

21.2 Finalidad de la escala NZ

Como primera aplicación se tendrá en la escala NZ una ayuda para la memoria, de forma que siempre se tienen a mano los valores NZ más usuales. Además son prácticas para la construcción de cuadrículas o redes logarítmicas simples y dobles en papel cuadriculado normal para interpretaciones nomográficas. Como de la multiplicación o división de números normales resulta siempre otro número normal se tendrá un cuadro tabular de números normales como tabla gráfica de cálculo.

La combinación de números normales y mantisas en una escala tiene la ventaja de que simplifican enormemente los cálculos de estimación logarítmicos, ya que frente a los números normales se encuentran en la escala de mantisas logaritmos sencillos, que se suman o restan fácilmente de memoria. Añadiendo las características (como en el cálculo con la tabla de logaritmos) se obtiene un resultado exacto en cuanto a la posición de la coma y que tiene como mucho un error del 3%, si se incluye en el cálculo la serie R 40.

En muchos casos puede usarse también la escala NZ, si se redondea fuertemente, tomando p. ej. para π el valor 3,15 o para $\gamma = 7,85$ el valor $\gamma = 8$. Las mantisas correspondientes a los números normales se leen en la escala de mantisas que se encuentra sobre los números normales. Debe prestarse especial atención a la característica, ya que de ella depende principalmente la exactitud del cálculo.

En fórmulas más complicadas es conveniente apuntar los logaritmos al hacer su lectura para poder repasar la adición. Números naturales menores que 1 (p. ej. 0,8) suelen expresarse mejor mediante logaritmos negativos p. ej.

$\lg 0,8 = -0,1$ en vez de $\lg 0,8 = 0,9 - 1$.

Las escalas L y D permiten un cálculo logarítmico más exacto ya que representan una tabla logarítmica de tres cifras.

21.3 Reglas graduadas logarítmicas

Para representar escalas logarítmicas o cuadros, se encuentran en la regla NZ escalas logarítmicas con longitudes de base de 200 mm, 150 mm, 100 mm, 50 mm, y 25 mm. Las longitudes 125 mm y 250 mm pueden sacarse de la regla de cálculo.

21.4 Factores de conversión para unidades no métricas

En el estudio de libros técnicos ingleses y americanos presentan dificultades las unidades métricas porque hay que buscar los factores de conversión. Este trabajo lo ahorran en gran parte las tablas de la regla NZ, ya que contiene los principales factores de conversión. Como base sirvió el libro R. Stille, «Messen und Rechnen in der Physik», ed. Vieweg & Sohn.

la Laguna 8/08/98

[Firma]

Antonio Medina Sanabria
Ingeniero Técnico Eléctrico
Colegiado N.º 587
C/. Capitán López Orduña, 64 B
35014 - Las Palmas
Telf.: 928 37 01 46

INSTRUCCIONES PARA EL USO DE LA REGLA DE CALCULO

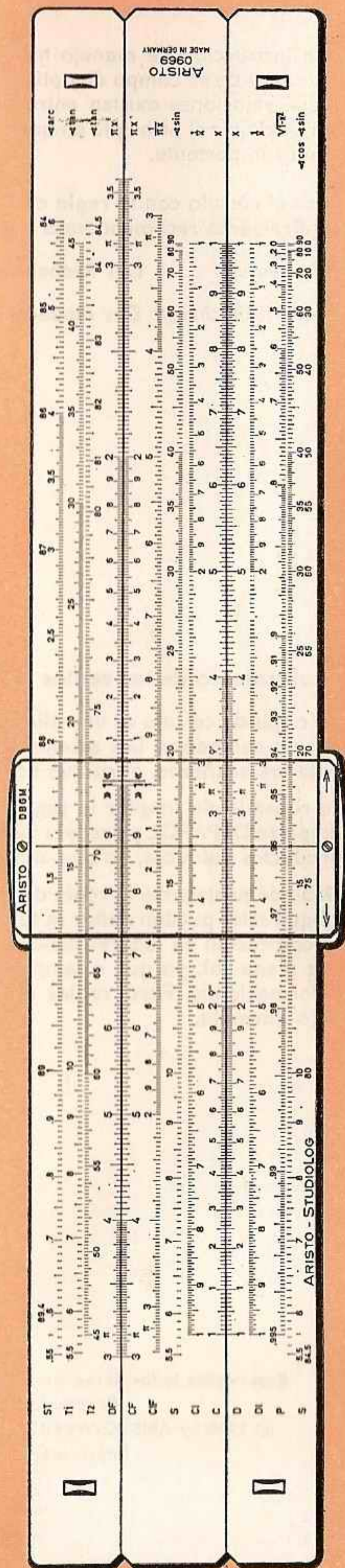
ARISTO

STUDIOLOG

0969

Escala de números normales 1364

S



Esta instrucción de manejo trata de las escalas de la regla de cálculo, de su alcance y de su campo de aplicación. Se explica cómo se calcula con las escalas y qué relaciones existen entre ellas. Para cada escala se presentan ejemplos para aclarar el principio en que se basa. Al igual que en un formulario se indica lo más importante.

Para el cálculo con la regla es necesaria la práctica! Para ejemplos y extensas explicaciones recomendamos los libros:

Hassenpflug: Der Rechenstab ARISTO-Studio

Stender/Schuchardt: Der moderne Rechenstab

Tratamiento de las reglas de cálculo ARISTO

La regla de cálculo es un valioso medio auxiliar de cálculo y necesita un tratamiento cuidadoso. Las escalas y el cursor deben de protegerse de la suciedad y de los arañazos, para que no sufra la exactitud de la lectura.

Se recomienda limpiar la regla de vez en cuando con el producto especial de limpieza DEPAROL y después pulirla en seco. En ningún caso deben de emplearse productos químicos, ya que estos pueden destruir las divisiones.

Debe de protegerse la regla de las gomas de borrar plásticas y de sus residuos, ya que estos pueden dañar la superficie del ARISTOPAL. Además debe de evitarse su colocación en lugares calientes, como p. ej. sobre radiadores de calefacción o a pleno sol, ya que a temperaturas superiores a 60° C pueden presentarse deformaciones. Para reglas de cálculo con tales daños no habrá recambio bajo garantía.

Reservados todos derechos, especialmente la traducción a idiomas extranjeros

Prohibida la reproducción total o parcial

© 1968 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG · S/FFX/I

Impreso en Alemania por Borek KG · 10480

INDICE

1. Generalidades	4
1.1 Manejo de la regla de cálculo	4
1.2 Reseña de propiedad	4
1.3 Explicación de los símbolos de los ejemplos	4
2. Disposición de las escalas	5
2.1 Cara angular	5
2.2 Cara exponencial	6
3. Lectura de las escalas	7
4. Cálculo de aproximación	8
5. Fundamento del cálculo	9
6. Multiplicación	9
7. División	10
8. Escalas desplazadas CF y DF	10
8.1 Lectura directa de multiplicaciones y divisiones por el número π ..	11
9. Multiplicación y división combinadas	11
10. Escalas recíprocas CI, CIF y DI	11
11. Proporciones	13
11.1 Cálculo de tablas sin «corrimiento» de la reglilla	14
12. Escalas de cuadrados A, B y BI	14
13. Escala de cubos K	15
14. Escala pitagórica P	15
15. Funciones trigonométricas	16
15.1 Seno	16
15.2 Coseno	17
15.3 Escala de senos en la reglilla	17
15.4 Tangente	17
15.5 Cotangente	17
16. Escala ST	18
16.1 Angulos pequeños — Angulos grandes	18
16.2 Conversión grados — radianes	18
16.3 Las marcas ϱ' y ϱ''	19
17. Cálculo trigonométrico de triángulos planos	19
17.1 Números complejos	20
18. Escalas exponenciales	21
18.1 Potencias y raíces de exponente ó índice 10 y 100	21
18.2 Potencias $y = a^x$	21
18.3 Casos particulares de $y = a^x$	23
18.4 Potencias $y = e^x$	24
18.5 Raíces $a = \sqrt[x]{y}$	24
18.6 Logaritmos	25
19. Otras aplicaciones de las escalas exponenciales	27
19.1 Cálculo de proporciones con las escalas exponenciales	27
19.2 Funciones hiperbólicas	29
20. El cursor y sus marcas	30
20.1 La marca 36	30
20.2 Superficies circulares, pesos de barras de acero	30
20.3 Las marcas kW y PS (CV)	30
20.4 Desmontaje del cursor	30
20.5 Ajuste del cursor	31
21. Escalas de números normales 1364	31
21.1 Formación de la escala de números normales	31
21.2 Finalidad de la escala NZ	32
21.3 Reglas graduadas logarítmicas	32
21.4 Factores de conversión para unidades no métricas	32

1. Generalidades

1.1 Manejo de la regla de cálculo

Para el cálculo se coge la regla con las manos y se coloca en una posición tal, que la raya del cursor no arroje ninguna sombra. La colocación de la reglilla se efectúa mejor, mediante presión y contrapresión. Con los dedos pulgar e índice de una de las manos se coge el extremo sobresaliente de la reglilla que se encuentra junto al cuerpo de la regla, de forma que moviendo los dedos, a la vez que se apoyan sobre el cuerpo de la regla, sean posibles movimientos en un sentido y en otro. Con la otra mano se coge el listoncillo superior del cuerpo de la regla de una forma tal, que con la punta del pulgar sea posible ejercer una contrapresión sobre el otro extremo de la reglilla.

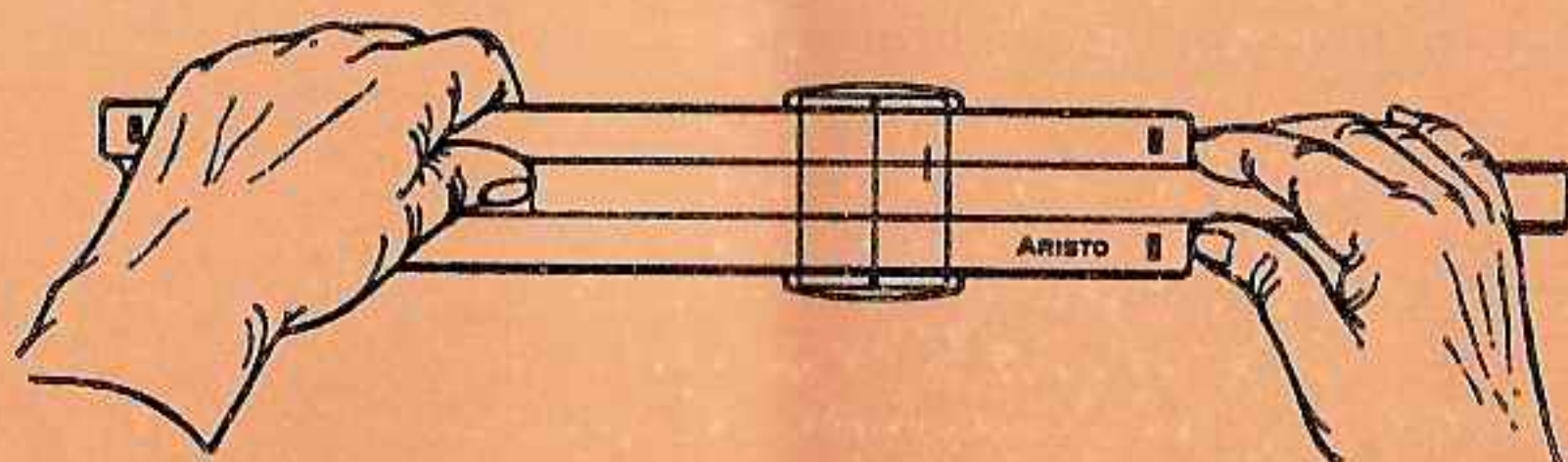


Fig. 1

La colocación del cursor puede efectuarse con una sola mano, pero es más rápida y exacta si se efectúa con los dedos pulgar e índice de ambas manos. Para que el cursor se mueva siempre verticalmente a las divisiones debe de apretarse el canto guía, que se encuentra frente al resorte del cursor, ligeramente contra el canto de la regla.

1.2 Reseña de propiedad

En el estuche se encuentra debajo de la escala de números normales ARISTO 1364 un suplemento transparente, que sirve de alojamiento a la escala de números normales. La tarjetita que se encuentra debajo puede sacarse doblando la tira transparente y en ella puede escribirse el nombre.

1.3 Explicación de los símbolos de los ejemplos

A continuación se usará una representación abreviada de los ejemplos, que indica mejor el camino y el orden de las colocaciones seguido, que la representación usual de la regla de cálculo. Las escalas se representan por líneas paralelas, en cuyo extremo se encuentra la denominación. Los siguientes símbolos permiten la lectura de los ejemplos:

Graduación inicial

Cualquier otra graduación

Resultado final

Graduación o lectura de un resultado intermedio

Girar la regla de cálculo

Las flechas indican el orden y la dirección del movimiento

Una raya vertical representa el cursor

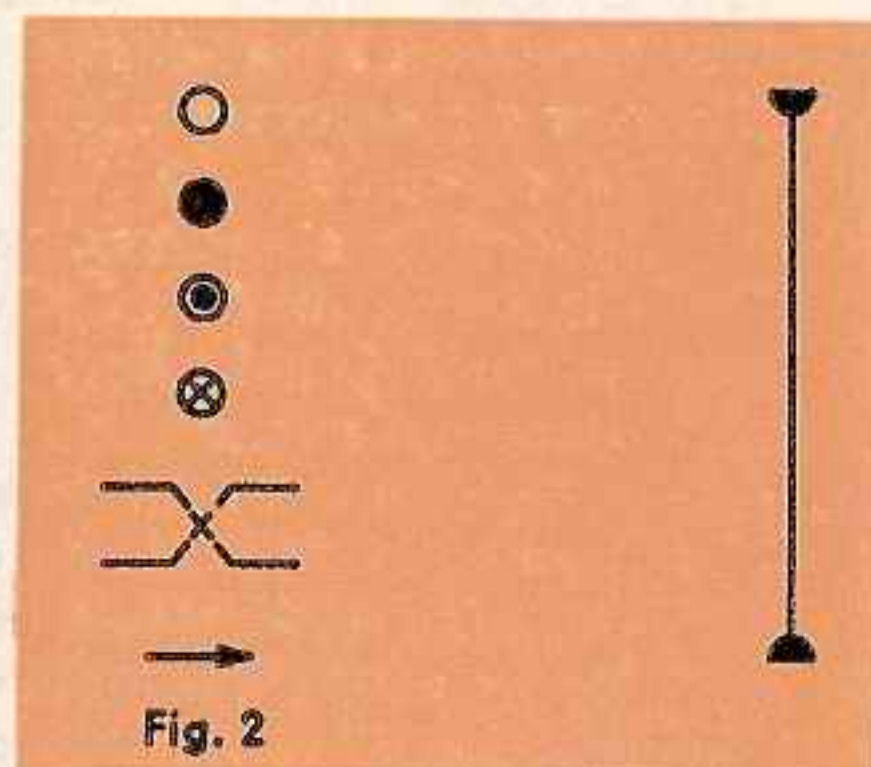


Fig. 2

2. Disposición de las escalas

2.1 Cara angular

ST	Escala de tangentes, senos y arcos para ángulos desde 0,55° hasta 6°
T1	Escala de tangentes para ángulos desde 5,5° hasta 45°
T2	Escala de tangentes para ángulos desde 45° hasta 84,5°
DF	Escala desplazada por π
CF	Escala desplazada por π
ClF	Escala recíproca de CF
S	Escala de senos para ángulos desde 5,5° hasta 90°
Cl	Escala recíproca de C
C	Escala fundamental
D	Escala fundamental
DI	Escala recíproca de D
P	Escala pitagórica
S	Escala de senos desde 5,5° hasta 90°

numerada en rojo en sentido inverso para cosenos desde 0° hasta 84,5°

en el cuerpo
en la reglilla
en el cuerpo

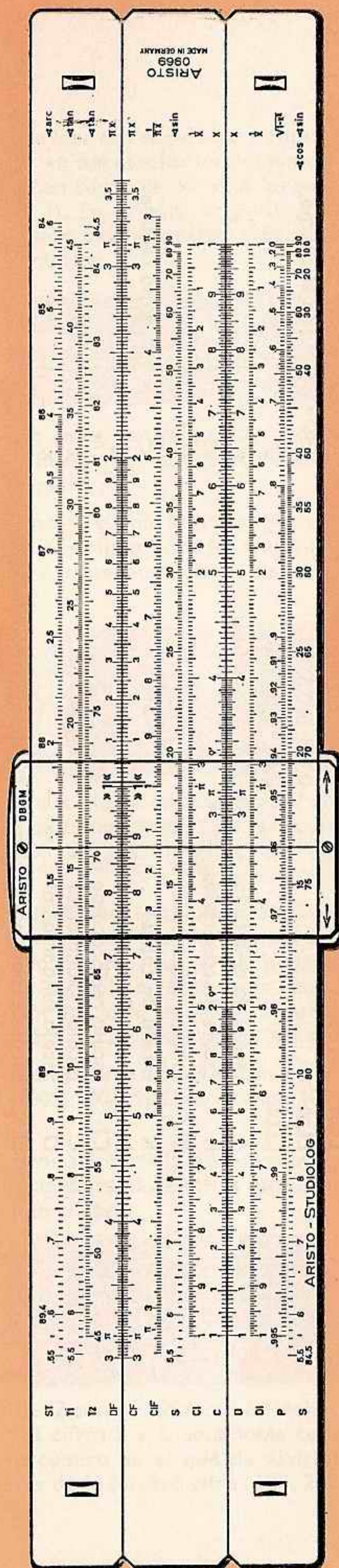


Fig. 3 Cara angular

LL00
LL01
LL02
LL03

0,99 a 0,9
0,91 a 0,35
0,4 a 0,00001

A Escala de cuadrados
B Escala de cuadrados
BI Escala recíproca de B
K Escala de cubos
L Escala de mantisas
CI Escala recíproca de C
C Escala fundamental
D Escala fundamental

LL3 Escala exponencial, alcance 2,5 a 100000
LL2 1,1 a 3,0
LL1 1,01 a 1,11
LL0 1,001 a 1,011

$e^{-0,001x}$
 $e^{-0,01x}$
 $e^{-0,1x}$
 e^{-x}
 x^2
 x^2
 $1/x^2$
 x^3
 $\lg x$
 $1/x$
 x
 x
 e^x
 $e^{0,1x}$
 $e^{0,01x}$
 $e^{0,001x}$

en el cuerpo

en la regilla

en el cuerpo

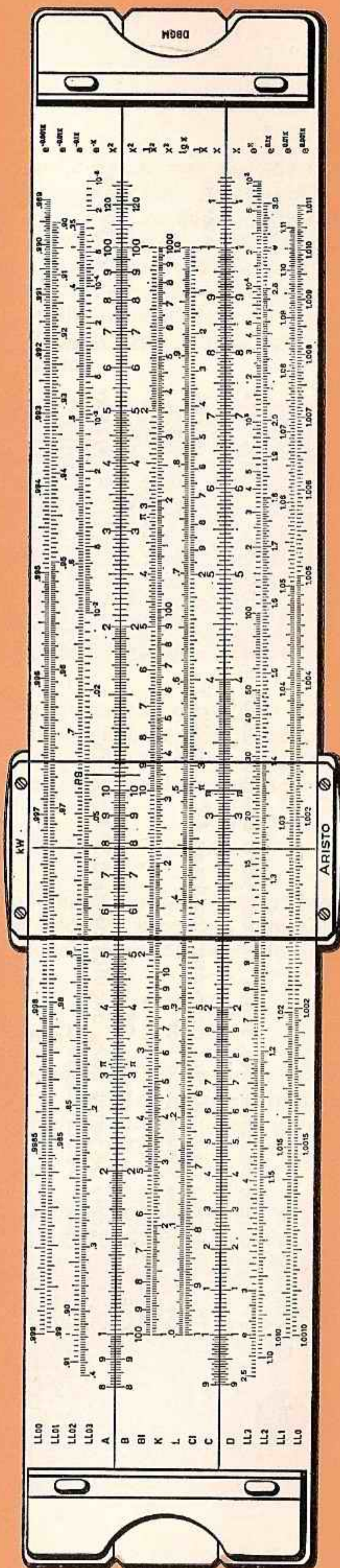


Fig. 4 Cara exponencial

3. Lectura de las escalas

Para manejar la regla de cálculo es imprescindible leer con seguridad y rapidez las escalas. Las figuras 5 a 8 presentan ejemplos en las escalas fundamentales más usadas C y D. Los intervalos principales tienen rayas de división largas y están numeradas con las cifras del 1 al 10 (fig. 5). En la cara angular el 10 vuelve a ser designado con el 1, ya que esta división puede considerarse como el comienzo de una nueva escala, idéntica a la anterior.



Fig. 5 Intervalos principales

Los intervalos principales están subdivididos por rayas largas en diez partes, que a su vez están subdivididas por rayas cortas, hasta que finalmente los intervalos restantes son de aproximadamente un milímetro.

La primera cifra de un número es fácil de encontrar, mediante las cifras grandes de la escala; la búsqueda de las siguientes cifras es distinta para los tres intervalos que se presentan. En el intervalo de 1 a 2 están numeradas las rayas largas con la segunda cifra (fig. 6).

