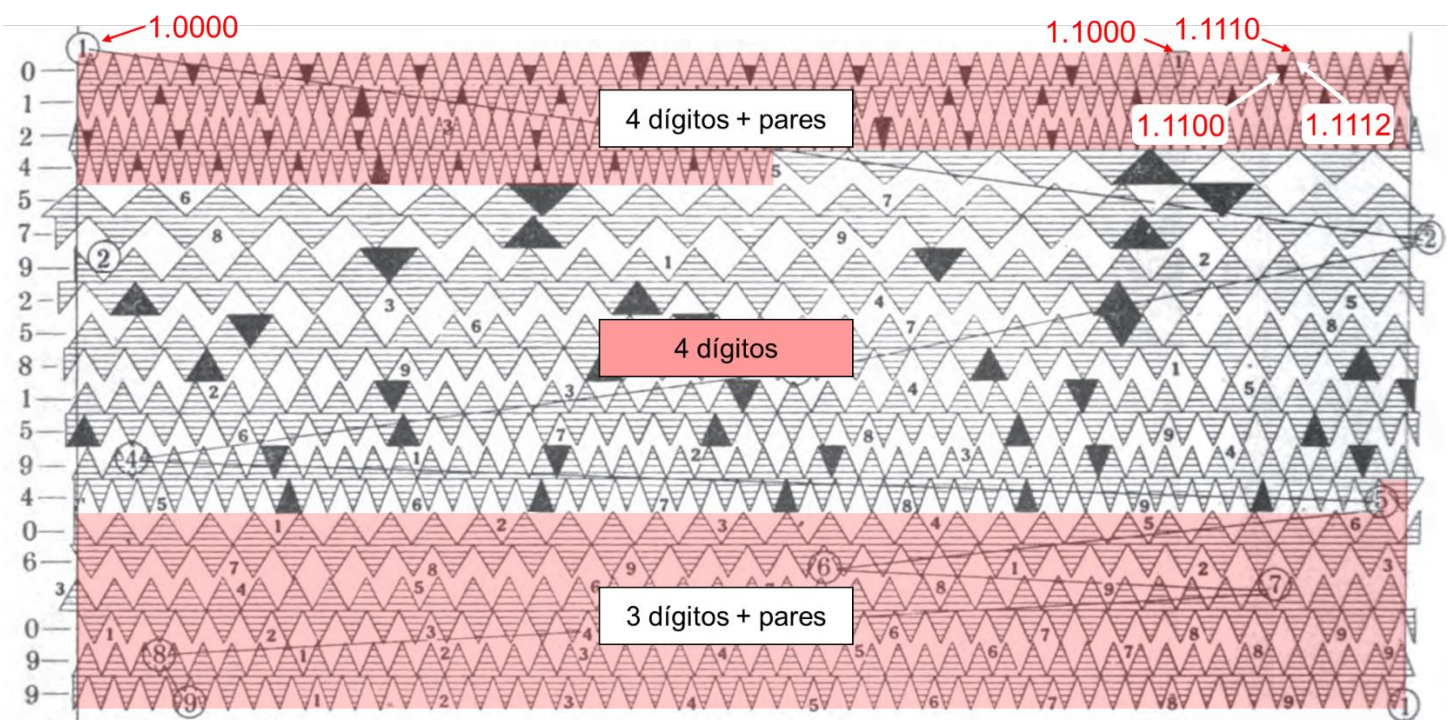


Por ejemplo, hay un 2 grande y un 2 pequeño, lo que significa que los números con el 2 como primer dígito cubren tres segmentos (el 2 grande) y parte del siguiente (el 2 pequeño), compartido con el 3. Como ejemplo para situar un número, el autor explica cómo se sitúa el 2613. Primero, miramos el cursor y nos situamos en las cuatro filas seleccionadas por los números 2. Para el siguiente dígito, miramos la columna izquierda y seleccionamos la fila que comienza con 5, encontrando el número 6 en aproximadamente el primer tercio de la misma. Luego, avanzamos una pirámide, para llegar al 1, el tercer dígito. Como las pirámides en este punto proporcionan cada uno de los diez números del cuarto dígito, finalmente buscamos el tercer cruce.



De hecho, el autor del manual va un poco más allá y se ve capaz de situar el número entre dos marcas de la pirámide, mostrando la capacidad de identificar el 26135 ...

Para completar la revisión de esta escala larga, identifiquemos las diferentes áreas según la cantidad de dígitos legible:

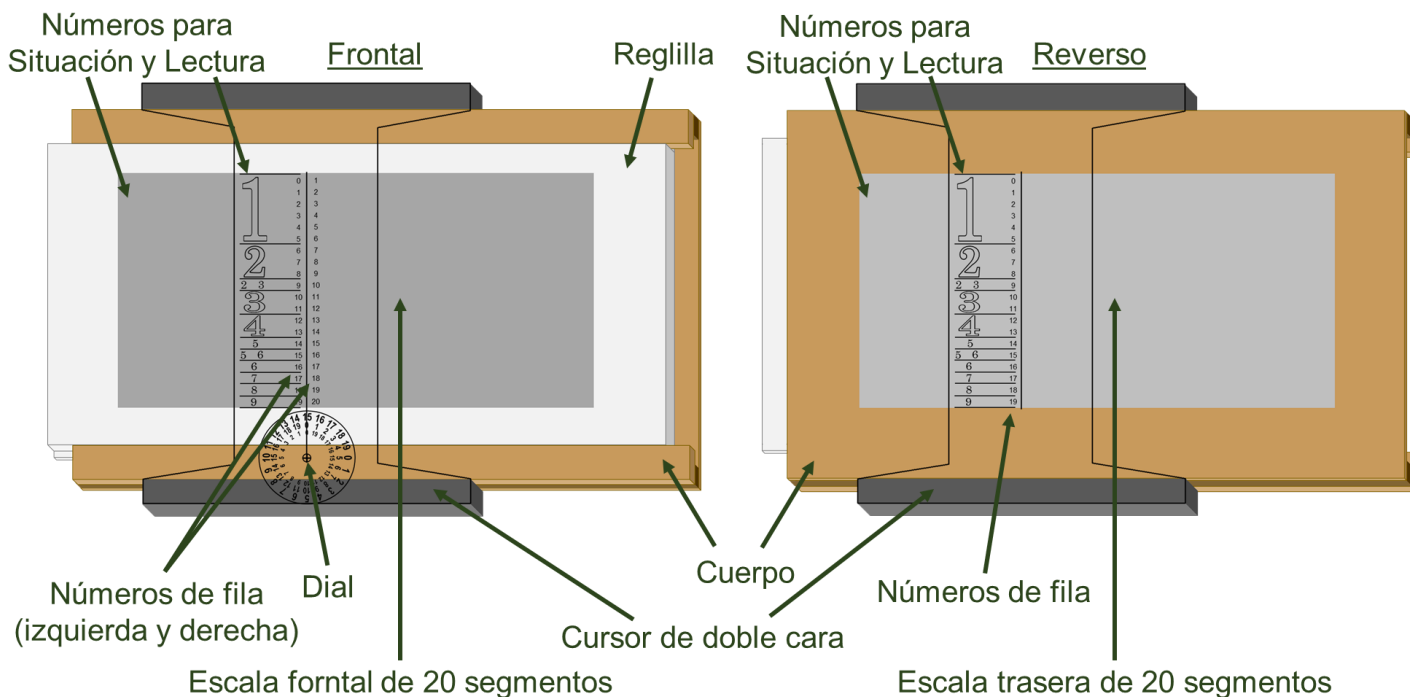


## La estructura de la regla de cálculo

Después de comprender la escala larga con pirámides y cómo usarla, echemos un vistazo a la estructura de la regla de cálculo, para entender cómo operar con ella.

Este instrumento tiene un cuerpo (de tipo cerrado) con una escala fija en su parte posterior, y una reglilla móvil con la segunda escala ocupando toda su cara frontal. Sobre éstas hay cursor de doble cara con una línea

central en cada una. También hay el conjunto de números grandes que ya hemos explicado, un conjunto de números en columnas a los lados de la línea central (llamados números de fila) y un dial. Estos últimos elementos son para ayudar en la multiplicación y división de números, las únicas operaciones posibles.



## La multiplicación

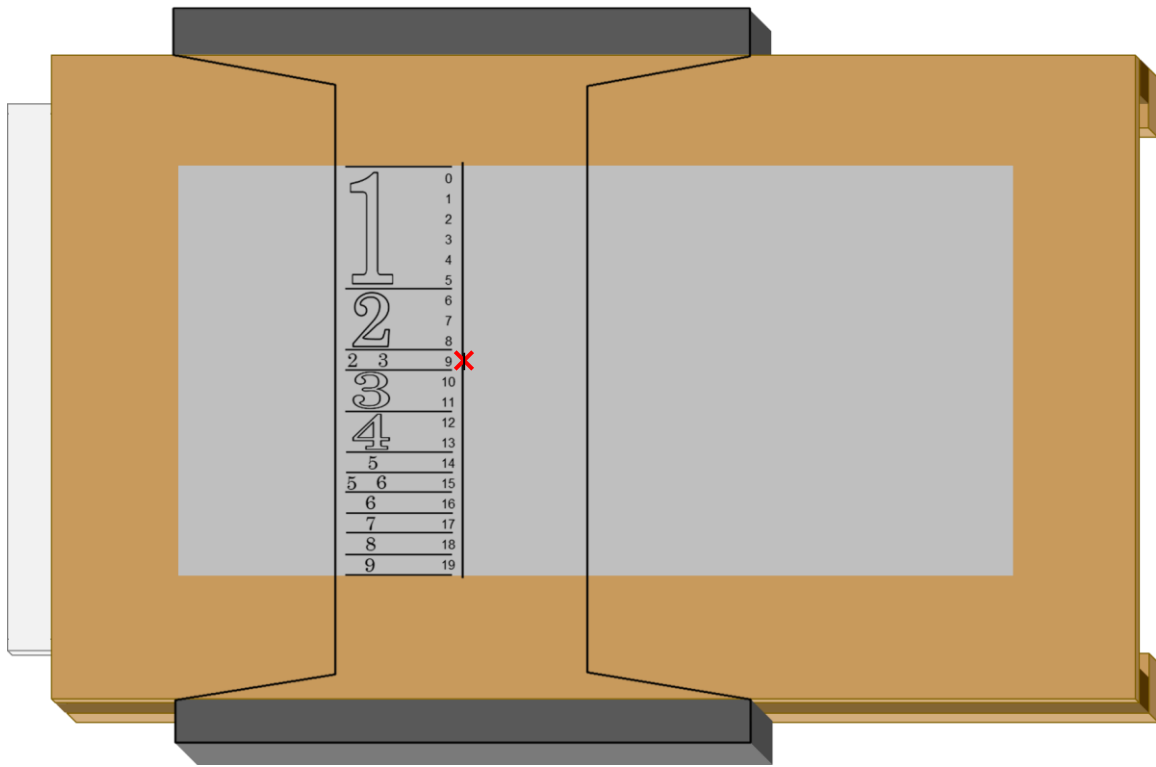
La multiplicación de dos números sigue el mismo proceso que con las escalas C y D de una regla de cálculo de sobremesa:

- 1- Sitúa el cursor sobre el primer número en D.
- 2- Mueve uno de los índices de C bajo el cursor.
- 3- Mueve el cursor al segundo número, en C.
- 4- Lee el resultado en D, bajo la línea del cursor.

A esto, en el instrumento de Richardson tenemos que añadir la complejidad para situar los dos números a multiplicar y para encontrar el segmento donde leer el resultado.