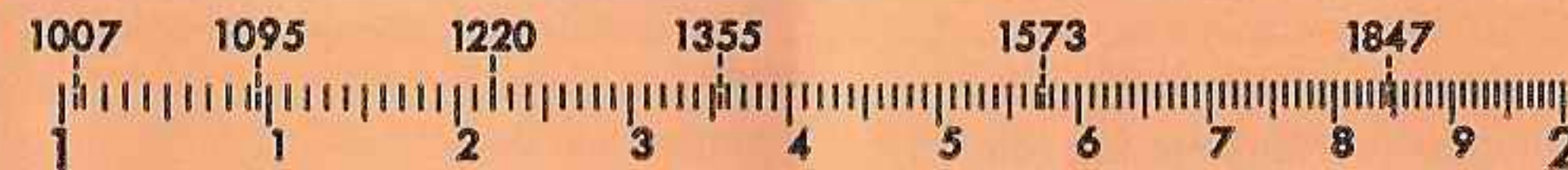


Fig. 6 Lectura en el intervalo del 1 al 2

La subdivisión decimal de las divisiones numeradas, da la tercera cifra. Para practicar la lectura se mueve el cursor desde el extremo inicial 1 de la escala, de división en división, leyendo en cada una: 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112 etc.

La raya del cursor es tan fina en relación con el ancho del intervalo, que puede graduarse con seguridad el centro entre dos divisiones. Pero el ojo aprecia también pequeñas fracciones de un intervalo, de forma que con alguna práctica puede tasarse la décima parte de un intervalo y con ello se obtiene la cuarta cifra. Para practicar se mueve la raya del cursor hacia la derecha. Tasando por ejemplo entre las divisiones 1350 y 1360: 1351, 1352, 1353, 1354, 1355 etc.

Entre una división numerada y la siguiente, deben tenerse en cuenta los ceros, sobre todo al comienzo de la escala, p. ej. 1000, 1001, 1002, 1003 etc. (véase 1007 en la fig. 6).

Es aconsejable, leer solamente sucesiones de cifras sin coma y pronunciar las cifras de una en una, p. ej. uno-tres-cuatro y no cientotrentaycuatro. Esto tiene la ventaja de que no se olvidan ni se intercambian cifras.



Fig. 7 Lectura en el intervalo del 2 al 4

Como los intervalos de división a la izquierda del 2 son ya bastante estrechos, se ha grabado en el intervalo siguiente, entre las cifras 2 y 4, solamente cada segunda división; con ello se obtiene un nuevo cuadro en el que de división en división solamente se cuentan los valores pares de la tercera cifra: 200, 202,

204, 206, 208, 210, 212, 214 etc. Los centros de estos intervalos dan los valores impares: 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213 etc. La fig. 7 presenta algunos ejemplos de lectura.

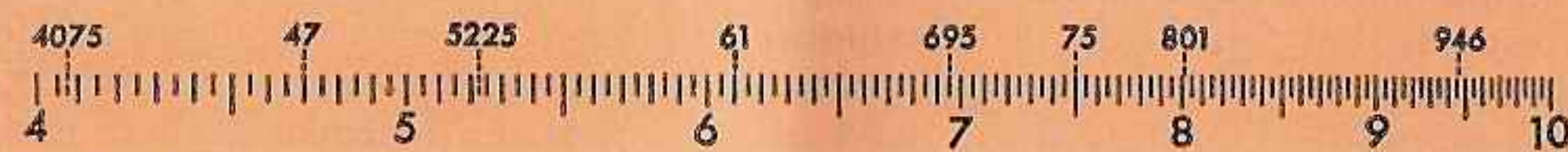


Fig. 8 Lectura en el intervalo del 4 al 10

En el intervalo del 4 al 10 se obtiene de nuevo la segunda cifra en las rayas largas. Las rayas cortas dan el 5 de la tercera cifra, de forma que la lectura en este intervalo sería: 500, 505, 510, 515 etc. Todos los demás valores de la tercera cifra deberán tasarse entre las divisiones.

Entre 400 y 405 se encuentra el valor 4025, un poco a la izquierda el 402 y a la derecha el 403. Correspondientemente indica el centro del intervalo siguiente el valor 4075. La fig. 8 presenta una serie de graduaciones.

4. Cálculo de aproximación

En la regla de cálculo se gradúan y se leen exclusivamente sucesiones de cifras. Solamente después de un cálculo de estimación se halla la posición exacta de la coma en el resultado y se lleva a cabo al mismo tiempo un control de la primera cifra del cálculo.

Algunas reglas para el cálculo de estimación:

Redondear fuertemente los valores!

p. ej. $3,43 \approx 3$ $9,51 \approx 10$ $7,61 \approx 8$ $0,76 \approx 1$

En las multiplicaciones redondear un factor hacia arriba y el otro hacia abajo!

p. ej. $8,92 \cdot 127 \approx 10 \cdot 120 \approx 1200$
 $2,19 \cdot 9830 \approx 2 \cdot 10000 \approx 20000$

Simplificar las divisiones!

Procurar redondear el numerador y el denominador en el mismo sentido, pero la simplificación cómoda tiene preferencia. Las reglas para el redondeado de números según DIN 1333 no tienen significación para el cálculo de estimación.

p. ej. $\frac{725}{539} = \frac{7,25}{5,39} \approx \frac{7}{5} \approx 1,4$

$\frac{640 \cdot 15,3}{51 \cdot 0,8} \approx \frac{60 \cdot 20}{5 \cdot 1} \approx 240$

La separación de potencias de diez facilita el cálculo con valores numéricos muy grandes o muy pequeños.

p. ej. $73215 \approx 7 \cdot 10^4$ $0,0078 \approx 8 \cdot 10^{-3}$
 $889 \approx 9 \cdot 10^2$ $0,706 \approx 7 \cdot 10^{-1}$

La separación de potencias de diez al multiplicar o dividir respectivamente con valores numéricos muy grandes o muy pequeños da mayor claridad al cálculo!

p. ej. $0,07325 \cdot 0,000513 \approx 8 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \approx 40 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-5}$

$\frac{2950}{0,00598} \approx \frac{3 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-3}} \approx 0,5 \cdot 10^6$

Pero $\frac{2950}{598} \approx \frac{3000}{600} \approx \frac{30}{6} = 5$ y $7325 \cdot 0,005 \approx 7 \cdot 5 = 35$

5. Fundamento del cálculo

Se calcula de forma tal, que se suman o restan segmentos. El método de cálculo puede explicarse de forma sencilla mediante dos reglas milimétricas.

La fig. 9 presenta el ejemplo $2 + 3 = 5$. Colocando el extremo inicial 0 de la regla superior sobre el valor 2 de la regla inferior, puede sumarse al valor 2 graduado, por ejemplo, el segmento 3, con ayuda de la escala superior. Bajo el 3 de la regla superior se encuentra el resultado 5 en la regla inferior. En la fig. 9 también podría leerse $2 + 1 = 3$ ó $20 + 15 = 35$ si se contasen los milímetros.

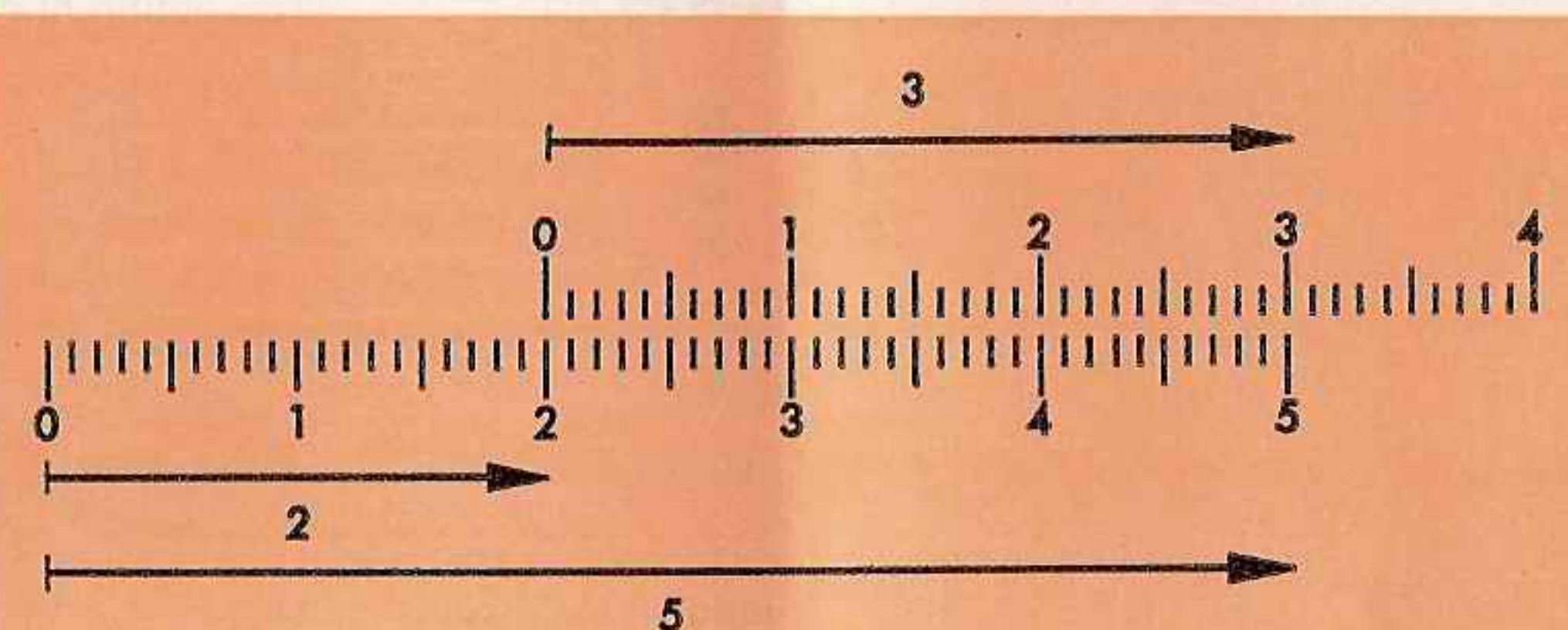


Fig. 9 Adición gráfica con escalas

También puede deducirse de la fig. 9 la sustracción $5 - 3 = 2$, sin más que seguir el proceso inverso. Del segmento 5 de la escala inferior se resta el segmento 3 de la escala superior, para lo que se superponen los valores 5 y 3, y debajo del extremo inicial de la escala superior se encuentra el resultado 2 en la escala inferior.

En la regla de cálculo se encuentran las escalas sobre un cuerpo fijo y sobre una reglilla desplazable. La particularidad de la regla de cálculo está en que las escalas son logarítmicas. La suma gráfica de dos segmentos da por lo tanto una multiplicación y la sustracción una división.

6. Multiplicación

(Se suman dos segmentos)

El extremo inicial 1 de la escala C de la reglilla se lleva sobre el valor 18 de D. Moviendo el cursor hasta el valor 13 de la escala C, se suma al segmento 18 el segmento 13 y el resultado 234 puede leerse en la escala D debajo de la raya del cursor. Mediante un cálculo aproximado como $(20 \cdot 10 = 200)$, resulta la posición de la coma.

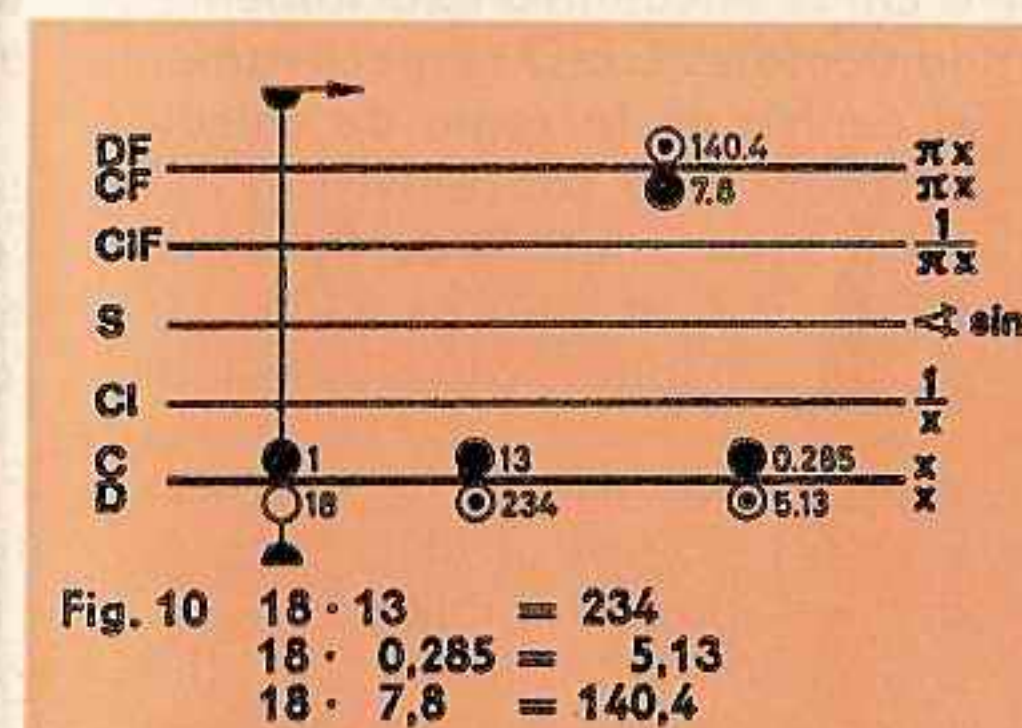


Fig. 10 $18 \cdot 13 = 234$
 $18 \cdot 0,285 = 5,13$
 $18 \cdot 7,8 = 140,4$

Para el cálculo de la operación $18 \cdot 7,8$ se lleva a cabo el «corrimento» de la reglilla, es decir, se coloca el extremo final de la escala C sobre el 18 de D. Pero en la ARISTO-StudioLog puede evitarse este movimiento adicional, si se sigue calculando con el par de escalas superior CF/DF.

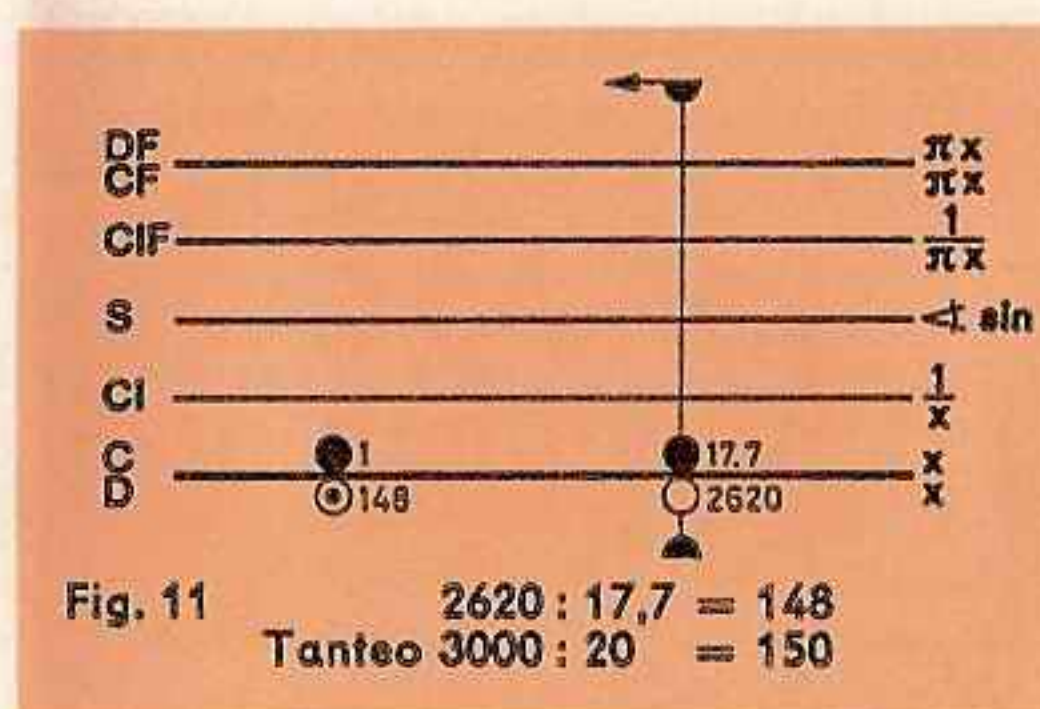
Las escalas CF y DF permiten esta simplificación en el cálculo, porque son una repetición de las escalas fundamentales C y D, con la diferencia de que, el principio 1 de la escala se encuentra aproximadamente en el centro de la regla de cálculo. Así p. ej., cuando en el par de escalas inferior se encuentre frente al

valor 1 de la escala C el valor 18 de la escala D, se podrá leer la misma graduación en el par de escalas superior, es decir, el 1 de la escala CF debajo del 18 de la escala DF y por lo tanto podrá multiplicarse en ambos pares de escalas por el factor 18. La operación $18 \cdot 7,8$ se calcula con las escalas CF/DF llevando la raya del cursor sobre el 7,8 de la escala CF y leyendo el resultado 140,4 en la escala DF.

7. División

(Sustracción de dos segmentos, inversión de la multiplicación)

La raya del cursor se lleva sobre el valor 2620 de D y el número 17,7 de la escala C se coloca debajo de la raya del cursor, de forma que ambos valores se encuentren frente a frente. El resultado 148 se encuentra frente al extremo inicial de la escala C de la reglilla y para otros ejemplos puede encontrarse frente al extremo final.



Sobre el 1 de CF también podrá leerse el resultado en la escala DF, porque la operación $2620 : 17,7$ también está graduada en las escalas CF/DF.

La misma colocación de la reglilla es también válida para la multiplicación $148 \cdot 17,7 = 2620$. La diferencia entre la multiplicación y la división se encuentra pues solamente en el orden seguido de las graduaciones. En la división se lee el resultado siempre en el cuerpo de la regla frente al extremo inicial o final de la escala y no existe el «corrimiento» de la reglilla. Esta propiedad se aplicará repetidamente en los capítulos siguientes.

8. Escalas desplazadas CF y DF

Las escalas CF y DF son una repetición de las escalas fundamentales C y D, pero desplazadas con respecto a estas de tal forma, que el valor $\pi = 3,142$ de CF ó DF se encuentra exactamente sobre el extremo inicial o final de las escalas fundamentales C o D respectivamente. Su valor 1 se encuentra aproximadamente en el centro de la regla de cálculo, de forma que se consigue con las escalas desplazadas una subdivisión de las escalas fundamentales, de aproximadamente media longitud de la regla de cálculo. Ambos pares de escalas C/D y CF/DF forman así un conjunto, del que resultan sensibles ventajas de cálculo en multiplicaciones, cálculo de tablas y de proporciones.

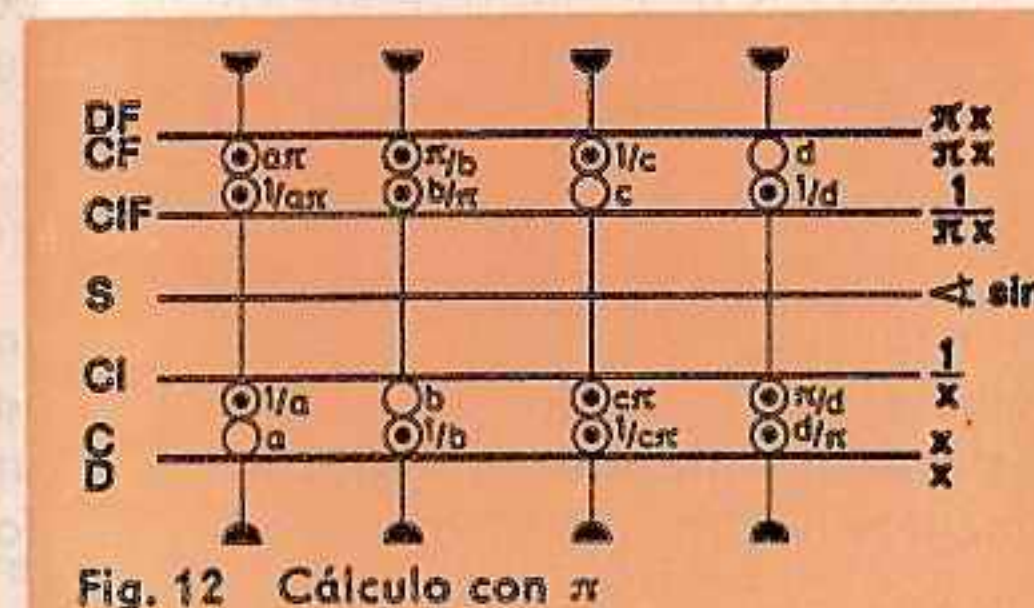
El valor 1 de la escala CF marca en DF siempre el mismo valor que el 1 o 10 de la escala C sobre la D. Las multiplicaciones llevadas a cabo hasta ahora pueden efectuarse también con el par de escalas superiores CF/DF, con la ventaja de que automáticamente se elige la graduación correcta. No es necesario decidir, si es mejor comenzar con el extremo izquierdo o el derecho. Si se gradúa una división con las escalas superiores, se encuentra el numerador y el denominador en la regla de cálculo en la misma posición, que si estuvieran escritos en forma de quebrado.

No existe el «corrimiento» de la reglilla, ya que si no es posible la lectura del resultado en uno de los pares de escalas, siempre es posible en el otro. Las rayas amarillas de la reglilla recuerdan, que los factores se gradúan en las escalas móviles C y CF de la reglilla y que el resultado se leerá en D sobre C o en DF sobre CF.

8.1 Lectura directa de multiplicaciones y divisiones por el número π

Como las escalas CF y DF están desplazadas por el factor π , resulta que al pasar de D a DF ó de C a CF respectivamente, se efectúa una multiplicación y en el proceso inverso, una división por π . Cuando p. ej. se gradúa con la raya del cursor el diámetro d en la escala D, puede leerse en la escala DF el perímetro $U = \pi \cdot d$. De forma similar se calcula la pulsación $\omega = 2\pi f$, cuando se gradúa $2f$ en D.

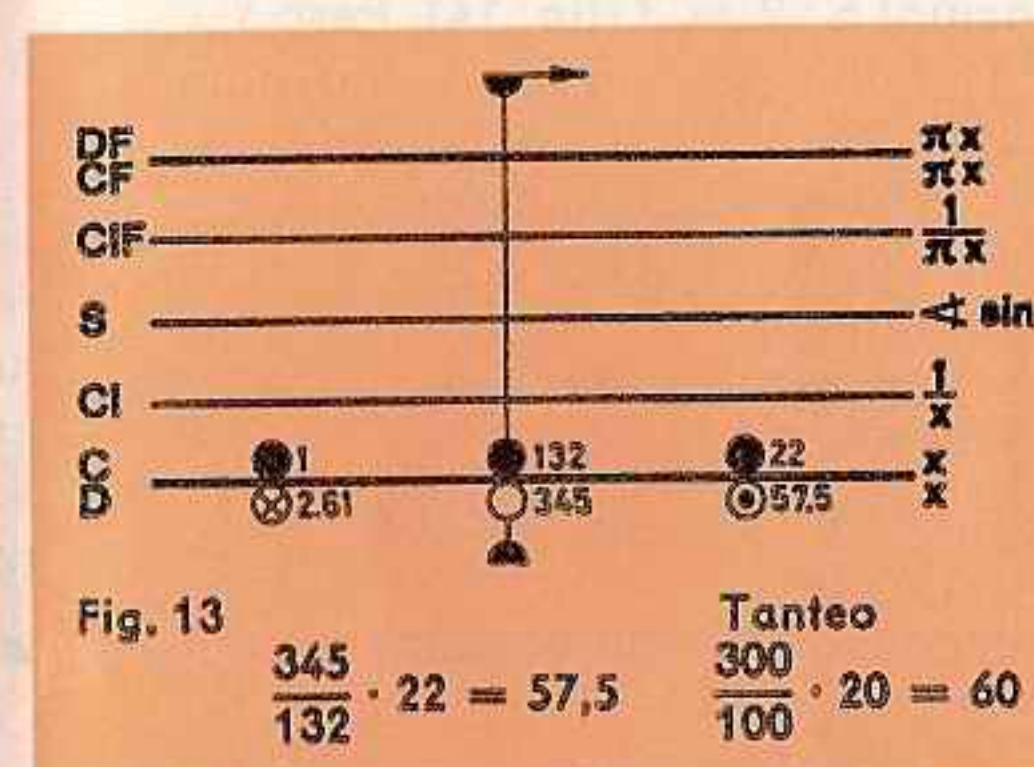
En todas las operaciones, que contengan el factor π , se tiene a este en cuenta en la última lectura al pasar a las escalas desplazadas. La fig. 12 presenta una recopilación de todos los cálculos posibles con el factor π , mediante una sola graduación del cursor. Para cálculos con el factor 360 véase cap. 20.1.



9. Multiplicación y división combinadas

Para expresiones de la forma $\frac{a \cdot b}{c}$ obsérvese el siguiente principio:

Primero dividir y luego multiplicar. Después de la división $345 : 132$ de la fig. 13, no es necesario leer el resultado intermedio, ya que la regla está ya dispuesta para la multiplicación. Se lleva el cursor hasta el valor 22 de la escala C, y debajo en la escala D se lee el resultado 57,5.



Si en este ejemplo ampliamos el denominador con el factor 19,5

$$\frac{345 \cdot 22}{132 \cdot 19,5} = 2,95$$

puede dividirse a continuación el resultado de la fig. 13, colocando el valor 19,5 de la escala C debajo de la raya del cursor, de forma que se divida 57,5 por 19,5.

Si en expresiones de este tipo existen más factores en el numerador y en el denominador, se sigue dividiendo y multiplicando alternadamente. La variación rítmica de las graduaciones de la reglilla y del cursor procuran un caudal uniforme en el cálculo con un mínimo de graduaciones.

En estas operaciones puede ocurrir, que la reglilla, después de una división, sobresalga demasiado de la regla de cálculo y que antes de la multiplicación sea necesario efectuar un «corrimiento» de la reglilla. Este caso particular puede evitarse en la mayoría de los casos, eligiendo adecuadamente la graduación de la división con C/D o CF/DF o intercambiando los factores respectivamente.

10. Escalas recíprocas CI, CIF y DI

La escala CI tiene la misma subdivisión que las escalas fundamentales C y D, pero discurre en sentido inverso, de derecha a izquierda, y para evitar errores de lectura esta numerada con cifras rojas.

Colocando el cursor sobre cualquier valor x de la escala C, puede leerse su valor recíproco $1/x$ en CI, según viene indicado en el borde derecho de la escala. Sobre el 5 de C se encuentra $1/5 = 0,2$ en CI. Importante es, que la formación de números recíprocos también es válida en el sentido inverso, es decir en el paso de CI a C, p. ej. debajo del 4 de CI se encuentra el valor $1/4 = 0,25$ en C.

Una lectura ocasional de los valores recíprocos no justificaría la existencia de la escala CI. Su importancia radica en que ahorra graduaciones en operaciones compuestas.

$\frac{4}{5}$ puede escribirse también como $4 \cdot \frac{1}{5}$ y $4 \cdot 5$ es lo mismo que $\frac{4}{1/5}$.

Esta forma de escribir no es la acostumbrada, pero tiene la ventaja para el cálculo con la regla, de que transforma una división en una multiplicación y recíprocamente una multiplicación en una división. Un «juego» con números sencillos nos mostrará mejor esta transformación.

1. Si llevamos el cursor sobre el 6 de D y colocamos el 2 de C debajo de la raya del cursor, tendremos la división normal $6 : 2 = 3$ (fig. 14). Pero si dejamos quieto el cursor y movemos la reglilla, colocando debajo de la raya del cursor el 2 de la escala CI, efectuaremos la multiplicación $6 \cdot 2$, leyéndose el resultado 12 al igual que en una división debajo del uno de la reglilla (fig. 15). En realidad hemos calculado $6 \cdot 0,5$, ya que al colocar el 2 de CI debajo de la raya del cursor hemos colocado al mismo tiempo el valor recíproco 0,5 en C.

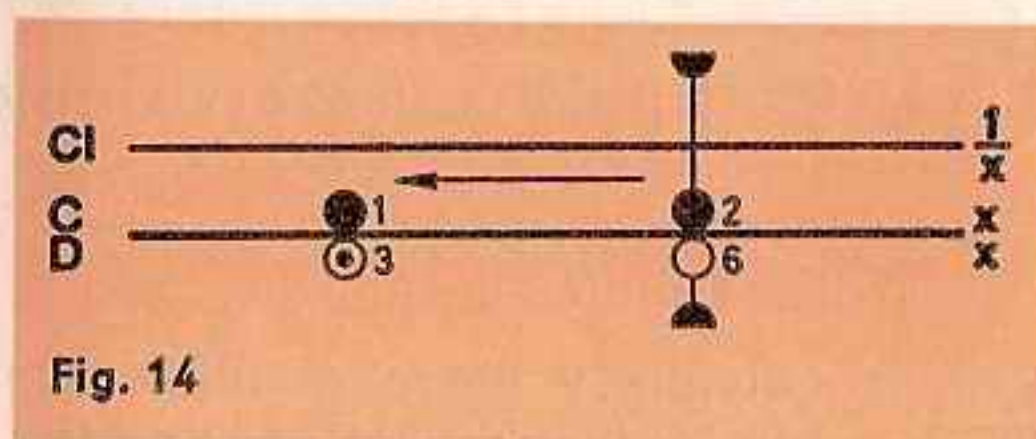


Fig. 14

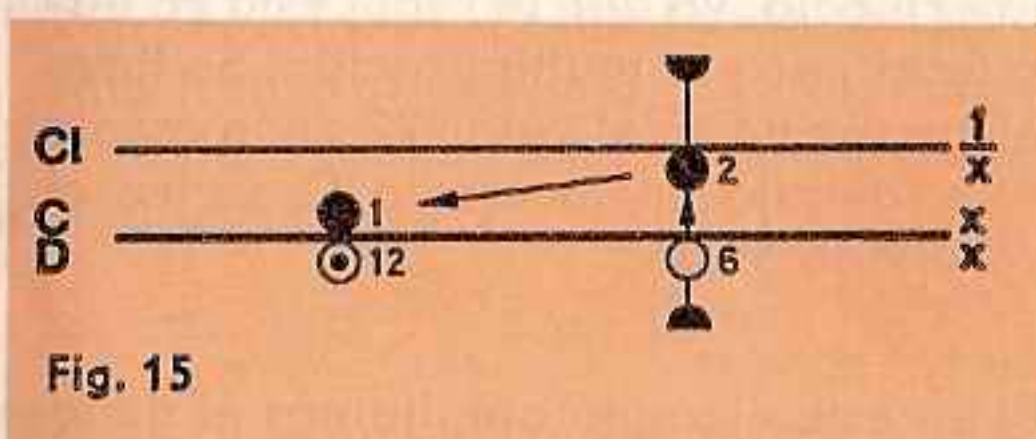


Fig. 15

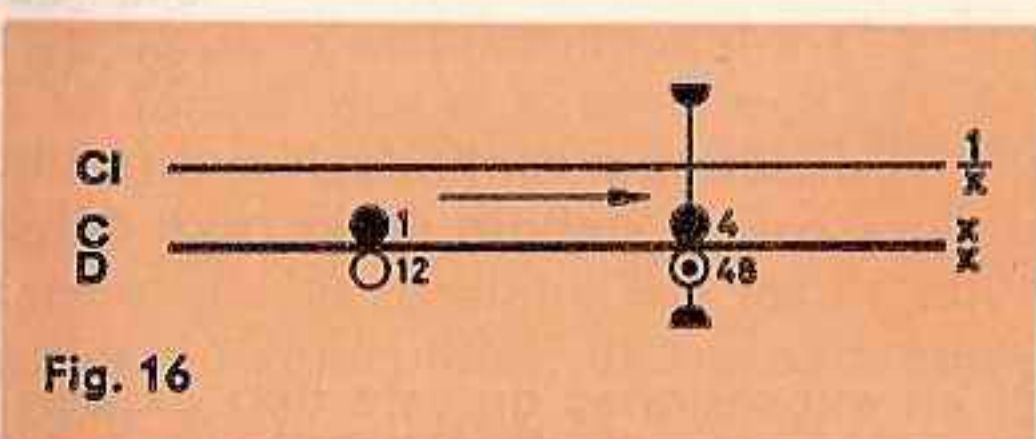


Fig. 16

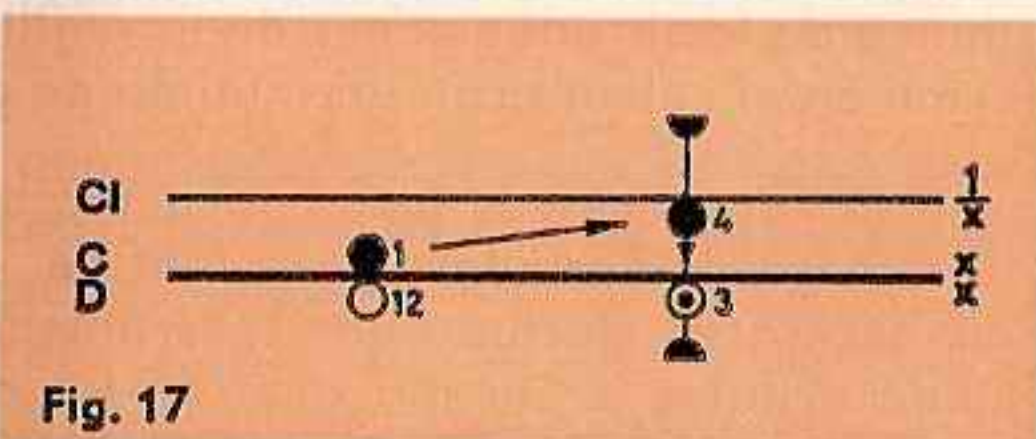


Fig. 17

Existen por lo tanto para la multiplicación y división dos posibilidades de graduación, de las cuales el calculador experimentado escogerá en cada caso la mejor, con el fin de obtener, en el cálculo de una expresión compuesta, divisiones y multiplicaciones alternadas.

Las relaciones citadas hasta ahora entre las escalas C y CI valen de igual forma para las escalas CF y CIF. Para verlo, es aconsejable repetir el mismo «juego de números» con el grupo de escalas CF/DF/CIF.

Quien haya estudiado hasta ahora atentamente los capítulos anteriores, reconocerá ahora que la escala CIF es el justo complemento del sistema de escalas. Y aquel que aproveche convenientemente las ventajas de las escalas desplazadas, usará por igual la escala CIF como la escala CI.

Expresiones de la forma $a \cdot b \cdot c$ ó $\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$ etc. se resuelven, al igual que

los problemas de multiplicación y división combinadas, mediante multiplicaciones y divisiones alternadas (cap. 9). Durante el cálculo puede pasarse del grupo de escalas C, D y CI al grupo de escalas CF, DF y CIF, para evitar un «corrimiento» de la reglilla.

En el ejemplo de la fig. 18 se coloca, al igual que en una división, el 185 de la escala D frente al 6 de la escala CI y se efectúa la multiplicación por 0,95 mediante la escala superior CF. El resultado 1054 se encuentra en la escala DF.

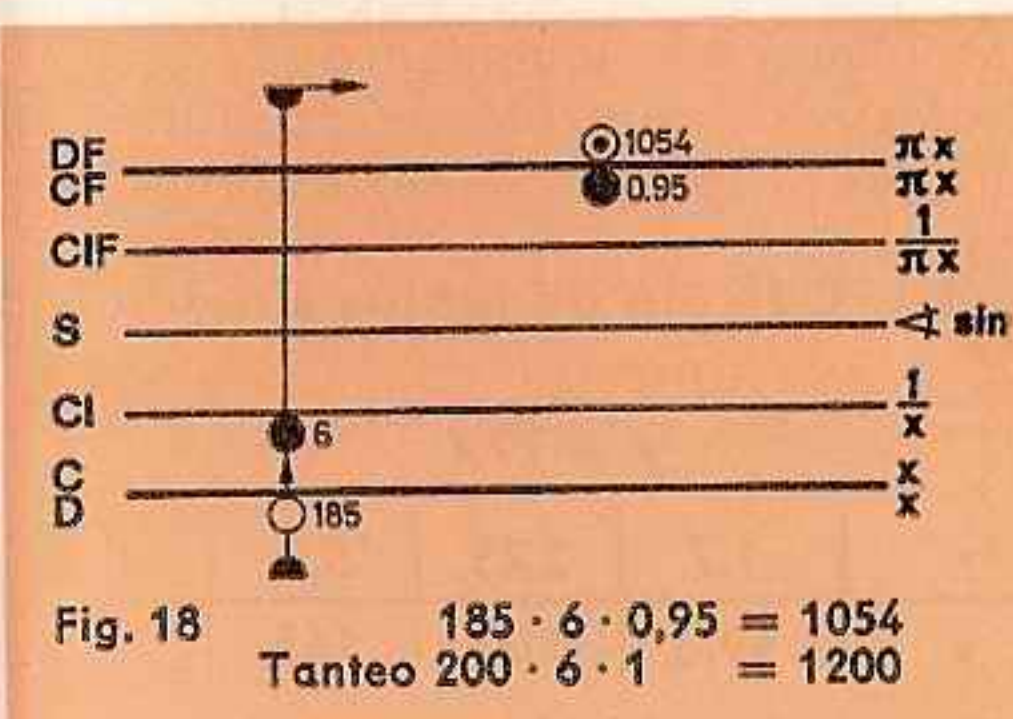


Fig. 18 $185 \cdot 6 \cdot 0,95 = 1054$
Tanteo $200 \cdot 6 \cdot 1 = 1200$

Para el calculador experimentado presenta ventajas la escala recíproca DI, cuando ocasionalmente se intercambian en un proceso de cálculo las funciones de las escalas del cuerpo de la regla y las de la reglilla, p. ej. al calcular proporciones.

11. Proporciones

Proporciones de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ pueden calcularse de una

forma especialmente sencilla y clara, mediante la regla de cálculo, ya que al graduar una de las relaciones pueden leerse todas las demás, sin más que mover el cursor. La línea de separación entre la escala del cuerpo y de la reglilla puede considerarse como la raya del quebrado. Por ello debería de preferirse esta forma de cálculo a las demás.

Ejemplo: 9,5 kg de un producto cuestan ptas. 6,30, cuanto cuestan 8,4 kg?

Se gradúa como proporción la relación entre el peso y el precio. Colocando frente al peso 9,5 en la escala DF, el precio 6,30 en la escala CF, se encuentran frente a frente en las escalas CF/DF y C/D, todos los pesos y precios cuya relación (cociente) es igual a la graduada. Según la primera graduación se encuentran en DF y D todos los pesos y en las escalas CF y C los precios correspondientes. Frente al peso 8,4 se leerá por lo tanto el precio 5,57. En la figura están indicadas más relaciones peso-precio.

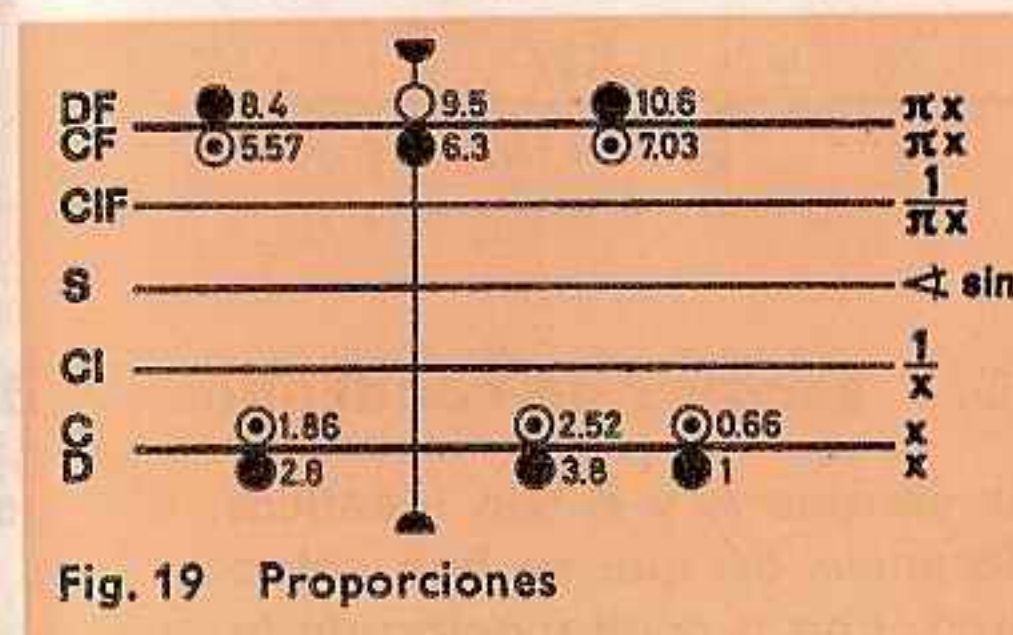


Fig. 19 Proporciones

10,6 kg cuestan ptas. 7,03 (escala CF/DF)
3,8 kg cuestan ptas. 2,52 (escala C/D)
2,8 kg cuestan ptas. 1,86 (escala C/D)
1 kg cuesta ptas. 0,66 (escala C/D)

Puede proseguirse pues la proporción a deseo:

$$\frac{\text{kg}}{\text{ptas}} = \frac{9,5}{6,3} = \frac{8,4}{5,57} = \frac{10,6}{7,03} = \frac{3,8}{2,52} = \frac{2,8}{1,86} = \frac{1}{0,66} \dots$$

El cálculo de proporciones es en gran parte independiente de las reglas explicadas hasta ahora. Es indiferente, como y donde se gradúe frente a los kg las ptas., siendo decisivo, buscar los pesos donde se graduó el primer peso y leer los precios en la escala correspondiente que se encuentra frente a la anterior.

Este principio de la proporción directa $a : b = c : d$, con la regla de cuanto mayor tanto mayor, es también válido para las proporciones inversas, de regla cuanto mayor tanto menor y respectivamente cuanto menor tanto mayor,

que llevan a la igualdad $a \cdot b = c \cdot d$ y que pueden resolverse mediante las escalas recíprocas (véase cap. 10). Finalmente este principio es también válido para las proporciones mixtas $a \cdot b = c : d$ y $a : b = c \cdot d$.

11.1 Cálculo de tablas sin «corrimiento» de la reglilla

$$y = 29x$$

x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Para $x = 5$ puede leerse en el par de escalas superior sin que sea necesario el «corrimiento» de la reglilla.

$$y = \frac{28,2}{x} = 28,2 \cdot \frac{1}{x}$$

x	7,43	2,92	1,567
y	3,795	9,66	18,0

$$y = \frac{x}{18,2} = \frac{1}{18,2} \cdot x$$

x	3,17	112,1
y	0,1742	6,16

12. Escalas de cuadrados A, B y BI

Las escalas A y B son idénticas, al igual que las escalas C y D, pero con la diferencia de que se han colocado dos escalas fundamentales reducidas a la mitad, una a continuación de la otra. La escala BI es la escala recíproca de B. Con estas tres escalas pueden pues resolverse todos los problemas planteados hasta ahora, aunque con menor exactitud, ya que para su subdivisión solamente se disponía de la mitad de la longitud de la regla. Estas escalas, colocadas una a continuación de la otra tienen la ventaja de que nunca es necesario el «corrimiento» de la reglilla.