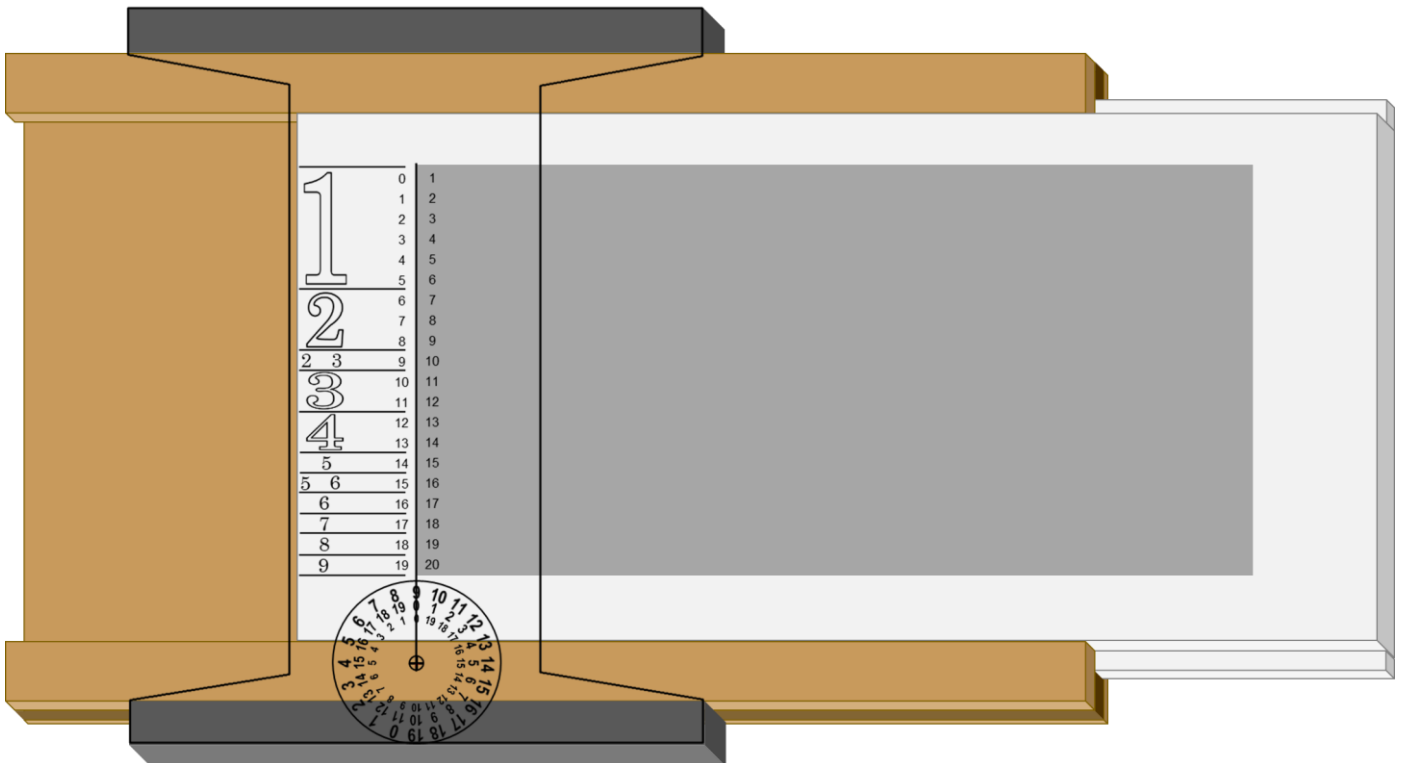
Como ya hemos explicado cómo situar o leer un número, concentrémonos en el proceso de multiplicación y en cómo encontrar el segmento con la respuesta.

- 1- Sitúa el primer número en la escala fija trasera (D) y coloca el cursor sobre él.
  - a. Lee el número del segmento (fila) con la columna de números pequeños del cursor, (9 en el ejemplo).

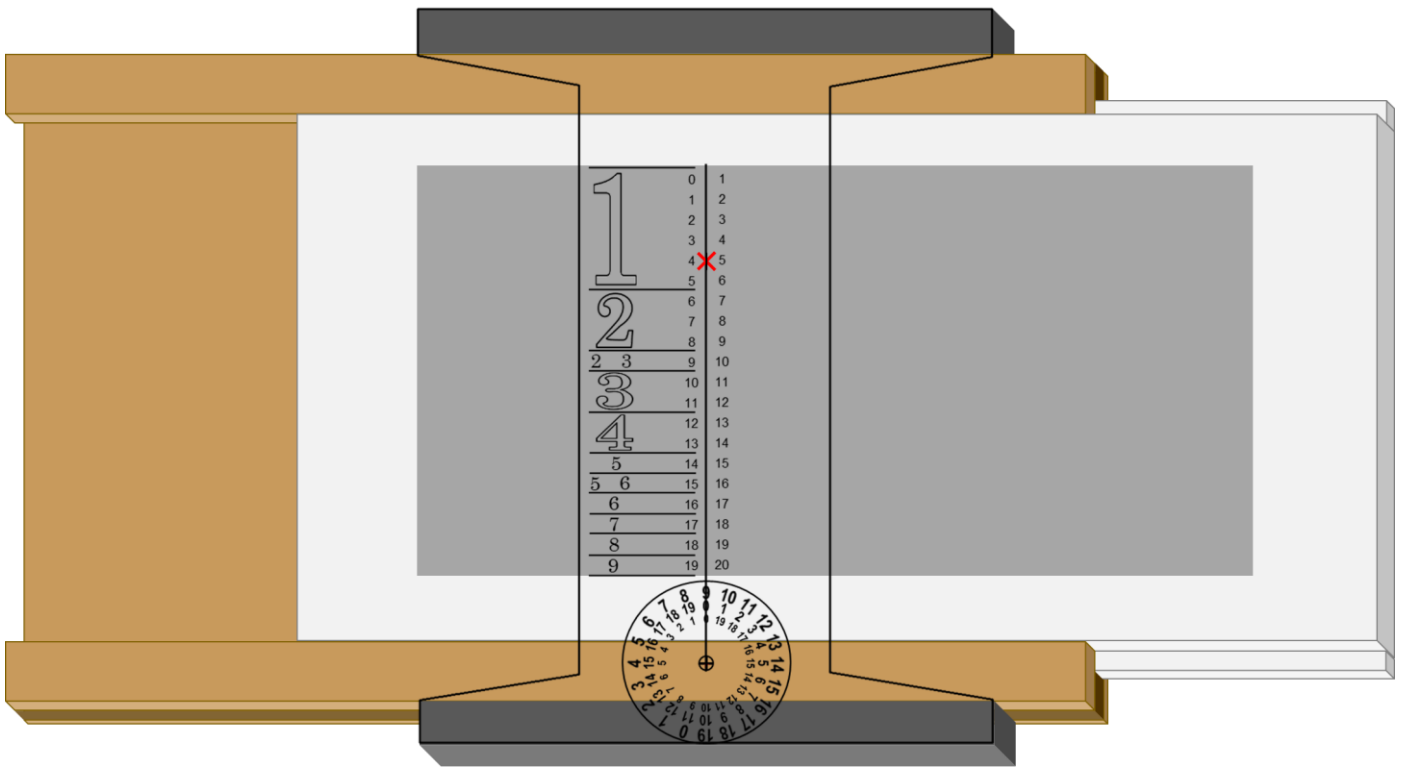


- b. Cambia a la cara frontal y pon el número de fila (9) en el dial. El dial tiene tres conjuntos concéntricos de números, del 0 al 19. Los dos exteriores crecen en el sentido de las agujas del reloj, y el interior va en sentido contrario. Los dos conjuntos interiores son fijos (dibujados en el cursor), mientras que el exterior está en el dial móvil. Movemos el dial hasta que el número de fila encontrado queda debajo de la línea del cursor.

2- Desplaza el principio o el final de la escala de la reglilla (C) bajo la línea del cursor (según la experiencia).

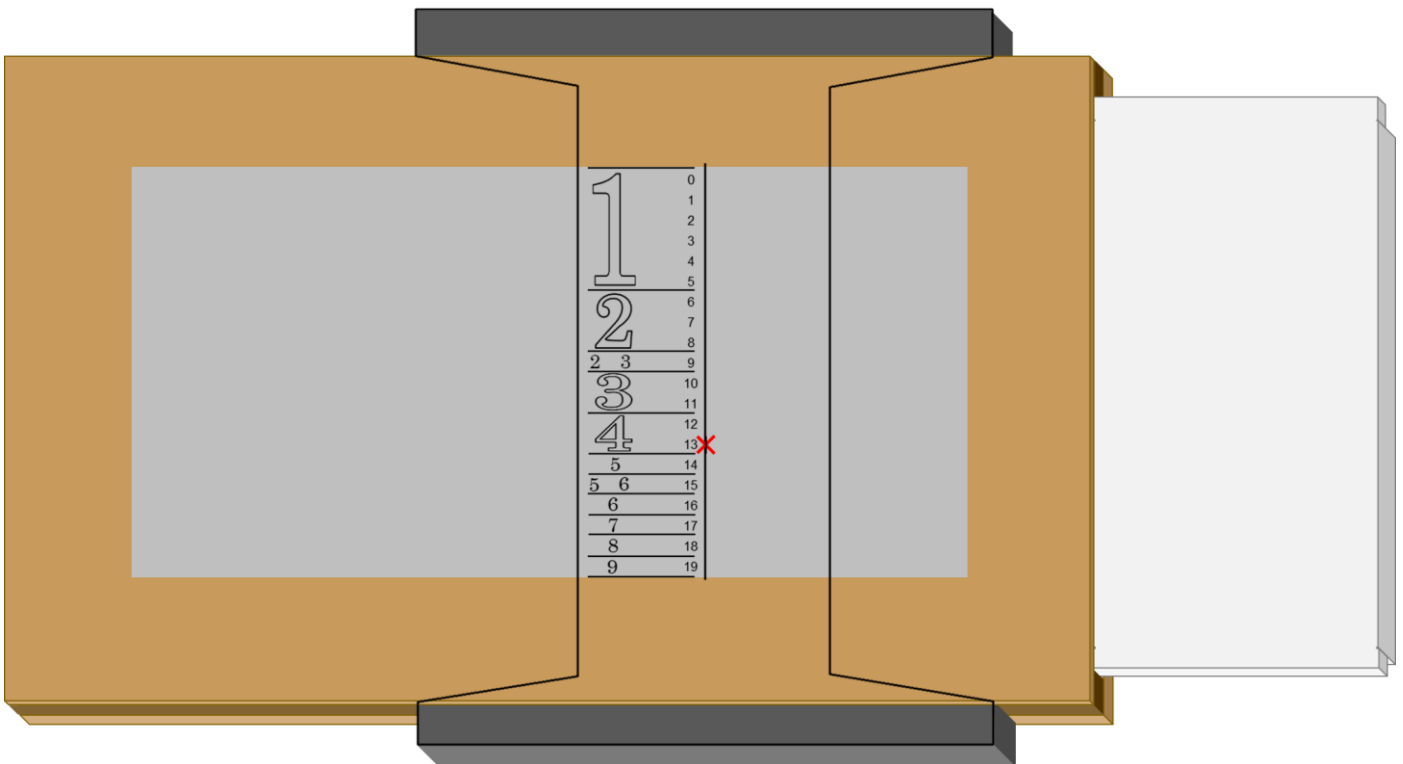


- 3- Encuentra el segundo número en la escala de la reglilla (C) y coloca el cursor sobre éste.
- a. Lee el número de fila respectivo. Para decidir la columna a leer, haz como en las reglas de cálculo de sobremesa: si pusiste el extremo derecho de la escala (10) bajo el cursor, lee el número de fila en la columna a la derecha, pero si pusiste el extremo izquierdo (1), lee el número de fila a la izquierda de la línea del cursor (en el ejemplo, 4).