El cuadro de divisiones de la escala A es distinto al de la escala D. Aparecen los tres tipos de subdivisión pero en otro orden.

La importancia de las escalas de cuadrados reside en que al pasar de D a A, de C a B y de CI a BI se eleva al cuadrado y en sentido inverso se saca la raíz cuadrada.

Al calcular con las escalas de cuadrados es ventajoso separar las poten-

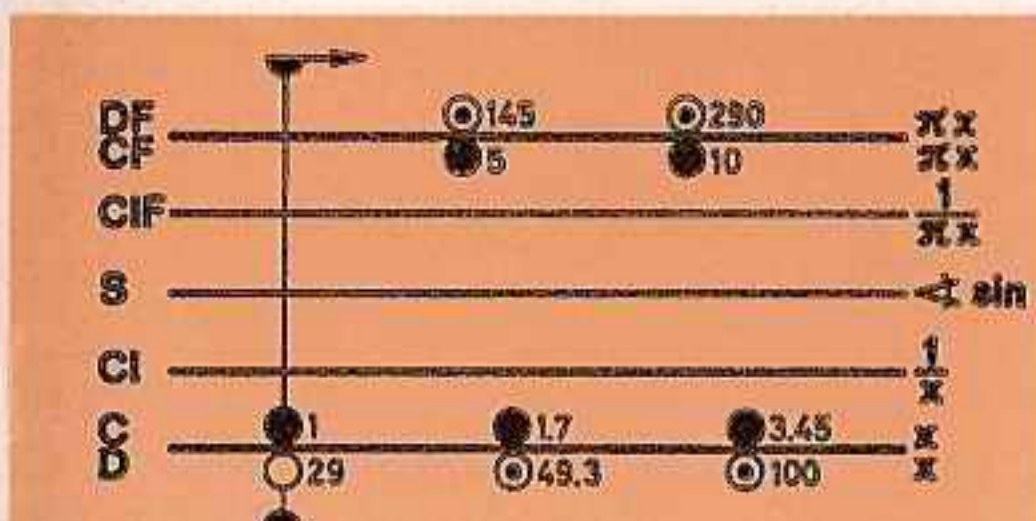


Fig. 20

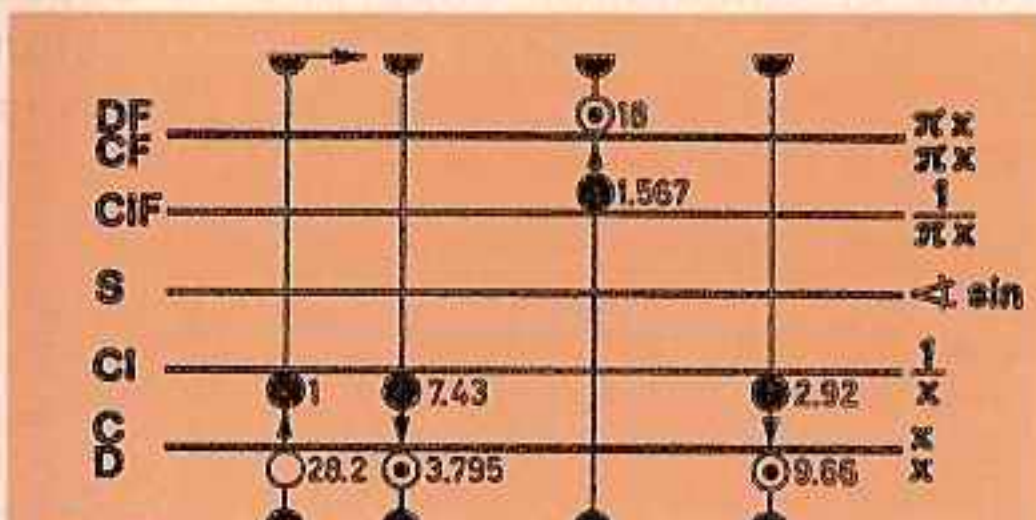


Fig. 21

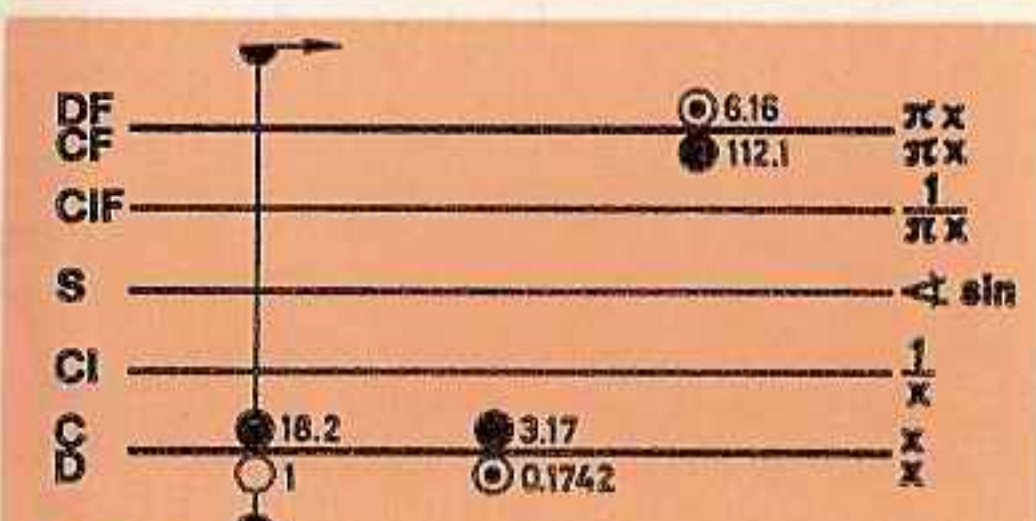


Fig. 22

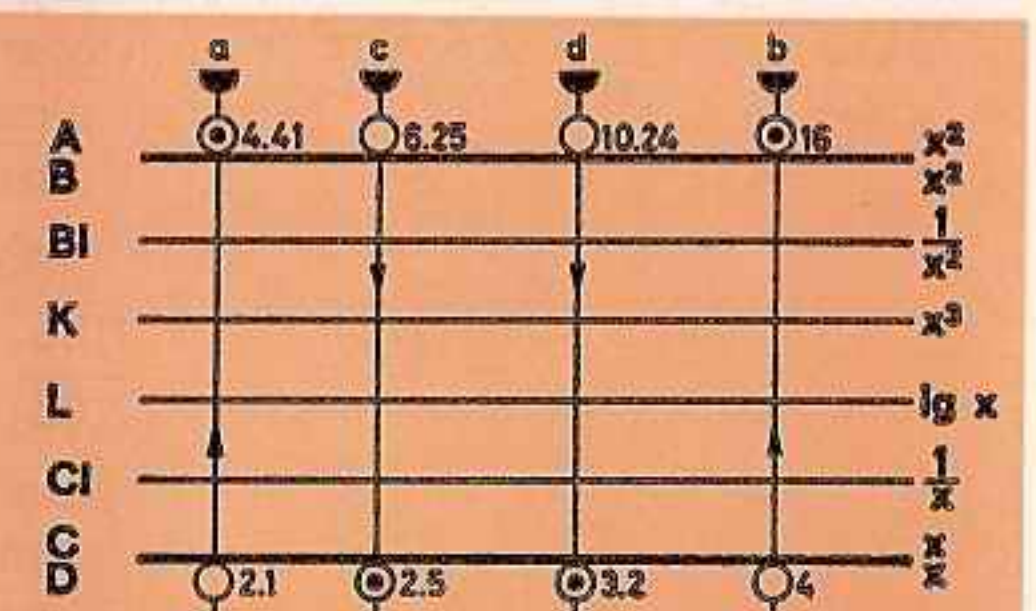


Fig. 23 a) $2,1^2 = 4,41$ b) $4^2 = 16$
c) $\sqrt{6,25} = 2,5$
d) $\sqrt{10,24} = 3,2$ (Graduación en el intervalo derecho)

cias de diez, para asegurar la colocación correcta de la coma o la graduación en el intervalo correcto respectivamente. Se trata siempre de obtener valores numéricos, cuyos cuadrados o raíces cuadradas sean fáciles de sobrever. La forma más fácil de conseguirlo, es ayudarnos con la numeración de la escala, colocando en D solamente valores de 1 a 10 o en A respectivamente de 1 a 100. Por ello se reducen todos los demás números a estos valores.

La separación de potencias de diez en los ejemplos siguientes lleva a las graduaciones de la fig. 23.

$$\begin{aligned} \text{a) } 21^2 &= (2,1 \cdot 10)^2 = 2,1^2 \cdot 100 = 441 \\ \text{c) } 0,025^2 &= \left(\frac{2,5}{100}\right)^2 = \frac{6,25}{10000} = 0,000625 \\ \text{d) } \sqrt{1024} &= \sqrt{10,24 \cdot 100} = 3,2 \cdot 10 = 32 \\ \sqrt{0,1024} &= \sqrt{\frac{10,24}{100}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10,24} = \frac{3,2}{10} = 0,32 \end{aligned}$$

13. Escala de cubos K

La escala K consta de tres escalas de igual longitud, colocadas una a continuación de la otra, con lo que cada una solamente tiene un tercio de la longitud de la escala D. Luego para cada valor graduado entre 1 y 10 en D, puede leerse en la escala K el valor cúbico correspondiente entre 1 y 1000. Mediante la operación inversa hallamos para cada valor graduado en K la raíz cúbica en D. Para hallar la posición de la coma o para graduar correctamente el radicando en la escala K, es conveniente separar las potencias de diez.

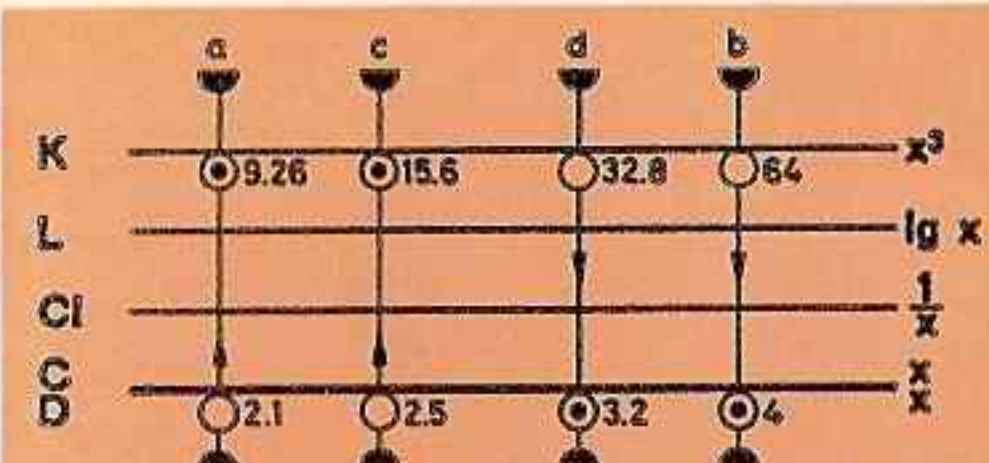


Fig. 24 a) $2,1^3 = 9,26$ b) $\sqrt[3]{64} = 4$
c) $2,5^3 = 15,6$ d) $\sqrt[3]{32,8} = 3,2$

También los siguientes ejemplos pueden deducirse de la fig. 24:

$$\begin{aligned} \text{a) } 21^3 &= (2,1 \cdot 10)^3 = 9,26 \cdot 1000 = 9260 \\ \text{b) } 0,4^3 &= \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{64}{1000} = 0,064 \\ \text{d) } \sqrt[3]{0,0328} &= \sqrt[3]{\frac{32,8}{1000}} = \frac{3,2}{10} = 0,32 \end{aligned}$$

14. Escala pitagórica P

Según el teorema de Pitágoras, la relación entre los lados de un triángulo rectángulo de hipotenusa 1 es:

$$y = \sqrt{1 - x^2}.$$

Para cualquier graduación de x en la escala fundamental D, se leerá en la escala P el valor $y = \sqrt{1 - x^2}$. Recíprocamente vale también $x = \sqrt{1 - y^2}$.

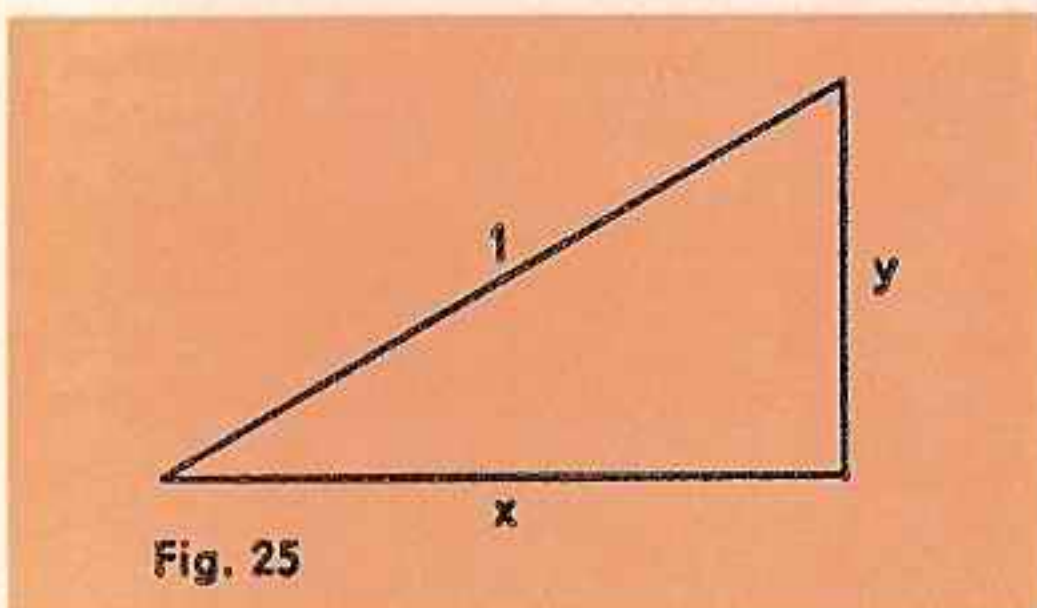
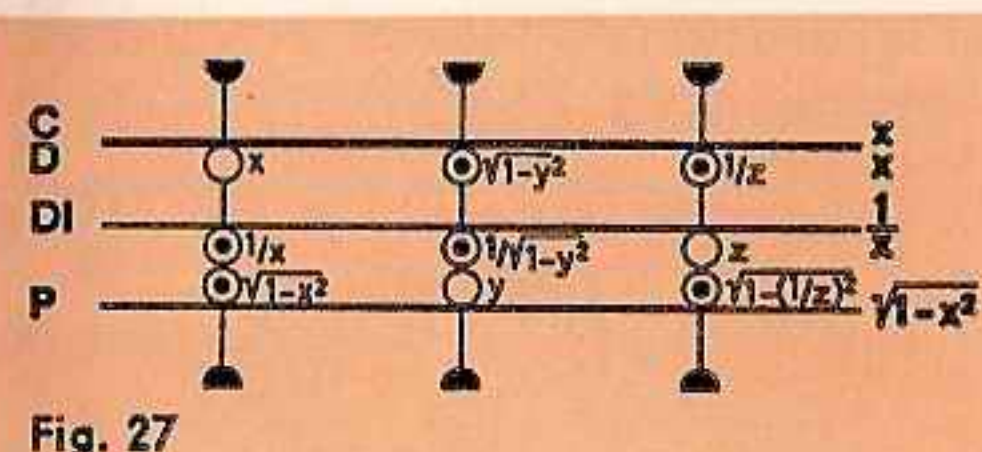
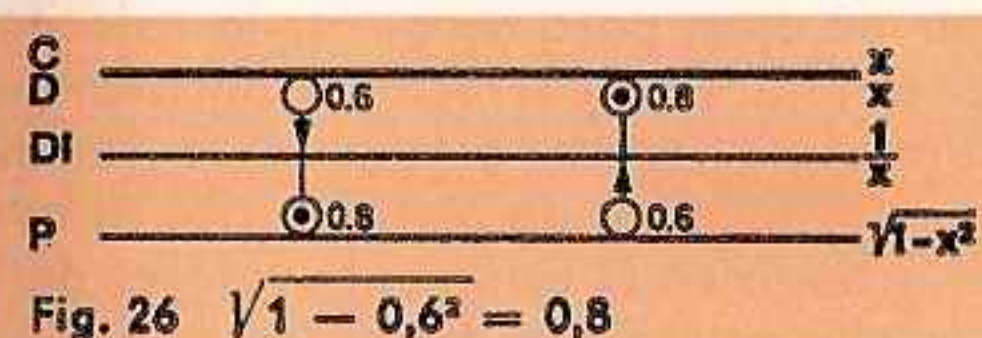


Fig. 25

En el ejemplo de la fig. 26 puede verse, que 0,6 puede graduarse tanto en la escala D como en la P, encontrándose el resultado 0,8 siempre en la escala vecina correspondiente. Se elige siempre la colocación más favorable para una mayor exactitud. En el ejemplo $\sqrt{1 - 0,15^2} = 0,9887$ se gradúa 0,15 en la escala D. Esta relación es importante para las conversiones $\sin \leftrightarrow \cos$, según la igualdad $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Si además se añade también la escala DI resultan las combinaciones indicadas en la fig 27.



Para obtener con mayor exactitud raíces cuadradas, se forma p. ej.

$$\sqrt{0,91} = \sqrt{1 - 0,09} = 0,9540$$

0,09 se gradúa en la parte izquierda de la escala A, encontrándose entonces $\sqrt{0,09} = 0,3$ en D y el valor $\sqrt{1 - 0,3^2} = 0,9540$ en P. Se mejora la exactitud para los números comprendidos entre uno y aprox. $\sqrt{0,65}$. Es siempre práctico usar esta forma de cálculo, cuando el radicando es un poco más pequeño que 0,01; 1; 100 etc.

15. Funciones trigonométricas

Las escalas S, T1 y T2 en unión de la escala fundamental D, son usadas para la determinación de las funciones trigonométricas seno y tangente. Graduando el ángulo con el cursor en las escalas S, T1 o T2, se halla bajo la raya del cursor en la escala D el valor de la correspondiente función trigonométrica. Recíprocamente puede hallarse el ángulo correspondiente en las escalas S, T1 y T2 de la función graduada en la escala D. La numeración de los ángulos de las escalas S, T1 y T2, subdivididas decimalmente, solamente es válida para los valores de los grados que se encuentran en ellas.

La regla de cálculo solo da los valores de las funciones para ángulos en el primer cuadrante. Para la reducción al primer cuadrante de cualesquiera ángulos se han reunido en una tabla las relaciones de las funciones angulares.

	$\pm \alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$
sen	$\pm \sin \alpha$	$\pm \cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$
cos	$\pm \cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
tan	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$
cot	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$

15.1 Seno

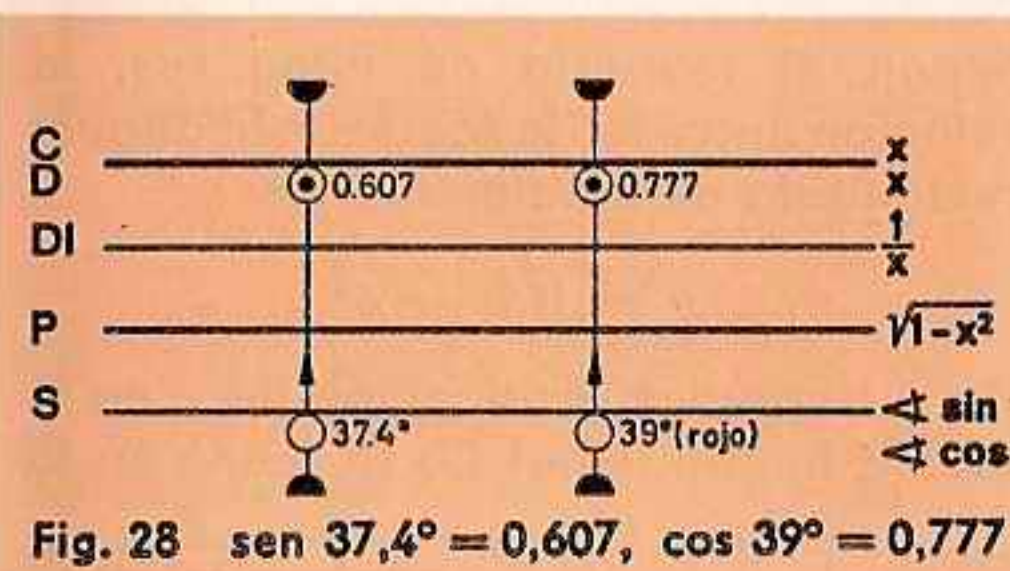
Colocando el cursor en la escala S sobre el ángulo $37,4^\circ$ puede leerse el valor de la función $\sin 37,4 = 0,607$ en la escala D (fig. 28).

Todos los valores de las funciones correspondientes a los ángulos graduados en la escala S desde $5,73^\circ$ a 90° están comprendidos entre 0,1 y 1,0.

Ejemplos para practicar:

$$\sin 18,3^\circ = 0,314$$

$$\sin 59^\circ = 0,857$$



15.2 Coseno

El coseno de un ángulo es igual al seno del ángulo complementario.