- b. Ahora hay que sumar ambos números de fila. Para ello, en el dial busca el 4 en el conjunto de números del medio, y lee el número sobre él en el conjunto externo ( $13 = 9 + 4$ ).
- 4- Dando la vuelta al aparato, el resultado se encuentra en la escala fija (D), debajo de la línea del cursor, y en la fila con el número calculado (13).

## Back

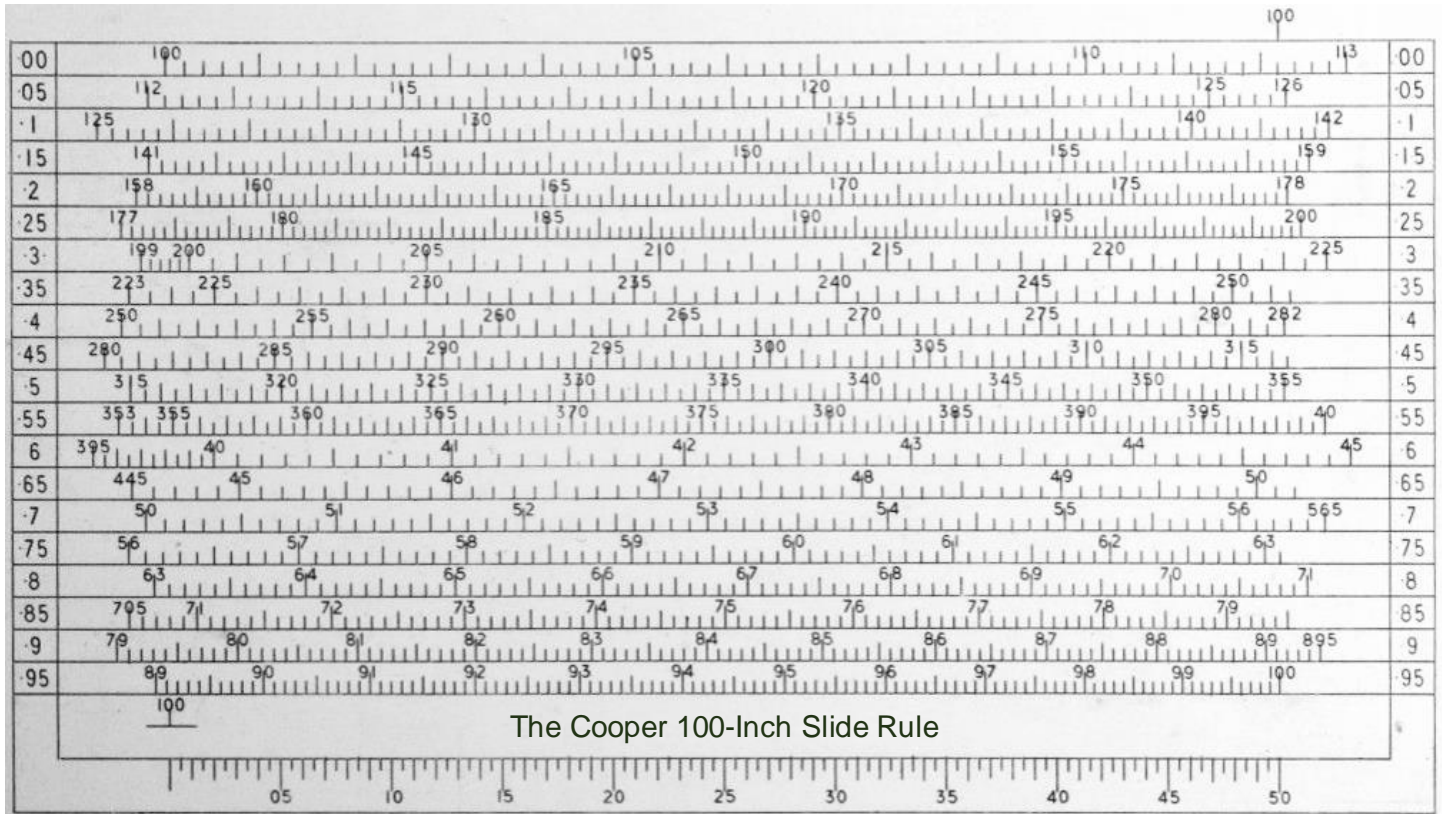


Creo que no hay necesidad de entrar en los detalles de la división; solo indicar que ahora tendremos que restar los números de fila y, por tanto, usaremos el conjunto interno de números fijos del dial.

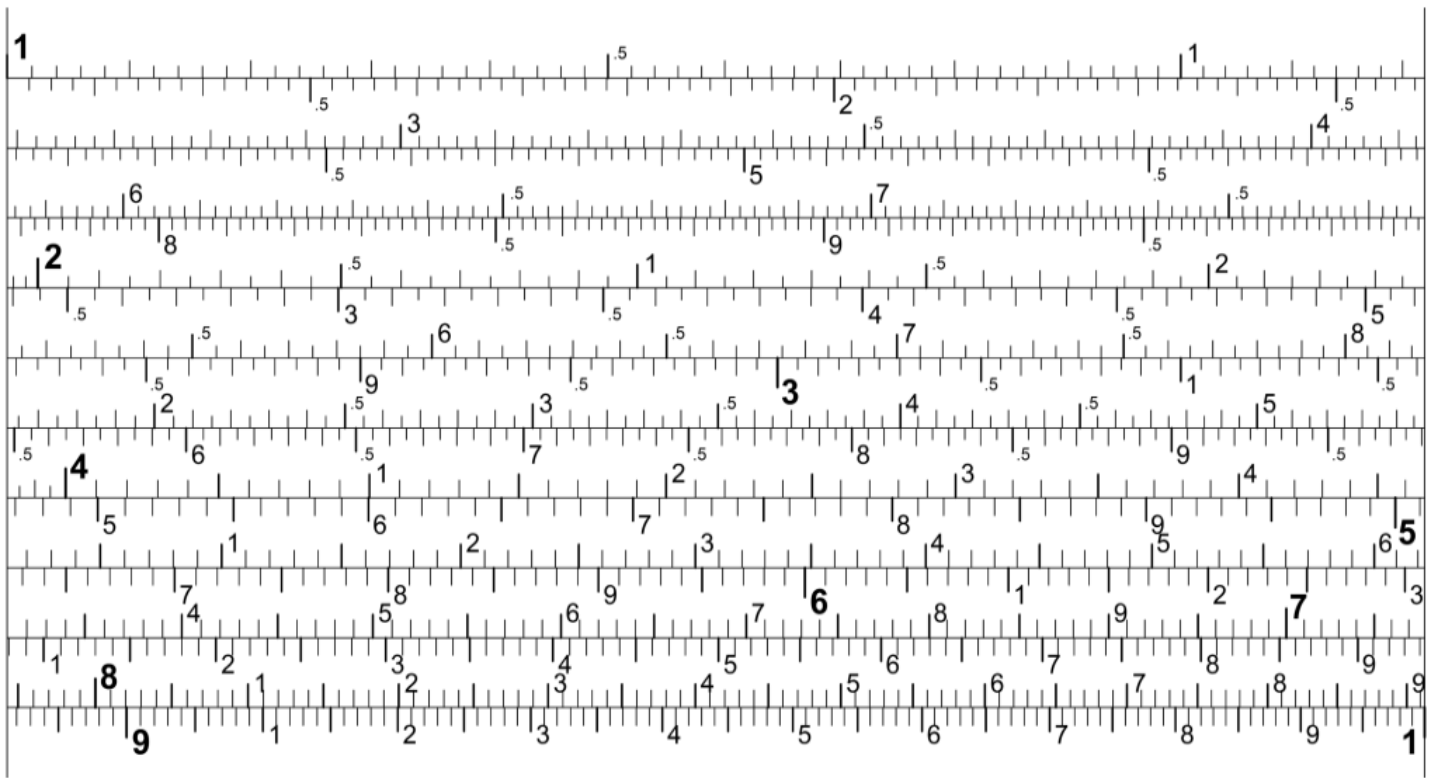
## El diseño alternativo

Este instrumento tuvo una vida corta. La primera razón que podríamos pensar sería el poco interés de una regla de cálculo de escalas largas. Pero la regla cilíndrica de Fuller estuvo a la venta durante muchos años junto con muchos otros ejemplos. Entonces, podemos asumir que el mercado de 1917 estaría interesado en reglas de cálculo que proporcionaran más precisión que la de una común de sobremesa.

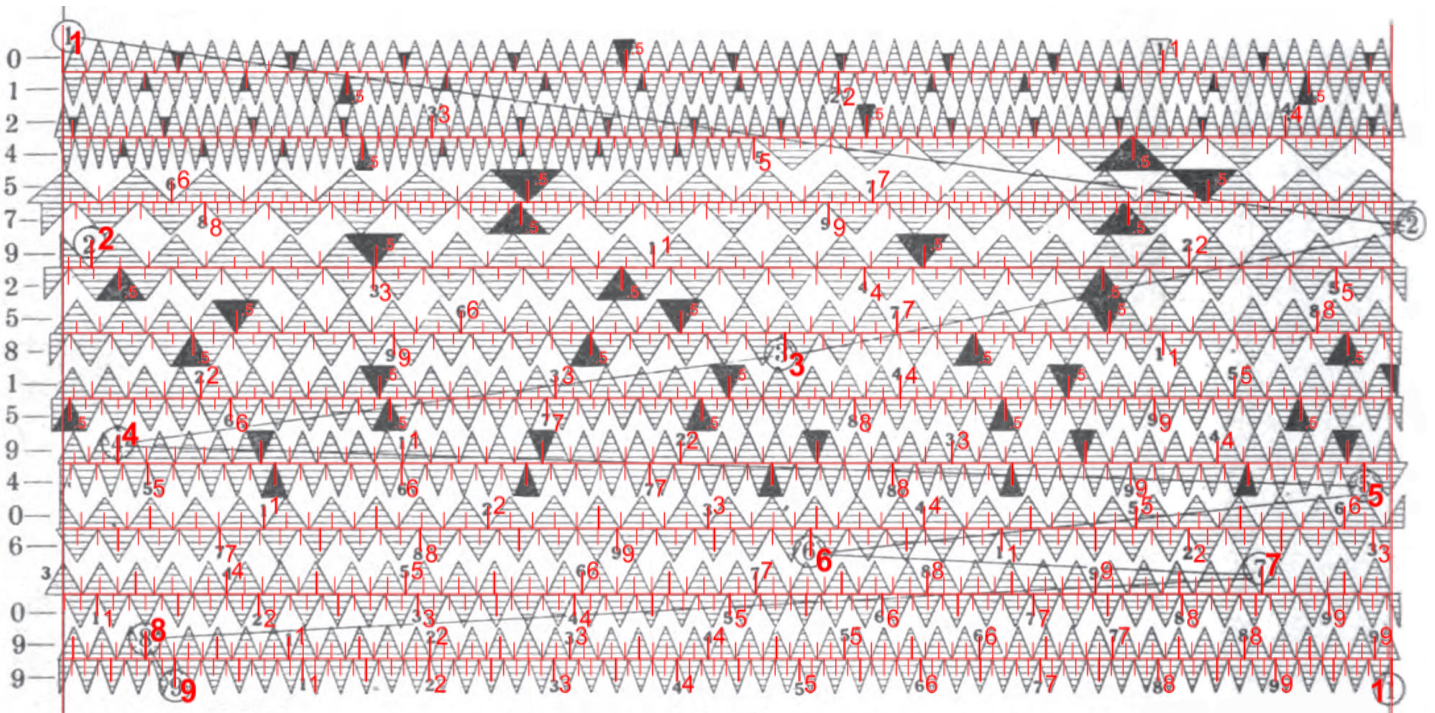
Así pues, tenemos que buscar diseños alternativos para comparar. El instrumento más cercano que he encontrado es la regla de cálculo de Cooper de cien pulgadas. Estaba a la venta en 1927, cuando la Richardson 1989 llevaba más de diez años fuera del mercado [2], pero también era una regla de cálculo con una escala logarítmica de una década y dividida en veinte segmentos, aunque con un diseño más tradicional.