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$$

Por ello la escala de senos es también una escala de cosenos para ángulos graduados mediante la numeración roja que discurre en sentido inverso. La fig. 28 presenta la graduación $\cos 39^\circ = 0,777$, que se corresponde con $\sin (90^\circ - 39^\circ) = \sin 51^\circ$.

Ejemplos para practicar: $\cos 18,3^\circ = 0,949$

$$\cos 59^\circ = 0,515$$

15.3 Escala de senos en la reglilla

En esta regla de cálculo se dispone de una escala de senos en el cuerpo y otra en la reglilla. Según el cálculo a hacer es más conveniente usar la escala de senos fija o la desplazable. En la multiplicación o división de varias funciones, p. ej. en la trigonometría esférica, son prácticas ambas escalas.

También para operaciones como $\frac{a}{\sin \alpha}$ y $\frac{b}{\cos \beta}$ o para la aplicación de la ley de refracción de la óptica en la forma $\frac{n}{n'} = \frac{\sin i'}{\sin i}$, presenta ventajas la escala S de la reglilla.

15.4 Tangente

La escala de tangentes consta de dos partes; T1 va desde $5,71^\circ$ hasta 45° y T2 desde 45° hasta $84,29^\circ$. Para los ángulos graduados en la escala T1 se hallan en la escala D las funciones comprendidas entre 0,1 y 1, y para los ángulos graduados en T2 se leen las funciones comprendidas entre 1 y 10.

La fig. 29 presenta la graduación para $\tan 19,4^\circ$ en la escala T1 y $\tan 70^\circ$ en la escala T2.

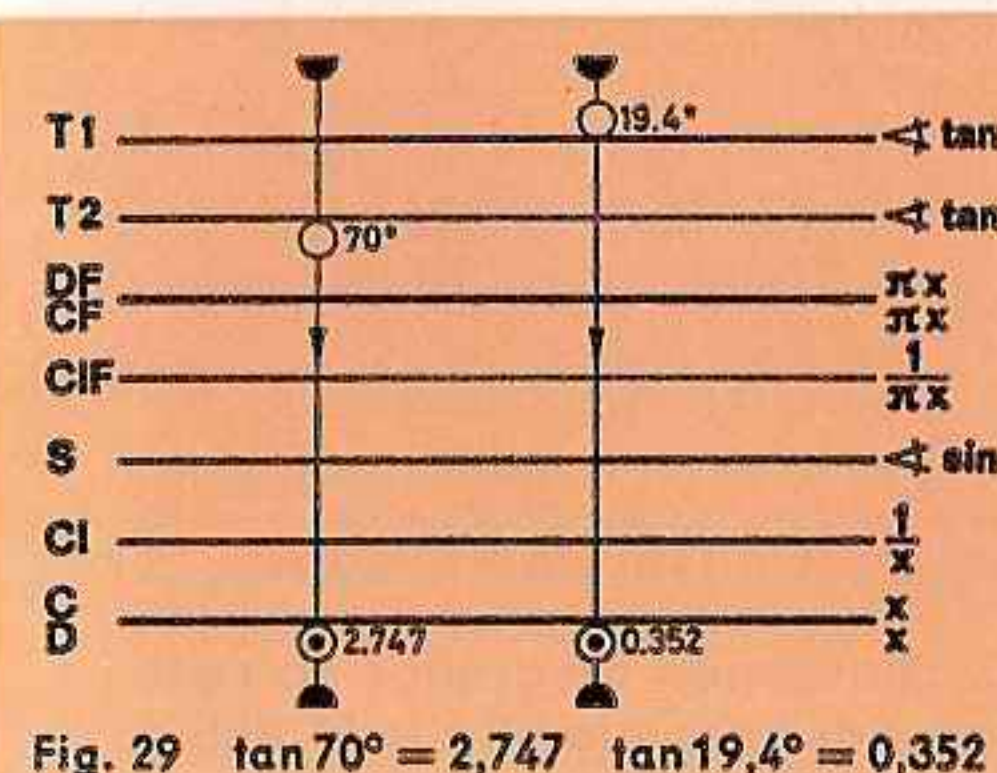
Ejemplos para practicar:

$$a) \tan 23,6^\circ = 0,437$$

$$b) \tan 41,1^\circ = 0,872$$

$$c) \tan 51,2^\circ = 1,244$$

$$d) \tan 73,4^\circ = 3,35$$



15.5 Cotangente

La cotangente es el valor recíproco de la tangente; por ello puede leerse la cotangente en la escala DI de cualquier ángulo graduado en las escalas T1 ó T2.

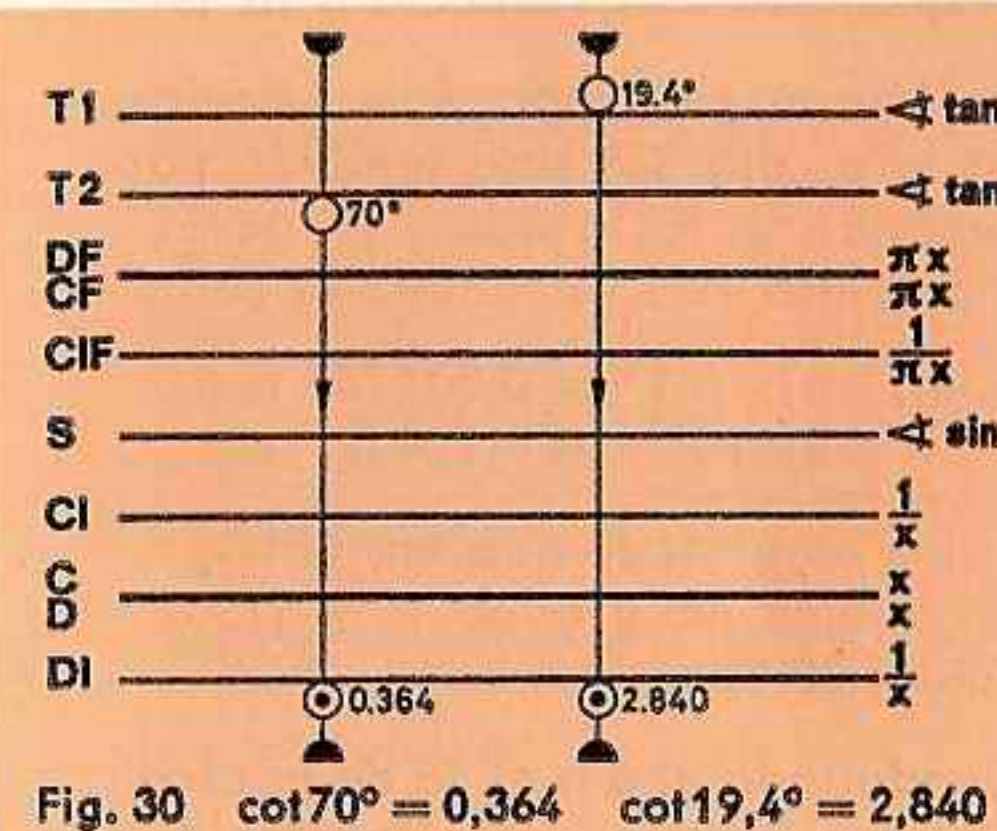
Ejemplos para practicar:

$$\cot 23,6^\circ = 2,289$$

$$\cot 41,1^\circ = 1,146$$

$$\cot 51,2^\circ = 0,804$$

$$\cot 73,4^\circ = 0,298$$



16. Escala ST

Esta escala es una continuación de las escalas S y T para ángulos cuyas funciones, comprendidas entre 0,01 y 0,1 se leen en la escala D. Pero sirve además para la conversión de grados en radianes al pasar a la escala D.

16.1 Ángulos pequeños — Ángulos grandes

Al calcular $\sin \alpha$ y $\tan \alpha < 5,5^\circ$, así como $\cos \alpha$ y $\cot \alpha$ para $\alpha > 84,5^\circ$, es válida la aproximación:

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \cos (90^\circ - \alpha) \approx \cot (90^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{180} \alpha^\circ = 0,01745 \alpha^\circ$$

La escala ST está numerada de $0,55^\circ$ a 6° y dividida en radianes. Para un ángulo graduado en ella se lee en la escala D la longitud del arco, que es a su vez una aproximación para el seno y la tangente. La numeración roja en sentido contrario de la escala ST desde 84° a $89,45^\circ$, es válida para los correspondientes valores del coseno y de la cotangente.

La analogía entre $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ y $\text{arc } \alpha$ es muy buena hasta los 4° ; para ángulos mayores se calcula con mayor exactitud aplicando:

$$\sin \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\sin 6^\circ}{6} \quad \text{respectivamente} \quad \tan \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\tan 6^\circ}{6}$$

Los valores de $\cos \alpha$ para $\alpha < 5,7^\circ$ y $\sin \alpha$ para $\alpha > 84,3^\circ$ se leen con poca exactitud en la regla de cálculo. En este caso se aplica el comienzo de un desarrollo en serie:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (\text{en rad})$$

Ejemplo: $\cos 1,5^\circ = 1 - \frac{0,0262^2}{2} = 0,999657$

Para el cálculo del segundo miembro del desarrollo en serie se gradúa el ángulo $1,5$ en la escala ST mediante el cursor. En la escala D se encuentra la función angular en radianes y en la escala A su cuadrado $0,000686$. Para dividir se coloca el 2 de la escala B debajo de la raya del cursor y se lee el resultado $0,000343$ en la escala A.

16.2 Conversión grados $\longleftrightarrow$ radianes

La conversión de grados en radianes resulta con la graduación del cursor, al pasar de la escala ST a la D, debido a que la escala ST es una escala fundamental desplazada con respecto a la D en $\frac{\pi}{180}$. En el sentido inverso se convierte un radián en un grado. Este cálculo no solo es válido para los ángulos indicados en la escala ST, sino también para todos los ángulos, debido a la subdivisión decimal de los grados, ya que el 1 puede leerse también como $0,1^\circ$, 10° etc. y por ello solo se cambia la coma en los radianes.

p. ej. a) $0,1^\circ = 0,001745 \text{ rad}$ c) $5^\circ = 0,08725 \text{ rad}$
b) $10^\circ = 0,1745 \text{ rad}$ d) $0,5^\circ = 0,008725 \text{ rad}$

Si los ángulos se dan en minutos o en segundos, se convierten estos en valores decimales de grado: $1' = 1/60^\circ$ y $1'' = 1/3600^\circ$ (véase también los párrafos 16.3 y 20.1).

Graduando el 6 o el 36 de la escala CF bajo el 1 de la escala ST se obtiene una disposición para calcular tablas, muy práctica para estas transformaciones.

16.3 Las marcas ϱ' y ϱ''

Las marcas ϱ' y ϱ'' que se encuentran en la escala C de la reglilla, simplifican la conversión, cuando los ángulos pequeños vienen dados en minutos o en segundos. Su significado es:

$$\varrho' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3438 \quad \varrho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265$$

Por lo tanto basta efectuar una división para obtener la conversión

$$\text{arc } \alpha = \frac{\alpha'}{\varrho'} = \frac{\alpha''}{\varrho''} \quad \text{p. ej.} \quad \text{arc } 22' = \frac{22'}{\varrho'} = 0,00640 \text{ rad}$$

Mediante el uso de las marcas- ϱ se hace muy cómodo el cálculo con ángulos o arcos pequeños para radios cualesquiera.

$$\alpha = \frac{b}{r} \cdot \varrho, \text{ cuando se busca el ángulo,}$$

$$b = \frac{\alpha \cdot r}{\varrho}, \text{ cuando se busca la longitud del arco.}$$

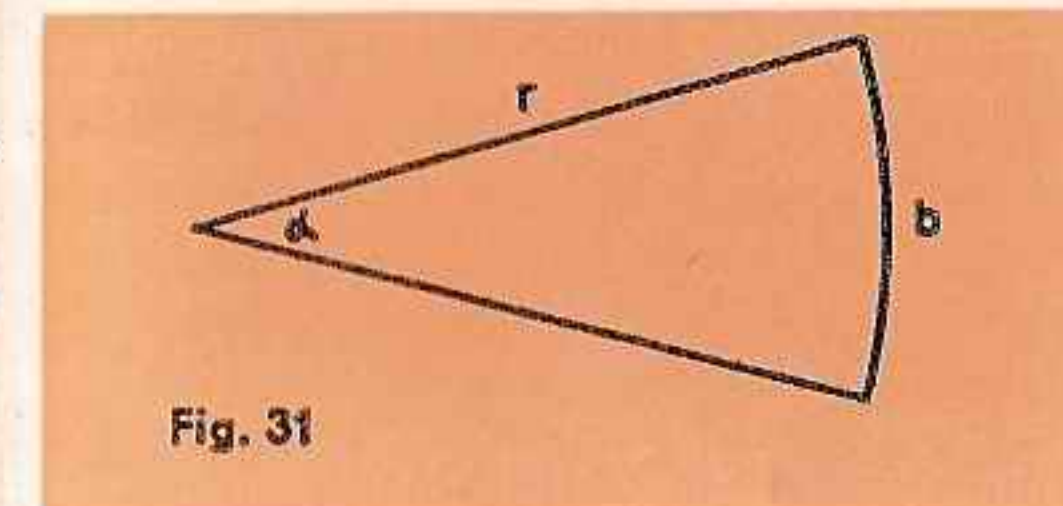


Fig. 31

17. Cálculo trigonométrico de triángulos planos

La ventaja de las escalas trigonométricas no reside solamente en poder leer funciones trigonométricas. Más importante es, que puede calcularse con ellas sin tener que leer los valores de las funciones.

El teorema de los senos es un típico ejemplo de la aplicación del cálculo de proporciones en la regla de cálculo:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Colocando una de las relaciones, para lo cual basta graduar frente a la longitud del lado en la escala C el ángulo opuesto en la escala S, están colocadas todas las demás, de forma que puede leerse para cada lado el ángulo opuesto y recíprocamente para cada ángulo el lado opuesto.

El caso más frecuente en la práctica es el cálculo de triángulos rectángulos. En este caso particular es $\gamma = 90^\circ$ y con ello $\sin \gamma = 1$, así como $\sin \alpha = \cos \beta$ y $\sin \beta = \cos \alpha$.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{1} \\ = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\text{Además es: } \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

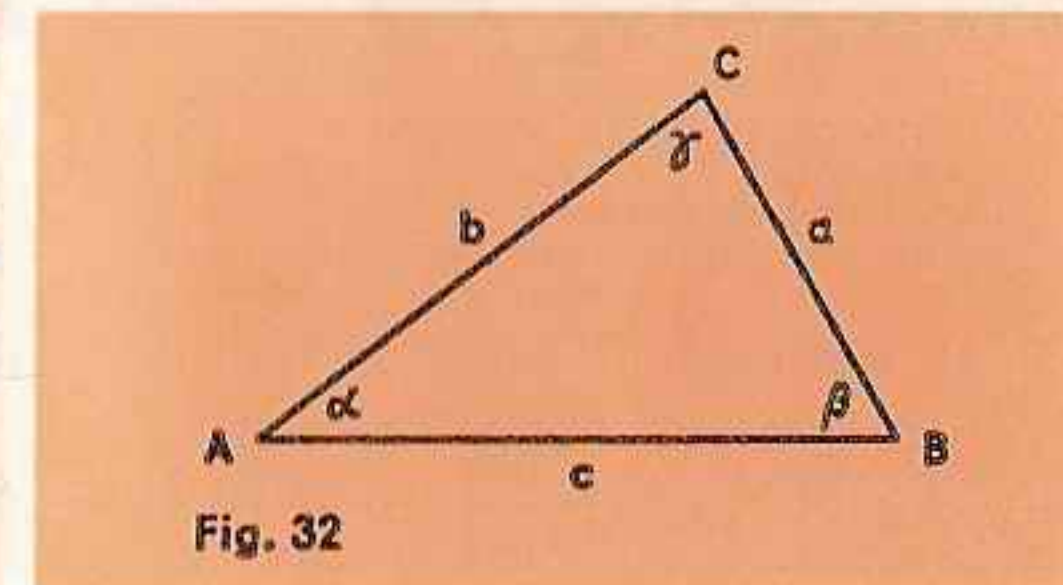


Fig. 32

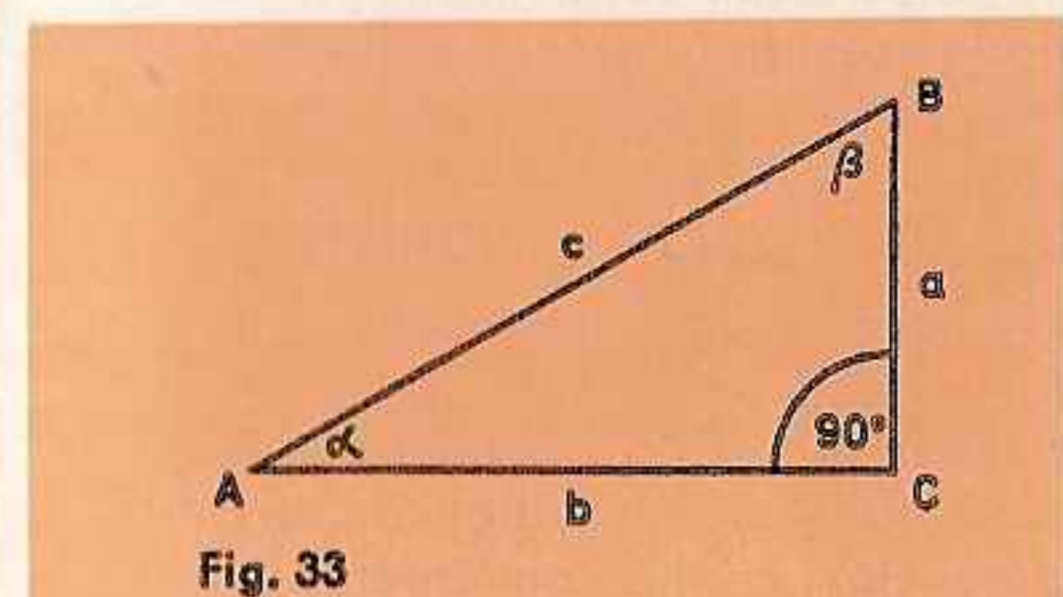


Fig. 33

Según los datos tenemos dos tipos fundamentales de cálculo:

1. Se dan los datos cualesquiera (excepto los del caso 2).
2. Se dan los catetos a y b.

Ejemplo para 1:

Datos: $c = 5$, $a = 3$
 Incógnitas: α , β , b
 Considérese: $\beta = 90^\circ - \alpha$

Colocando frente a la hipotenusa 5 de la escala C el 1 de la escala D como valor correspondiente al sen 90° , se encontrará frente al cateto 3 de C el ángulo $\alpha = 36,88^\circ$ correspondiente en la escala S. Sin mover la reglilla, se coloca el cursor sobre el $36,88^\circ$ de la numeración roja de la escala S. Entonces puede efectuarse en C la lectura del lado $b = 4$, opuesto al ángulo β .

Correspondientemente procederemos, cuando los datos son un cateto y un ángulo, graduando la relación entre el cateto y el seno del ángulo opuesto con las escalas S y C. Algunas veces es más conveniente calcular con la escala CF en vez de la C, para evitar un «corrimiento» de la reglilla.

Ejemplo para 2:

Datos: $a = 3$, $b = 6$
 Incógnitas: α , β , c

$$\tan \alpha = \frac{3}{6} = 3 \cdot \frac{1}{6}$$

Colocamos el 1 de la escala C sobre el cateto más pequeño 3 y encontramos sobre el 6 de la escala CI el ángulo $\alpha = 26,6^\circ$ en la escala T1. Si para la misma posición de la reglilla se coloca el cursor sobre el $26,6^\circ$ de la escala S, se encuentra el resultado $c = 6,71$ en la escala CI, ya que de $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ resulta la

$$\text{proporción } \frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{1/c}. \quad \beta = 90^\circ - 26,6^\circ = 63,4^\circ.$$

Si $a > b$, es decir $\alpha > 45^\circ$, el ángulo no se lee en la escala T1 sino en la T2. El proceso de cálculo siguiente es igual al descrito en el ejemplo anterior.

Estos dos tipos de cálculo de triángulos rectángulos tienen gran importancia en el cálculo vectorial y en el de coordenadas, así como en el cálculo de números complejos. Se trata siempre en estos casos de transformar coordenadas rectangulares a polares y viceversa.

17.1 Números complejos

Números complejos expresados en forma de componentes $Z = a + ib$ se pueden sumar y restar fácilmente, mientras que para multiplicar, dividir y potenciar, es más conveniente la forma vectorial $Z = r \cdot e^{i\varphi} = r/\varphi$. Por este motivo resulta tan frecuente la conversión de una forma en otra.

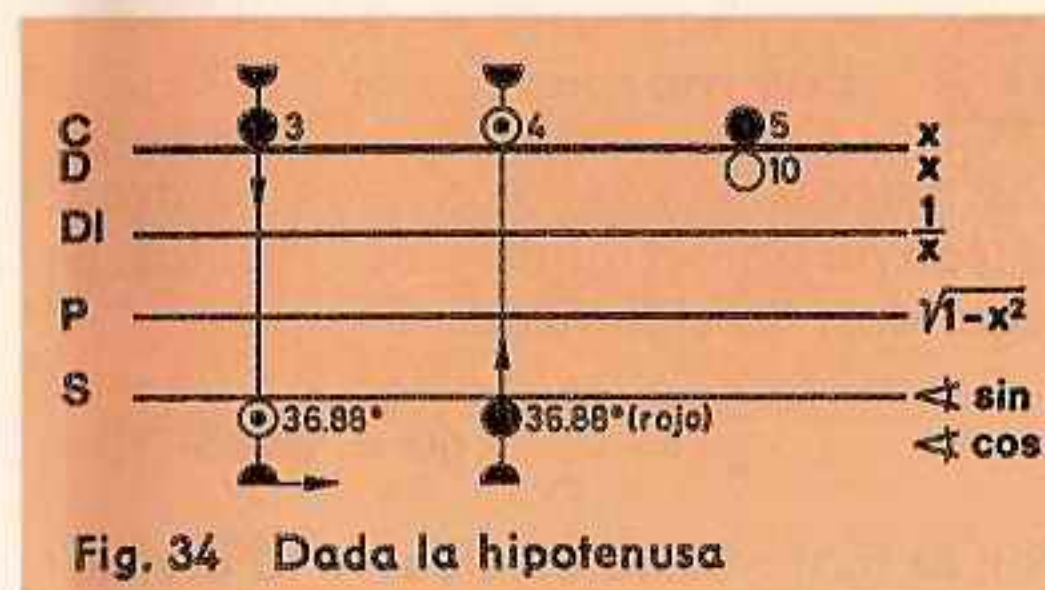


Fig. 34 Dada la hipotenusa

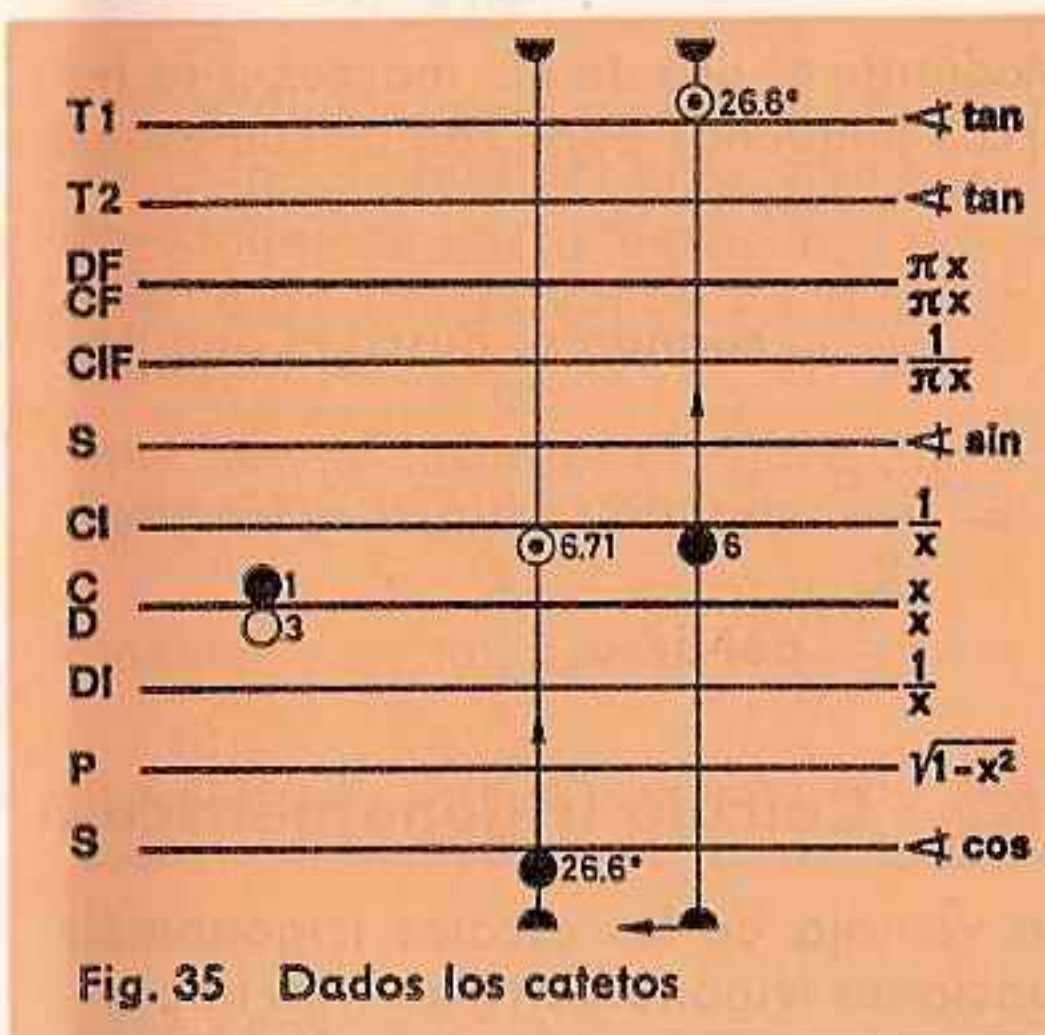


Fig. 35 Dados los catetos

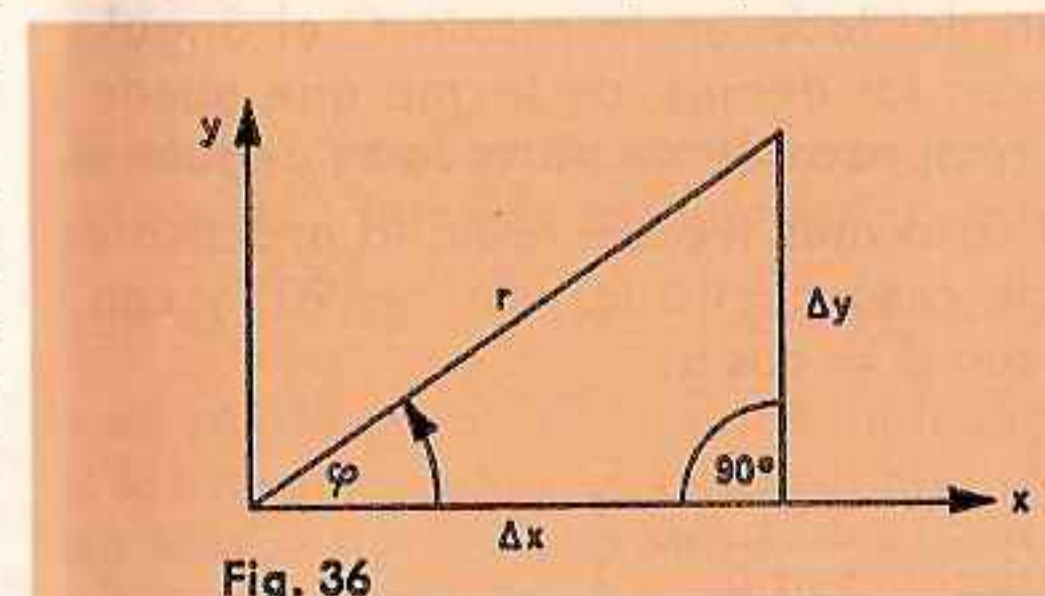


Fig. 36

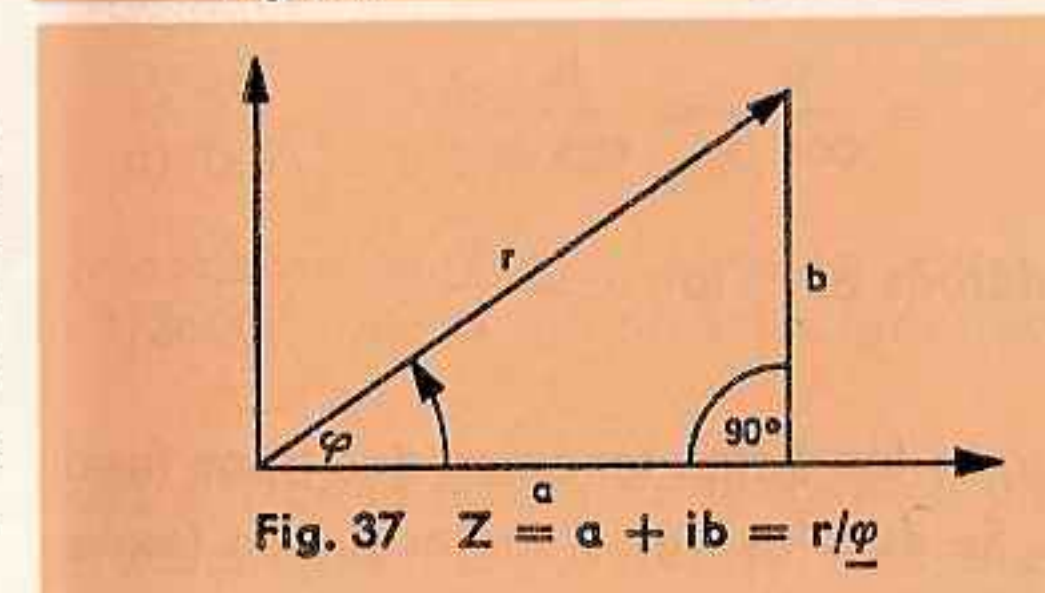


Fig. 37 $Z = a + ib = r/\varphi$

$$\text{Ejemplos: } Z = 4,5 + i 1,3 = 4,68/16,13^\circ$$

$$Z = 6,7/49^\circ = 4,39 + i 5,05$$

El proceso de cálculo resulta de las explicaciones anteriores sobre los triángulos rectángulos y de la fig. 37.

18. Escalas exponenciales

Todas las escalas exponenciales están referidas a las escalas fundamentales C y D. Alcanzan con cuatro escalas e^{+x} LL0, LL1, LL2 y LL3 desde 1,001 hasta 100000 y con cuatro escalas e^{-x} LL00, LL01, LL02 y LL03 desde 0,00001 hasta 0,999.

Las escalas e^{+x} y e^{-x} son recíprocas entre sí, hallándose con mayor exactitud los valores recíprocos de números $< 2,5$ que con las escalas CI o CIF (véase fig. 38).

$$\frac{1}{1,02956} = 0,97134$$

Las escalas exponenciales son escalas de colocación fija de la coma, es decir, el valor 1,35 significa solamente 1,35 y no también 13,5 o 135 como ocurre en las escalas fundamentales.

18.1 Potencias y raíces de exponente ó índice 10 y 100

Las escalas exponenciales están colocadas de tal forma, que al pasar de una escala LL a la contigua se calcula respectivamente la potencia de exponente 10 ó la raíz de este índice según sea el sentido de paso. Las relaciones resultantes se indican en la fig. 38 para la graduación del valor 1,015 en la LL1 mediante la raya del cursor.

Ejemplos:

$$1,015^{0,1} = \sqrt[10]{1,015} = 1,00149$$

$$1,015^1 = 1,015$$

$$1,015^{10} = 1,1605$$

$$1,015^{100} = 4,43$$

$$\frac{1}{1,015^{100}} = 1,015^{-100} = 0,2257$$

$$\frac{1}{1,015^{10}} = 1,015^{-10} = 0,8617$$

$$\frac{1}{1,015^1} = 1,015^{-1} = 0,98522$$

$$\frac{1}{1,015^{0,1}} = \frac{1}{\sqrt[10]{1,015}} = 0,99851$$

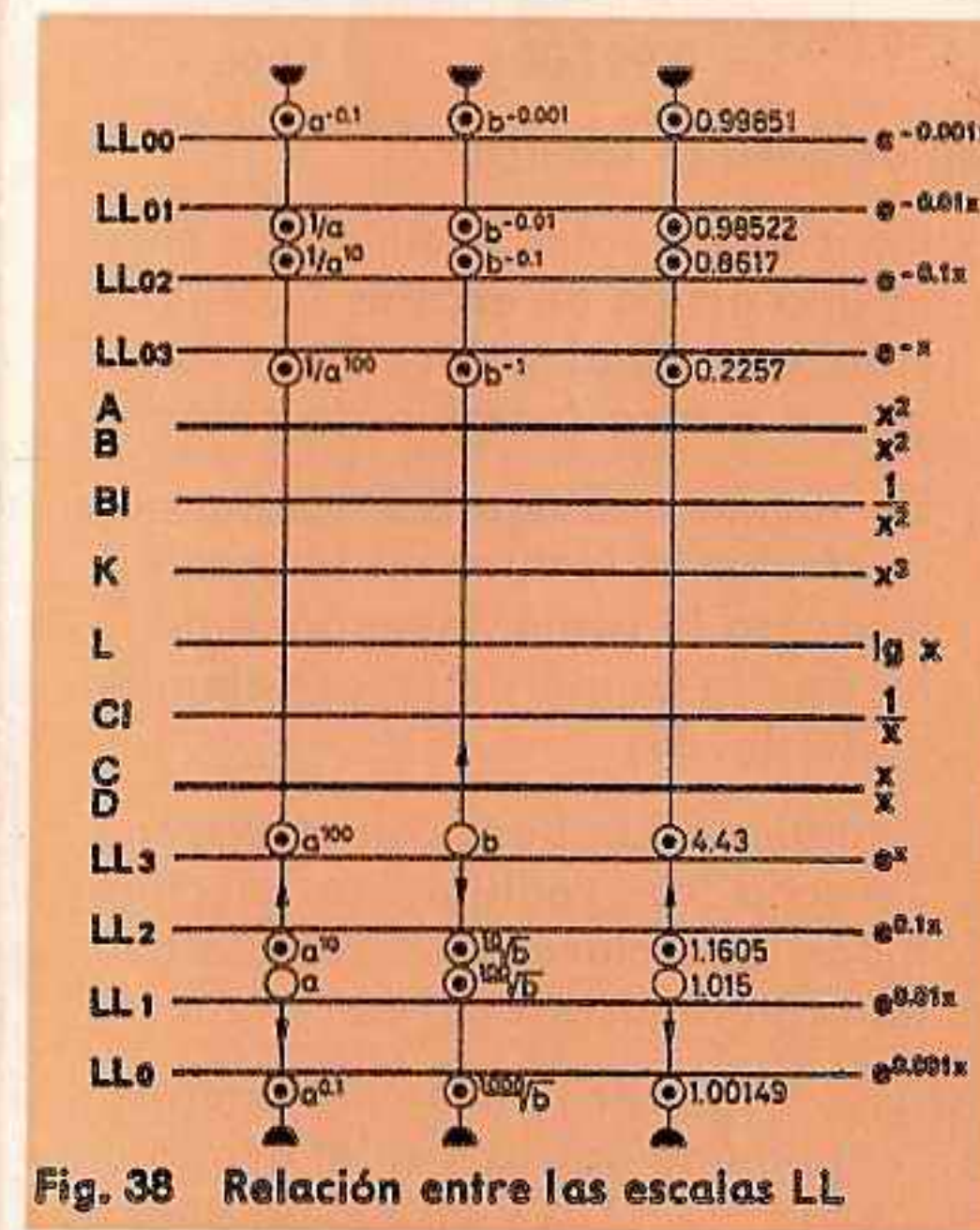


Fig. 38 Relación entre las escalas LL

Variaciones de las lecturas en el mismo orden numérico de la fig. 38:

$$\sqrt[10]{4,43} = 1,1605 \quad \sqrt[100]{0,2257} = 0,98522 \quad 0,98522^{10} = 0,8617 \quad 1,00149^{1000} = 4,43$$

Estos casos se presentan pocas veces en la práctica, pero sirven para facilitar la comprensión del funcionamiento de la escala exponencial.

18.2 Potencias $y = a^x$

Al igual que se multiplican con las escalas fundamentales, se potencia al usar las escalas LL.

Proceso del cálculo:

- Con la ayuda del cursor se gradúa el extremo inicial o final de la escala C sobre el valor de la base «a» en la escala LL correspondiente.
- Graduación del exponente x sobre la escala C moviendo el cursor.
- Lectura del valor de la potencia y bajo la raya del cursor en la escala LL adecuada (véase reglas de lectura!).

Mediante la graduación del valor de la base se obtiene una colocación tabular para la función $y = a^x$. La fig. 39 presenta la graduación para la función $y = 3,2^x$, encontrándose el cursor sobre el exponente 2,5 y sus variaciones decimales.

Ejemplos:		lectura en la escala
$3,2^{2,5} = 18,3$		LL3
$3,2^{0,25} = 1,338$		LL2
$3,2^{0,025} = 1,02956$		LL1
$3,2^{0,0025} = 1,002912$		LL0
$3,2^{-2,5} = 0,0546$		LL03
$3,2^{-0,25} = 0,7476$		LL02
$3,2^{-0,025} = 0,97134$		LL01
$3,2^{-0,0025} = 0,997096$		LL00

Reglas para la lectura:

- Para exponentes positivos se encuentran la graduación y el resultado en el mismo grupo de escalas LL0—LL3 ó LL00—LL03, es decir, en las de numeración con igual color. Para exponentes x negativos hay que pasar de un grupo a otro (cambio de color).
- De forma análoga a la designación de las escalas en su extremo derecho, se efectúa la lectura en la escala LL inmediata de índice inferior, cuando se desplaza la coma del exponente un lugar a la izquierda (véase ejemplo de la fig. 39).
- Graduando la base con el extremo derecho de reglilla, se efectúan todas las lecturas en la escala contigua de índice superior.

Para $a < 1$ se encuentran las potencias con exponente positivo en el grupo de escalas LL00—LL03 y las de exponente negativo en las LL0—LL3.