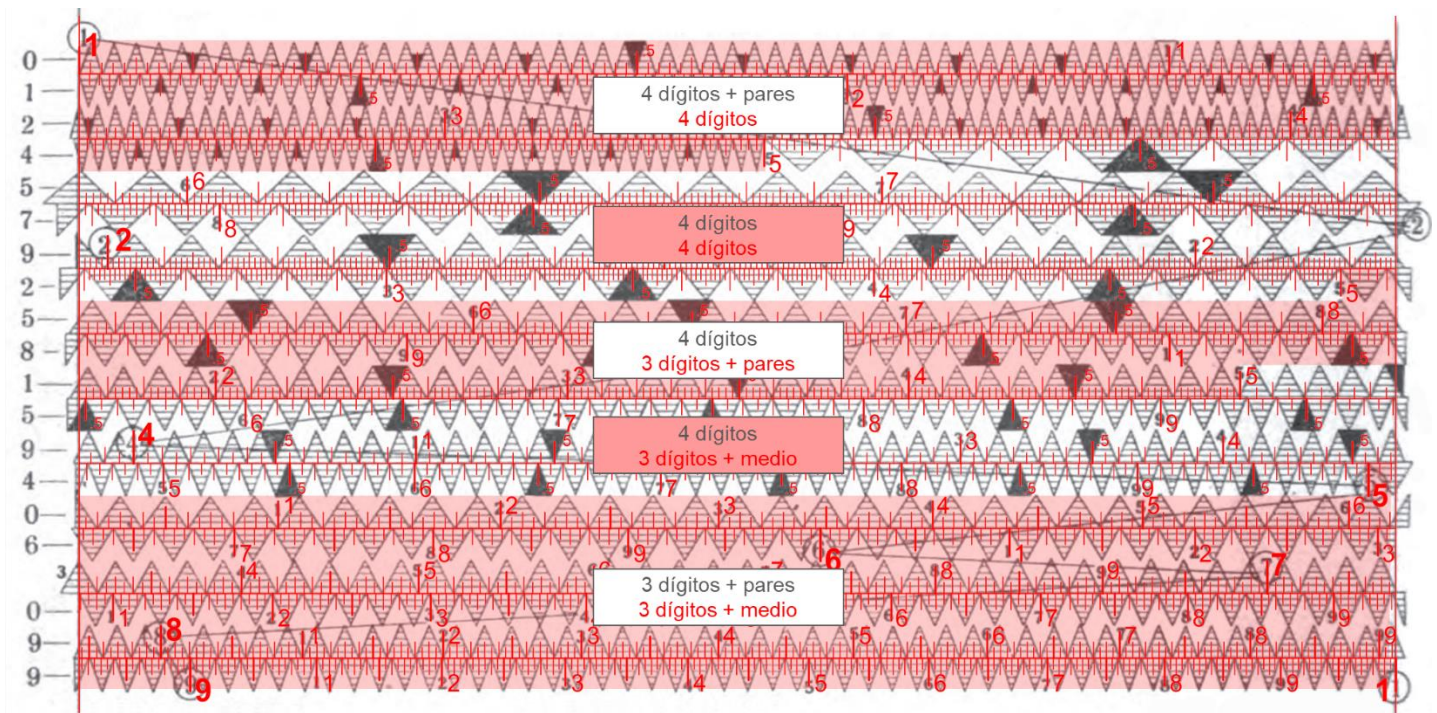
La calculadora de Cooper tiene además escalas para obtener mantisas (en los laterales y el lado inferior), y todos los segmentos de la escala están orientados hacia arriba. Por ello, para una comparación adecuada debemos "organizar" los segmentos de la escala como en la Richardson 1898:



Y con este diseño adaptado podemos superponer ambas y tener una comparación directa:



Claramente, la Richardson 1898 proporciona mucha más precisión que la regla de cálculo Cooper de 100 pulgadas. De hecho, el diseño de Richardson es incluso mejor que el que mostré al principio, como un diseño lineal optimizado de 5 pulgadas. Podemos ver las diferencias en los dígitos que se leen en cada área con diferentes marcas de división:



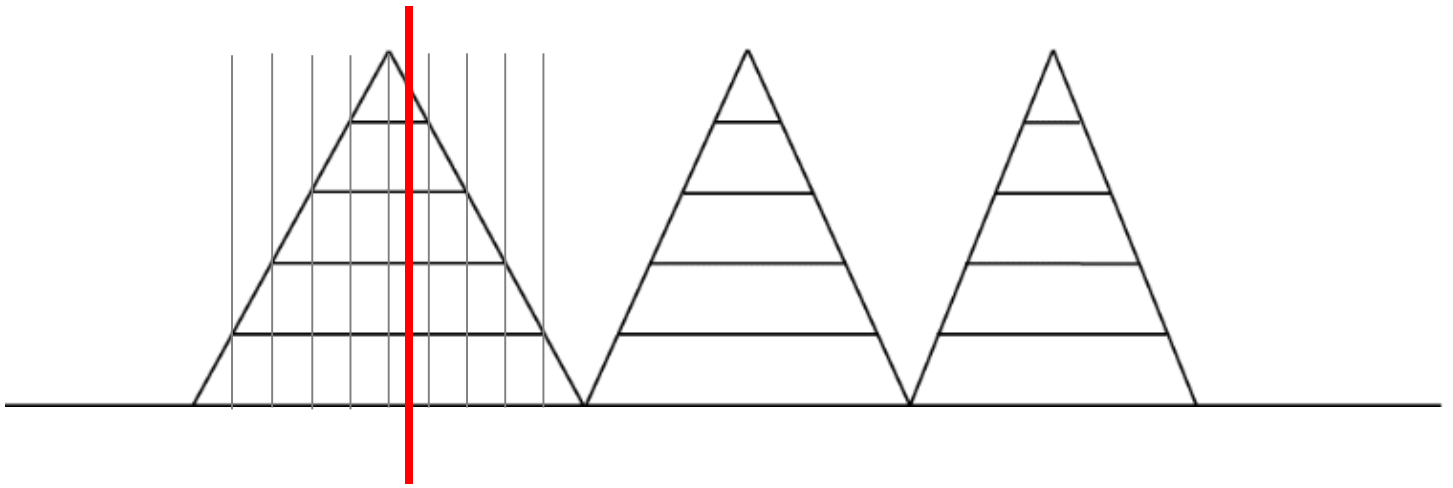
En resumen, hemos encontrado otro modelo con una escala de veinte segmentos fabricado diez años después, pero con menos precisión. Así, sí había un nicho de mercado para una regla de cálculo con una escala tan larga, pues se comercializó una propuesta similar diez años después. ¿Dónde deberíamos mirar, entonces, para entender la falta de éxito del instrumento?

Otra razón podría haber sido el precio. Pero a 8,00 \$ en 1917 no debería ser cara. Los modelos lineales comunes de sobremesa de Richardson oscilaban entre 4,00 \$ y 5,00 \$. La Keuffel y Esser 4053-3 o la 4071 también costaban 5,00 \$. Pero la Fuller, 4015, costaba 30,00 \$, y la Thacher, 4012, costaba 35,00 \$ en los catálogos K&E de esa época. Por lo tanto, todo indica que una pequeña regla de cálculo que proporciona lecturas de 4 dígitos a ese coste habría tenido que ser interesante.

## Exactitud de operación

Al principio de este documento, comenté que este instrumento "a primera vista puede parecer una maraña de líneas y triángulos". Pero dudo que la impresión de confusión inicial pudiera ser un freno para un ingeniero. Nos encantan los retos, y si dan lugar a un dispositivo práctico, lo aceptaremos rápidamente en nuestro trabajo diario ...

Entonces, tal vez la clave esté en que el instrumento sea "práctico". Al final, ¿es demasiado complejo trabajar con él? o ¿proporciona la gran precisión una buena exactitud de operación? En los ejemplos que he mostrado del diseño de la pirámide he usado triángulos grandes pero, de hecho, una escala "convencional" con las mismas marcas secundarias habría sido tan fácil de leer como usando los triángulos:



Las distancias entre las marcas son lo suficientemente anchas y la línea del cursor es lo suficientemente delgada como para permitir una lectura clara. Sin embargo, cuando vamos al dispositivo real, con triángulos estrechos y la línea del cursor respectiva, y lo comparamos con una escala convencional equivalente con menos precisión de lectura:



Quizás encontremos mucho más fácil y rápido leer en el segundo caso. Y además podríamos considerar los posibles errores al mover el cursor y pasar números de un lado a otro de la regla de cálculo. Este es un instrumento bastante ancho y la perpendicularidad del cursor y su desplazamiento serían muy críticos.

En resumen, parece que la necesidad de forzar la vista continuamente (al situar o leer números) facilitaría mucho el cometer errores, y quizá también el operar con el dispositivo. Y una manipulación más lenta tampoco ofrecería resultados con mejor exactitud. Así que el ingeniero pronto descartaría esta rareza por un modelo más práctico aunque menos preciso.

La vida en el mercado del modelo de Cooper ya se ha tratado en artículos previos, pero, aunque más larga, también fue bastante corta. Sin embargo, diría que el concepto de una regla de cálculo de veinte segmentos no es una mala idea, ya que hay soluciones similares en reglas de tipo rejilla, ya sea planas o cilíndricas. Quizá una combinación de ambos diseños, con la escala de Cooper y la estructura y el cuerpo de Richardson, habría proporcionado un buen dispositivo. Yendo más allá, una solución con una sola escala en la rejilla, como la invención contemporánea de Ollero [6], podría haber completado el diseño óptimo.

## Bibliografía

[1] George W. Richardson: "The Slide Rule Simplified". 5ª Edición del Manual, de 1917.

[2] Bruce E. Babcock: "Two Noble Attempts to Improve the Slide Rule". Revista "The Journal of the Oughtred Society", volumen 4, número 1, de Marzo de 1995.

[3] Jose G. Fernández: "Reglas de Cálculo con Escalas Largas, de las palabras a las escalas". Publicación de la Reunión Internacional IM2018.

[4] Otto van Poelje: "Diagonals and Transversals: Magnifying the Scale." Revista "The Journal of the Oughtred Society", volumen 13, número 2, otoño de 2004.

[5] Peter M. Hopp: "A Very Early Chinese Slide Rule". Revista de la UKSRC "Slide Rule Gazette", número 2, de otoño de 2001.

[6] Jose G. Fernández: "Reglas de Cálculo "Made in Spain"". Revista "The Journal of the Oughtred Society", volumen 25, número 2, otoño de 2016.

\*\*\* Fin del Documento \*\*\*