$$0,685^{2,7} = 0,36 \quad (\text{Fig. 40})$$

$$0,685^{-2,7} = 2,78$$

$$1,46^{2,7} = 2,78$$

$$1,46^{-2,7} = 0,36$$

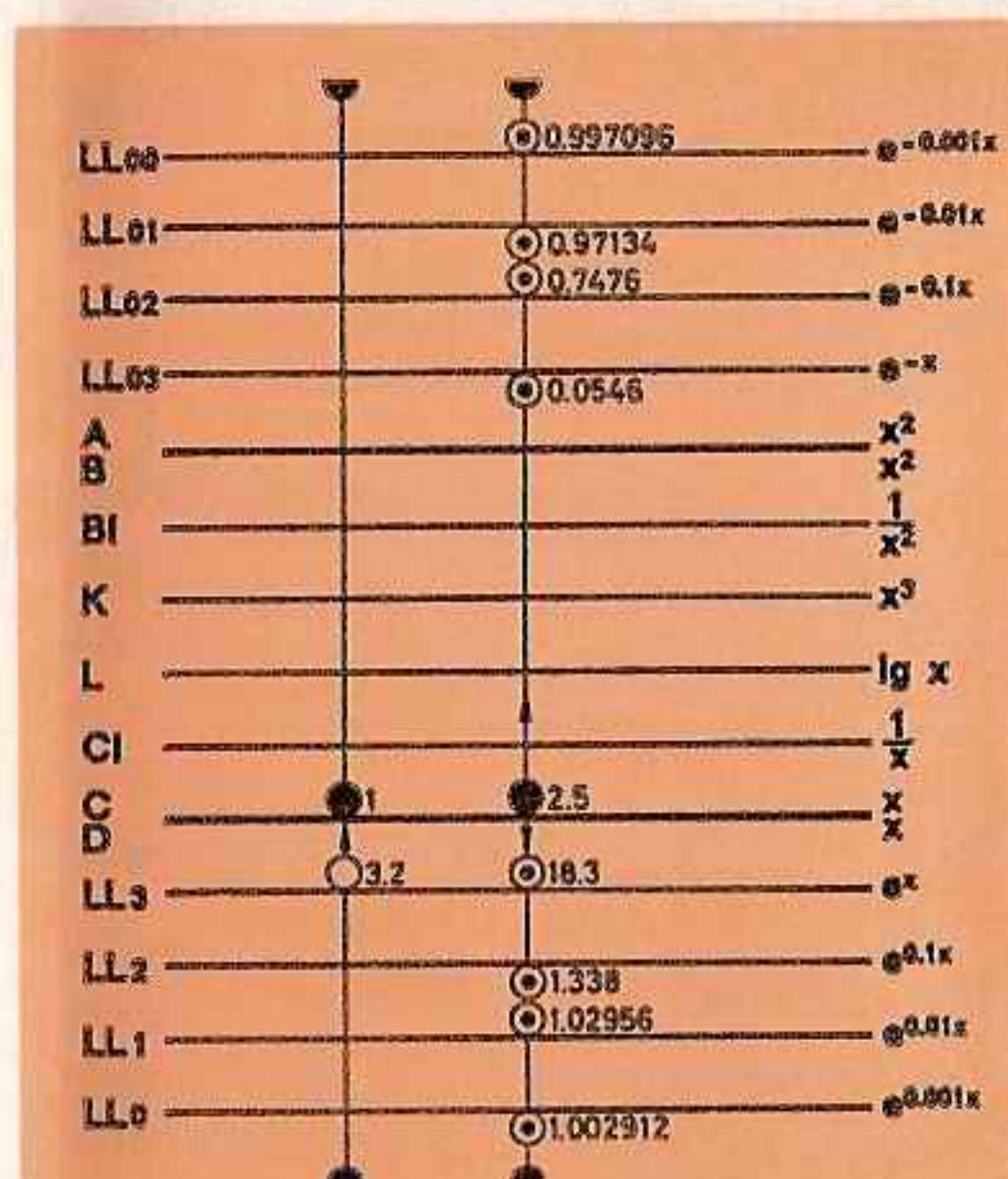


Fig. 39 Potencias

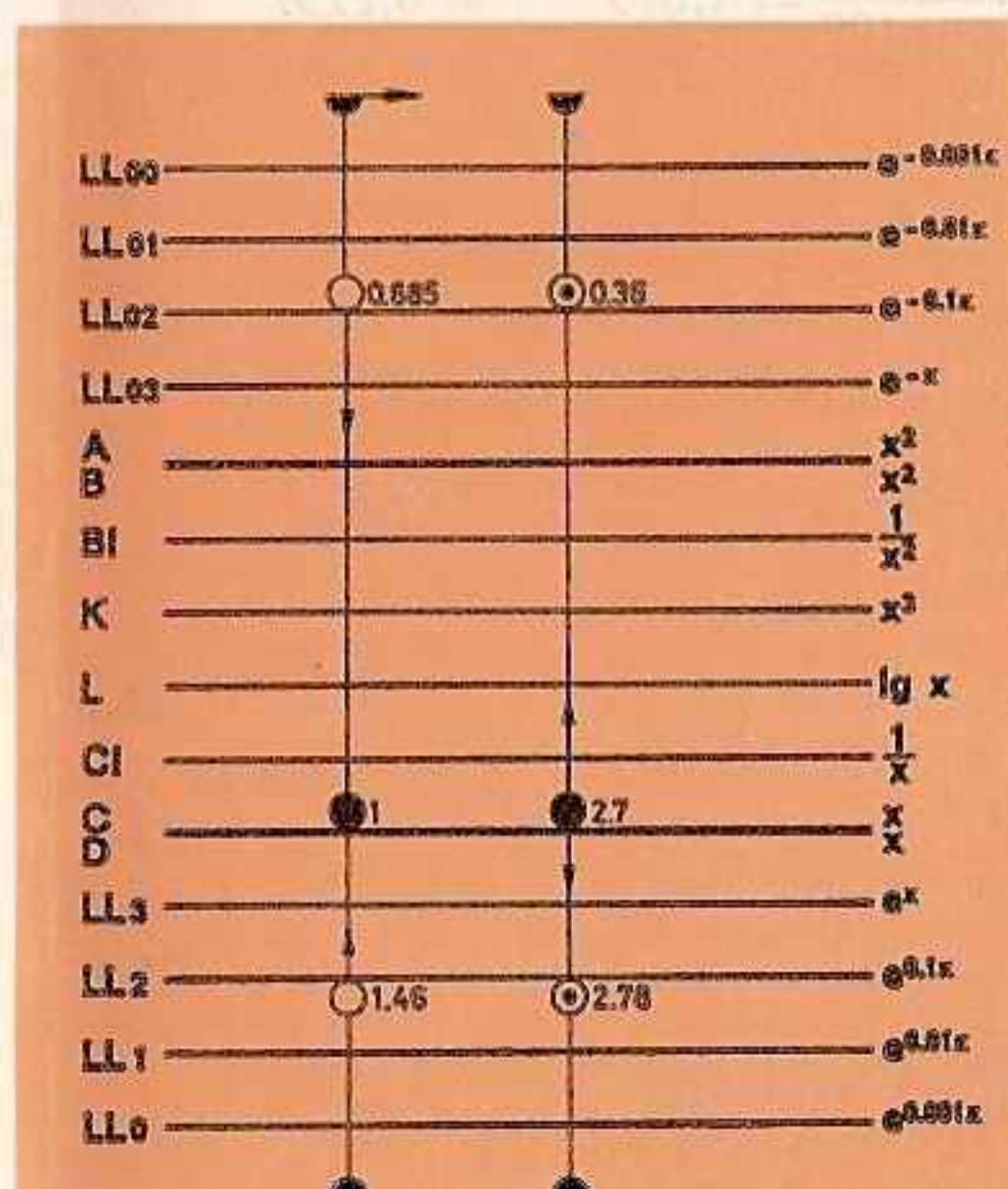


Fig. 40 Principio de C sobre la base

La fig. 41 presenta los mismos ejemplos que la fig. 40, pero graduando con el extremo final de la reglilla, por lo que los resultados no se encuentran en la escala en la que se graduó la base, sino en la escala contigua LL3 ó LL03 respectivamente.

Si la base se encuentran como en este caso, en el centro de la escala, es más práctico, calcular con la escala CF. Entonces se dispone prácticamente del exponente y se evita el «corrimiento» de la reglilla al calcular tablas.

18.3 Casos particulares de $y = a^x$

Las posibilidades de variación del exponente y de la base están limitadas, debido al alcance de las escalas exponenciales.

18.3.1 $y > 100000$ y $y < 0,00001$

Si el resultado de una potencia sobrepasa el alcance de las escalas exponenciales, es necesario descomponer el exponente en varios sumandos y con ello la potencia en varios factores.

Ejemplo:

$$3,14^{19} = 3,14^{6+6+7} = (3,14^6)^2 \cdot 3,14^7 = 0,955^2 \cdot 10^6 \cdot 3,02 \cdot 10^3 = 2,76 \cdot 10^9$$

Para exponentes negativos se sigue el mismo proceso.

18.3.2 $0,999 < y < 1,001$

Cuando el valor de una potencia es menor que 1,001 pero mayor que 0,999, debido a un exponente pequeño, el resultado no puede hallarse en las escalas LL.

El desarrollo en serie

$$a^{\pm x} = 1 \pm \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} \ln^2 a \pm \frac{x^3}{3!} \ln^3 a + \dots$$

da para estos casos una aproximación:

$$a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a \quad \text{para } |x \cdot \ln a| \leq 1$$

Cuando con ayuda del cursor se coloca el 1 de la escala C sobre la base a en la escala LL, se encontrará también sobre el valor $\ln a$ en la escala D (véase párrafos 18.4 y 18.6), y una multiplicación por x desplazando el cursor a este valor de la escala C, da sobre la escala D la lectura $x \cdot \ln a$. Restando o sumando este valor intermedio de 1 se obtiene el valor de la potencia $a^{\pm x}$ deseado. Cuanto más pequeño es el exponente, tanto más exacto es el resultado de este método.

Con ello puede continuarse el ejemplo de la fig. 39. Así se tiene p. ej.:

$$3,2^{0,00025} = 1 + 0,0002908 = 1,0002908$$

$$3,2^{-0,00025} = 1 - 0,0002908 = 0,9997092$$

Si se desplaza la coma del exponente, el resultado no difiere más que en el número de ceros o nueves después de la coma, p. ej.: $3,2^{0,000025} = 1,00002908$.

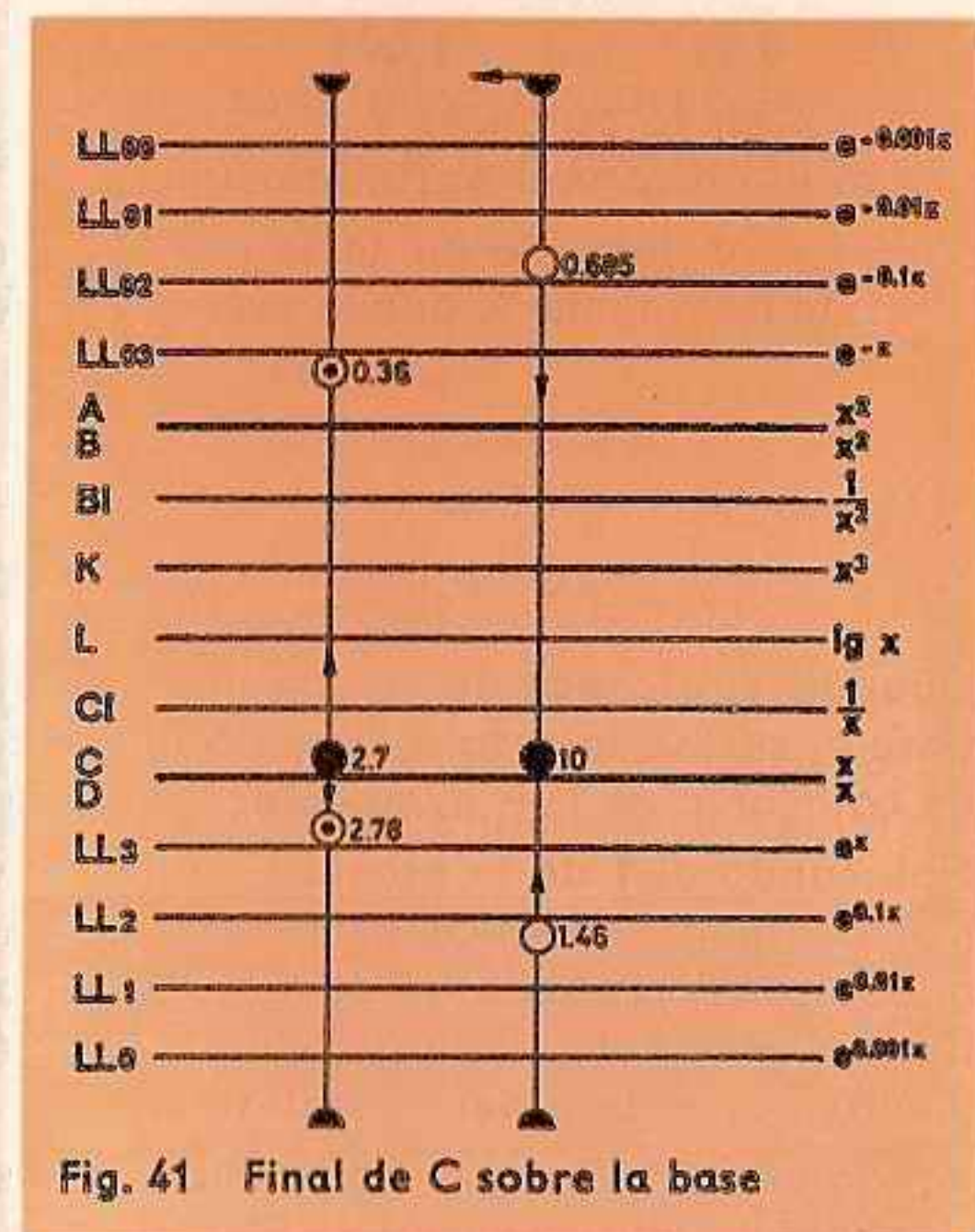


Fig. 41 Final de C sobre la base

18.3.3 $0,999 < a < 1,001$

Cuando en la potencia $y = a^x$, la base está comprendida entre 0,999 y 1,001, se usa también una aproximación.

Según el desarrollo en serie anterior vale $a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a$. Como «a» vale aproximadamente 1, puede escribirse: $a = 1 \pm n$. Con lo que resulta:

$$a^x = (1 \pm n)^x \approx 1 \pm x \cdot \ln(1 \pm n)$$

Como $\ln(1 \pm n) = \pm n - \frac{n^2}{2} \pm \frac{n^3}{3} - \dots \approx \pm n$ (para $|n| \ll 1$), queda

$$(1 \pm n)^x \approx 1 \pm nx \text{ y } (1 \pm n)^{-x} \approx 1 \mp nx \text{ (para } |nx| \ll 1)$$

Cuando el alcance de las escalas LL no es suficiente para la graduación de la base a, se usa la escala D como una escala LL, con la diferencia de que en vez de colocar $a = 1 \pm n$, se coloca el valor $|n|$.

Colocando el 1 de la escala C sobre el valor n de la escala D, la colocación es prácticamente idéntica a la de $1 \pm n$ en una escala exponencial, por lo que puede suponerse continuación de esta con el alcance 1,0001 hasta 1,001 ó 0,999 hasta 0,9999 etc. La aproximación $\ln(1 \pm n) = \pm n$ va siendo más exacta para valores de n decrecientes.

La potencia se forma como siempre, solamente que ahora se trata de una simple multiplicación $n \cdot x$. El resultado leído en D tiene que ser completado sumándolo o restándolo de 1. Si con exponentes mayores se entra en el alcance de las escalas LL existentes, se lee directamente el resultado en la escala exponencial correspondiente.

Ejemplos:

$1,00023^{3,7} = (1 + 0,00023)^{3,7} = 1,000851$	Sumar a 1 la lectura de la escala D
$1,00023^{37} = 1,00854$	Lectura en la escala LL0
$0,99977^{3,7} = (1 - 0,00023)^{3,7} = 0,999149$	Restar de 1 la lectura de la escala D
$0,99977^{37} = 0,99152$	Lectura en la escala LL00

18.4 Potencias $y = e^x$

$y = e^x$ es un caso especial de cálculo con la reglilla en su posición inicial, ya que entonces la base es el número $e = 2,718$. Como sea que la escala D tiene constantemente con respecto a las escalas exponenciales esta colocación, basta la graduación del exponente, mediante el cursor, sobre la escala D para efectuar la lectura de la potencia de base e en la escala LL. Colocando el cursor sobre el valor 1,489 de la escala D, pueden leerse los siguientes valores:

$e^{1,489} = 4,43$	$e^{-1,488} = 0,2260$
$e^{0,1489} = 1,1605$	$e^{-0,1489} = 0,8618$
$e^{0,01489} = 1,015$	$e^{-0,01489} = 0,98523$
$e^{0,001489} = 1,001489$	$e^{-0,001489} = 0,998513$

Con más variación se logra la coincidencia con $e^{\pm x} \approx 1 \pm x$.

$$e^{0,0001489} = 1,0001489$$

18.5 Raíces $a = \sqrt[x]{y}$

Las raíces para su mejor comprensión pueden transformarse en potencias. Se gradúan entonces los exponentes en la escala CI, o en la escala DI, si la base es e. En el ejemplo siguiente hay que colocar el cursor sobre el valor 3,5 de DI y efectuar la lectura en LL2 o LL02 respectivamente.

$$\sqrt[3,5]{e} = e^{+\frac{1}{3,5}} = 1,3307$$

$$\frac{1}{\sqrt[3,5]{e}} = e^{-\frac{1}{3,5}} = 0,7514$$

Como primera inversión del cálculo de potencias pueden extraerse raíces mediante las escalas exponenciales de la misma forma que pueden dividirse con las escalas fundamentales.

Correspondientemente $y = a^x$ puede escribirse $\sqrt[x]{y} = a$.

Proceso del cálculo:

- Se coloca frente al radicando y de la escala LL el índice x de la raíz de la escala C.
- Lectura del valor a de la raíz debajo del principio o final de la reglilla en la escala LL correspondiente.

Las reglas para la lectura dadas en el cap. 18.2 también pueden aplicarse en este caso. Hay que observar, no obstante, que la lectura bajo el extremo derecho de la reglilla debe de hacerse en la escala inmediata de numeración inferior LL0—LL3 ó LL00—LL03.

$\frac{0,77}{\sqrt[21]{}} = 52,1$	$\frac{1}{0,77} = 0,0192$
$\frac{7,7}{\sqrt[21]{}} = 1,485$	$\frac{1}{7,7} = 0,0129$
$\frac{77}{\sqrt[21]{}} = 1,0403$	$\frac{1}{77} = 0,00129$
$\frac{770}{\sqrt[21]{}} = 1,00396$	$\frac{1}{770} = 0,00129$

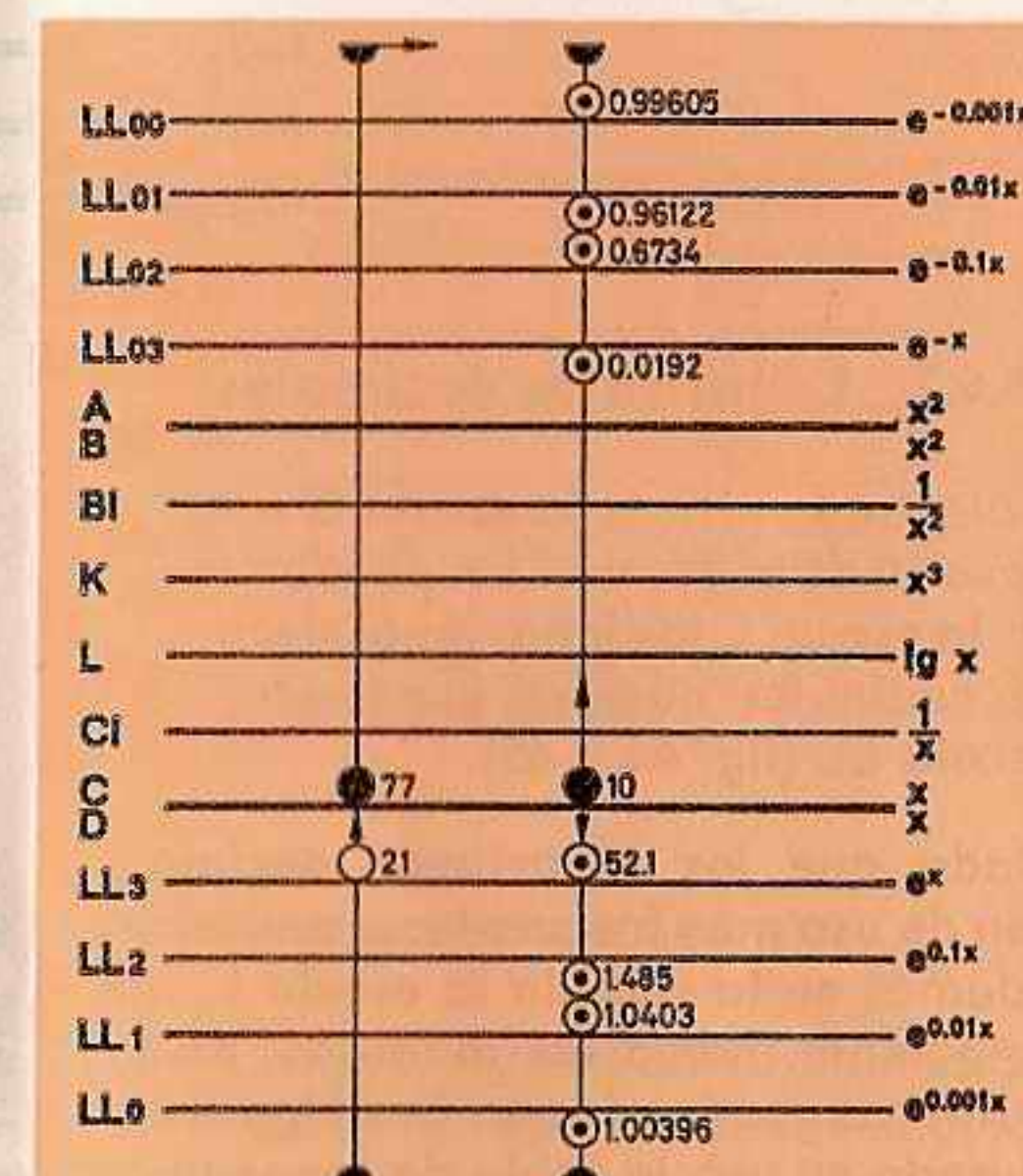


Fig. 42 Raíces

18.6 Logaritmos

18.6.1 Logaritmos de base cualquiera

Con las escalas exponenciales puede hallarse cualquier tipo de logaritmos. Los logaritmos resultan de la inversión de la potenciación. El camino que se sigue puede verse mejor escribiendo la potencia y su inversa:

$$y = a^x \quad x = \log_a y \text{ (léase: logaritmo y en base a)}$$

Luego la determinación de un logaritmo coincide con la solución de una potencia, en la que se busca el exponente.

Proceso de cálculo:

- Colocación del cursor sobre el valor a de la base en la escala LL.
- Colocación del extremo inicial o final de la reglilla bajo la raya del cursor.
- Graduación del número y en la escala LL, mediante la raya del cursor.
- Lectura del logaritmo bajo la raya del cursor en la escala C.

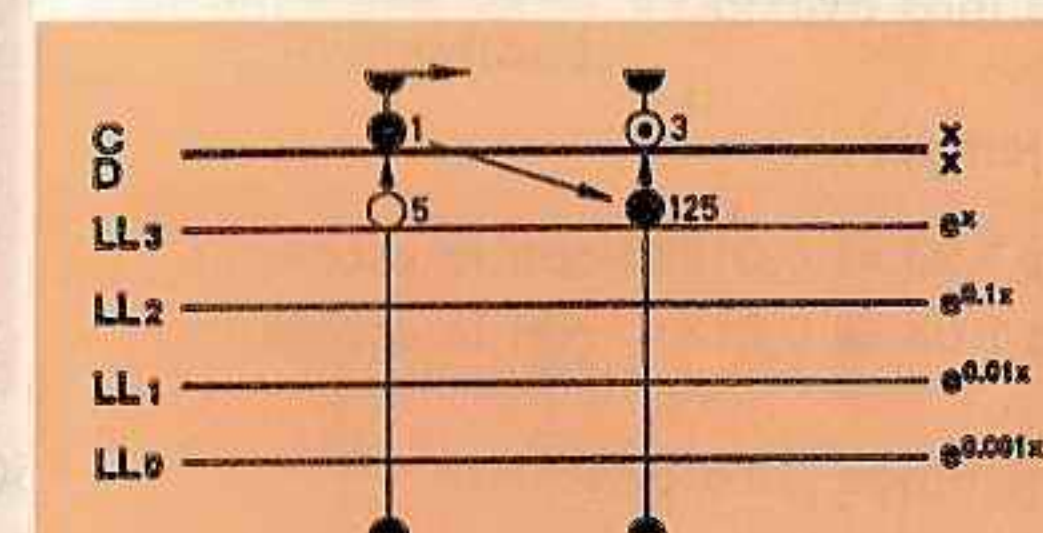


Fig. 43 $\log_5 125 = 3,0$

La colocación de la coma se halla mediante la relación: $\log_a a = 1$.

Colocando el extremo inicial de la reglilla sobre la base a , entonces los logaritmos a la derecha del valor a serán mayores que 1 y a la izquierda menores que 1.

Reglas para la lectura:

- Todo paso a la escala LL contigua — en el orden LL3, LL2, LL1, LL0 ó LL03, LL02, LL01, LL00 — hace que la coma en el logaritmo se corra un lugar a la izquierda y en el orden contrario un lugar a la derecha.
- Los logaritmos serán positivos (negativos, cuando el número y la base están graduados en escalas LL de igual (distinto) color.

Ejemplos para practicar:

$$\begin{aligned}\log_2 16 &= 4,0 \\ \log_2 1,02 &= 0,02857 \\ \log_2 0,25 &= -2\end{aligned}$$

18.6.2 Logaritmos decimales

Colocando el 1 de la escala C sobre la base 10 de la escala LL3, pueden leerse en la escala C los logaritmos decimales de cualquier número graduado en la escala LL (fig. 44 y 45).

Dado que los logaritmos decimales son de uso muy frecuente, se encuentra además en la reglilla la escala L, que solamente indica las mantisas, de los números graduados en C. Al igual que cuando se usa la tabla de logaritmos, se halla la característica según la regla «número de cifras menos 1» y se suma a la mantisa. Por lo tanto sobre cada valor de la escala C se encuentra su logaritmo y recíprocamente para cada logaritmo puede leerse directamente su número.

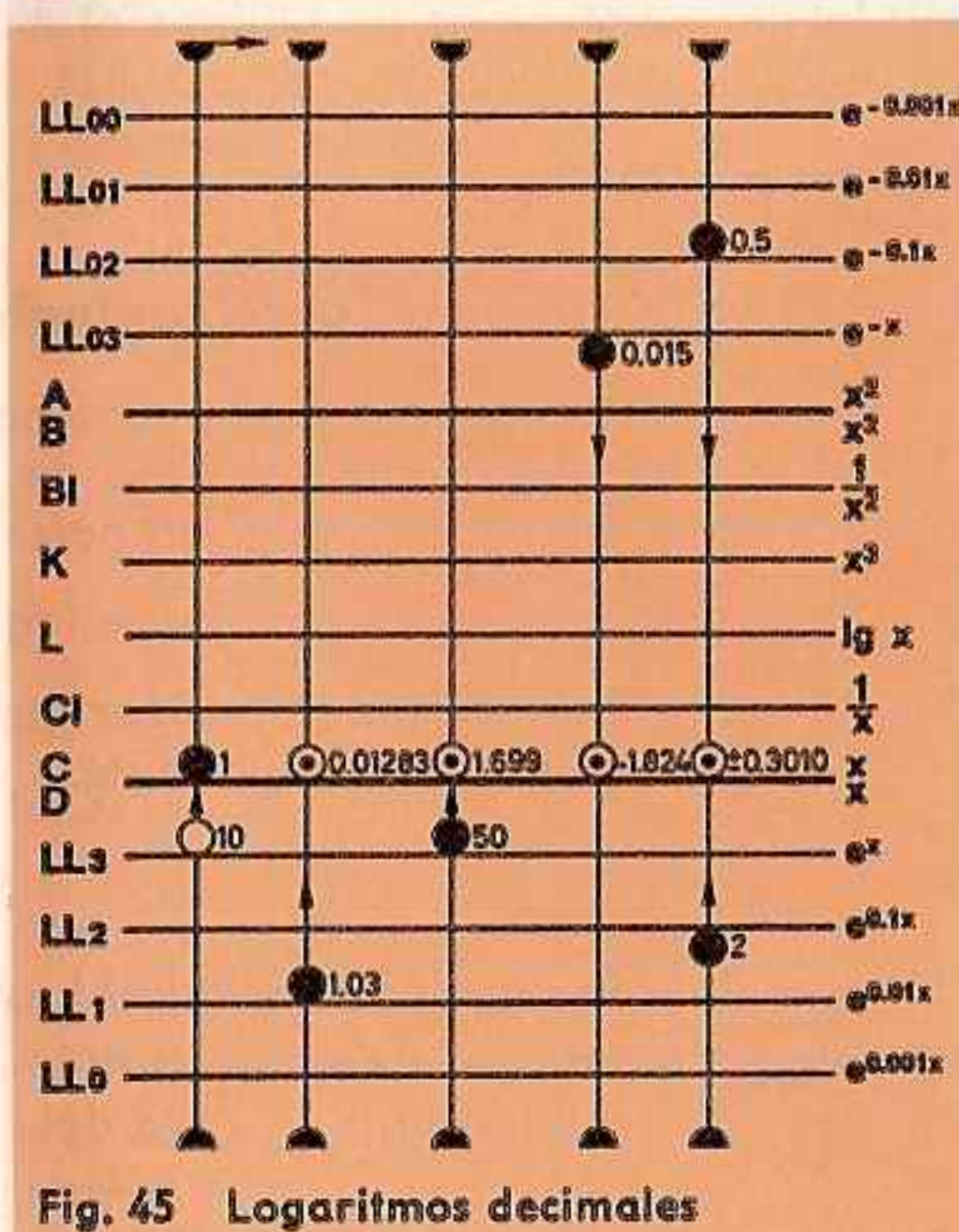
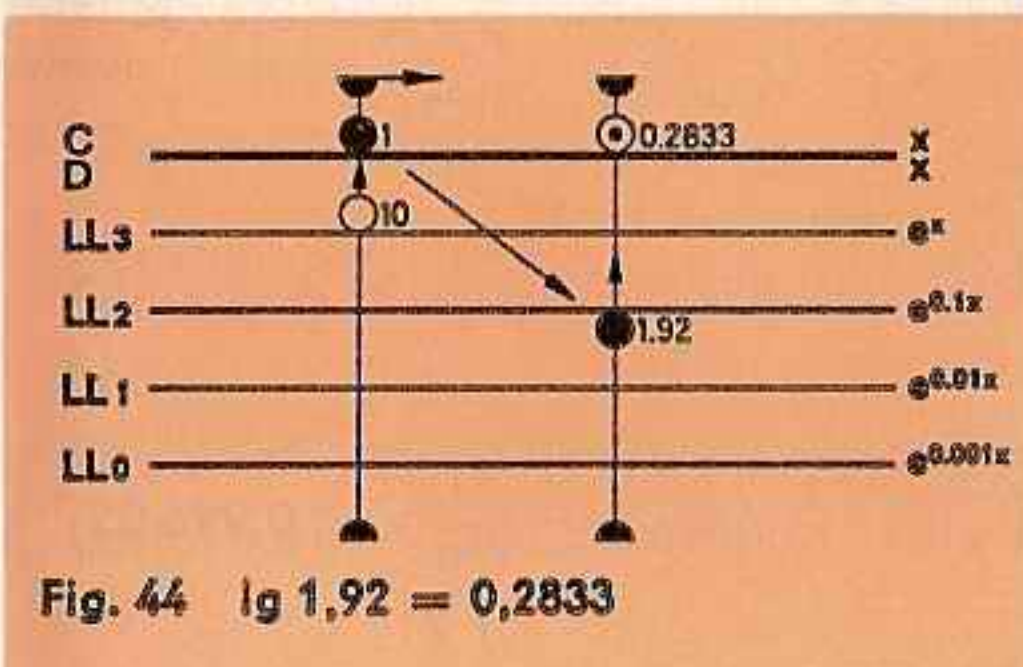
Para el uso de la escala L, se mueve solamente el cursor, por lo que los logaritmos decimales se encuentran con mayor facilidad que mediante las escalas LL. Por el contrario el resultado para el alcance de la escala LL1 es más exacto.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\lg 1,03 &= 0,01283 \text{ con la escala LL1} \\ \lg 1,03 &= 0,013 \text{ con la escala L}\end{aligned}$$

Ejemplos para practicar:
véase fig. 45

$$\begin{aligned}\log_{10} 50 &= 1,699 \\ \log_{10} 2 &= 0,301 \\ \log_{10} 1,03 &= 0,01283\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\log_{10} 0,015 &= -1,824 \\ \log_{10} 0,5 &= -0,3010 \\ \log_{10} 0,1 &= -1 \\ \log_{10} 6 &= 0,778 \\ \log_{10} 1,14 &= 0,0569 \\ \log_{10} 1,015 &= 0,00647\end{aligned}$$

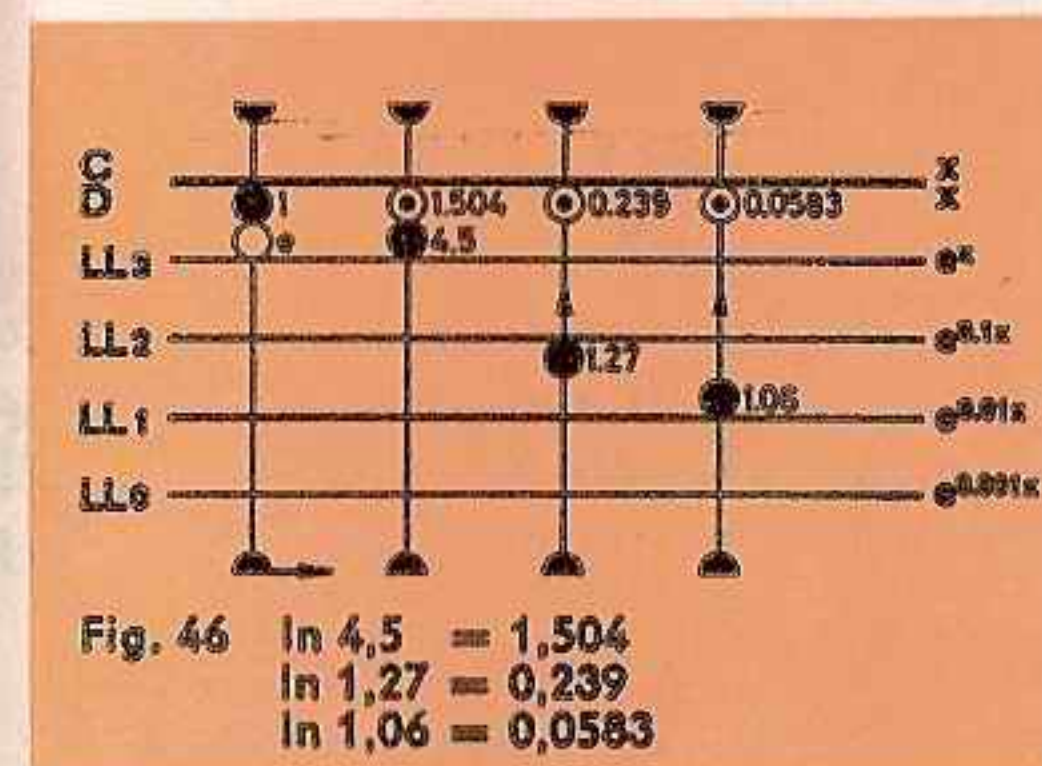
Al graduar con el extremo izquierdo de la escala C se encuentran todas las lecturas a la izquierda del valor básico y son por tanto < 1 , p. ej. $\log_{10} 9 = 0,954$. Los logaritmos de números < 1 son negativos.

18.6.3 Logaritmos naturales

Los logaritmos naturales de base e se encuentran al pasar de las escalas exponenciales a la escala fundamental D (fig. 46).

Ejemplos para practicar:

$$\begin{aligned}\ln 4,375 &= 1,475 \\ \ln 0,622 &= -0,475 \\ \ln 0,05 &= -2,994\end{aligned}$$



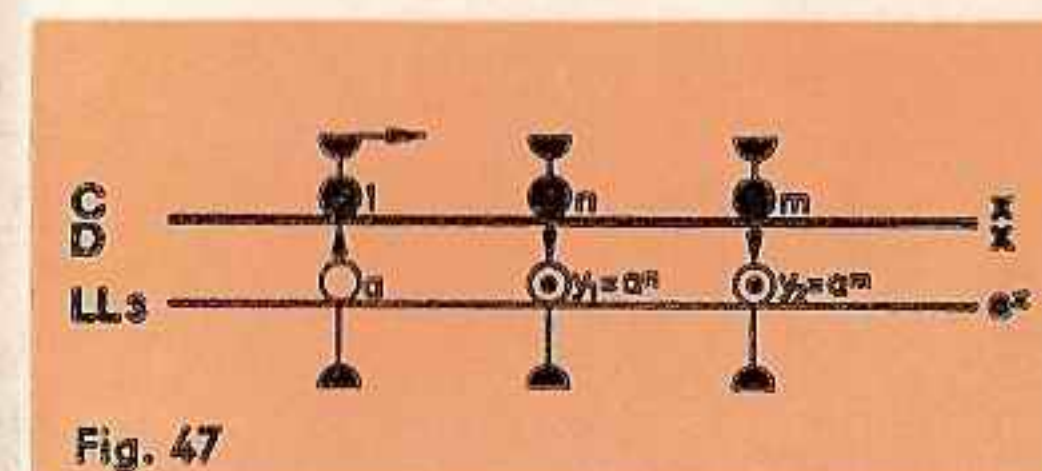
19. Otras aplicaciones de las escalas exponenciales

Hasta ahora solamente se ha usado la escala C de la reglilla en combinación con las escalas exponenciales, para enseñar las relaciones esenciales del cálculo. Naturalmente pueden encontrar aplicación otras escalas de la reglilla, cuya relación funcional con la escala C se ha explicado en capítulos anteriores; p. ej. puede graduarse la potencia $a^{\sqrt{x}}$ mediante la escala B. Además es muy práctica la escala S de la reglilla para el cálculo de $e^{\text{sen } x}$. También las inversiones presentan otras posibilidades para el cálculo logarítmico. Al calcular con las escalas LL puede usarse la escala CF en vez de la escala C, para evitar el «corrimiento» de la reglilla en el cálculo de tablas, cuando la base se encuentra aproximadamente en el centro de la regla.

19.1 Cálculo de proporciones con las escalas exponenciales

Si se gradúa el valor de una base a con el extremo inicial de la escala C sobre una escala LL, pueden leerse los valores de las potencias para cualquier exponente o los logaritmos de cualquier número para esa base. Luego la base a graduada en una escala LL es un factor de proporcionalidad.

$$\begin{aligned}19.1.1 \quad y_1 &= a^n \quad y_2 = a^m \\ \log y_1 &= n \cdot \log a \quad \log y_2 = m \cdot \log a \\ \frac{\log a}{1} &= \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m} \\ \text{resp.} \quad \frac{\ln a}{1} &= \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m}\end{aligned}$$



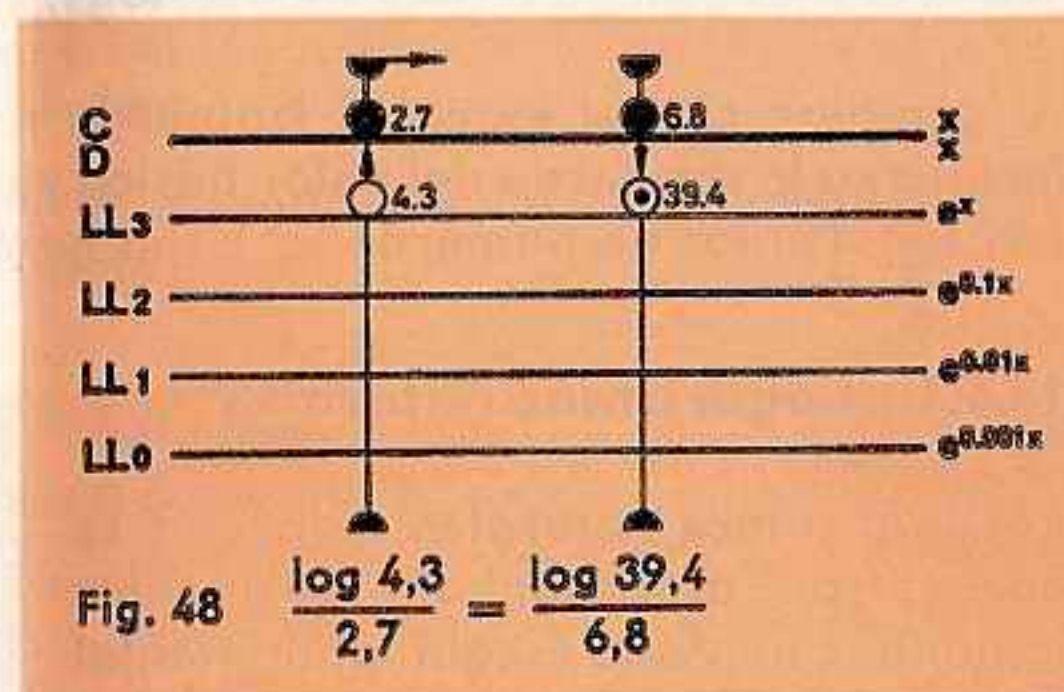
Conocidos tres valores de una proporción, puede calcularse el cuarto, obteniéndose con la primera graduación múltiples proporciones más. Se presenta así otro principio de proporciones, favorable para el cálculo con la regla, dependiendo su aplicación únicamente en pasar los problemas indicados a esta forma de proporción.

19.1.2

$$y = a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \log y = \frac{m}{n} \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4,3^{\frac{6,8}{2,7}} \rightarrow \frac{\log y}{6,8} = \frac{\log 4,3}{2,7}$$



Colocando el 4,3 de la escala LL3 frente al 2,7 de la escala C, puede leerse el resultado 39,4 en la escala LL3 bajo el 6,8 de C.

De igual forma se resuelven problemas parecidos:

$$y = \sqrt[2,7]{4,3^{6,8}} \quad \text{o} \quad y^{2,7} = 4,3^{6,8}$$

19.1.3

Muchas leyes de la naturaleza pueden llevarse a esta forma de proporción, si la variación (diferencia) de una de las variables es proporcional a la diferencia de los logaritmos de la otra:

$$\log y_2 - \log y_1 = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Además es $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$

Por lo que puede escribirse:

$$\log \frac{y_2}{y_1} = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Una variación de x_1 a x_2 en el intervalo i , trae como consecuencia una variación de y_1 a y_2 .

Llamando r a la relación $\frac{y_1}{y_2}$, es decir, la fracción que queda de la cantidad inicial,

la ecuación se convierte en:

$$\frac{\log r}{i} = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \dots$$

Ejemplo: Desintegración radiactiva.

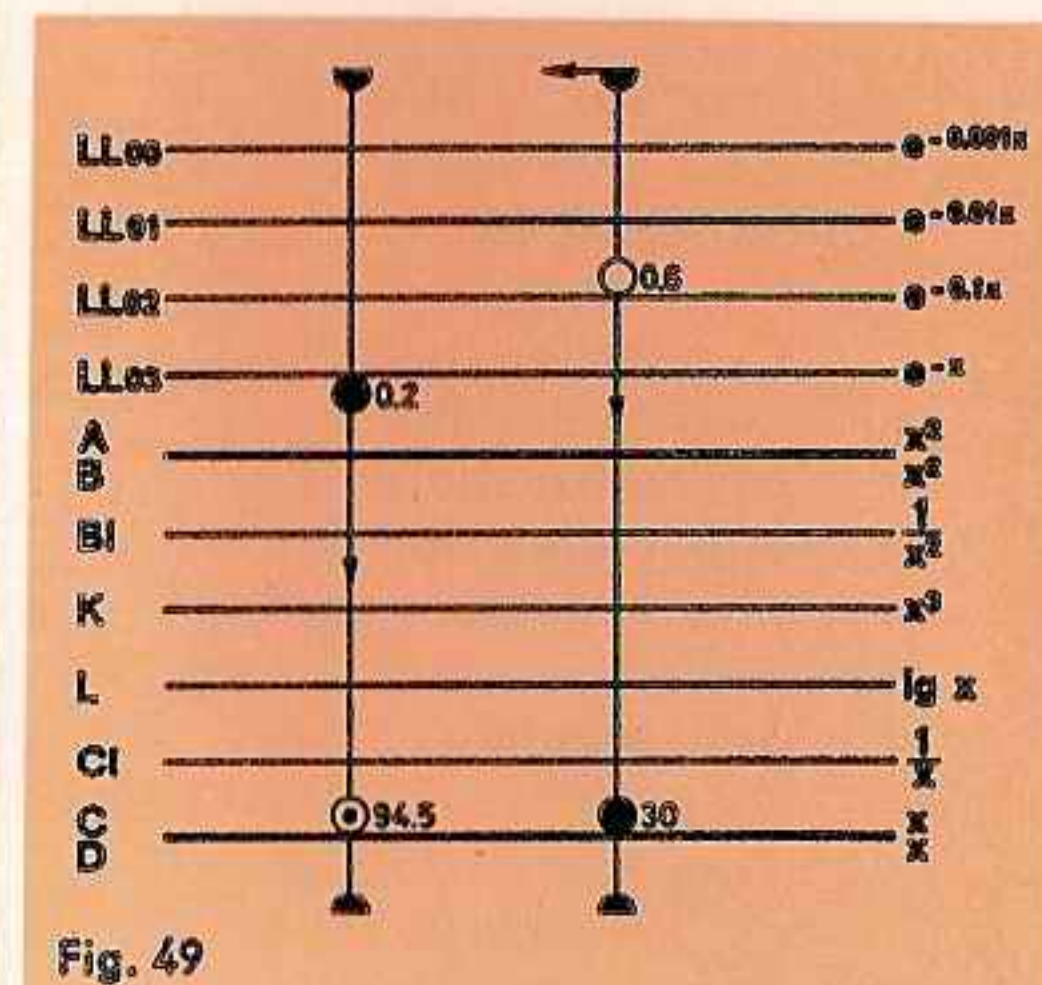
Un elemento se desintegra en 30 días un 40%, quedando el 60%. Al cabo de cuánto tiempo existirá solamente el 20%?

$$i_1 = 30$$

$$r_1 = 0,6$$

$$r_2 = 0,2$$

$$\frac{\log 0,6}{30} = \frac{\log 0,2}{x} \quad x = 94,5 \text{ días}$$



19.1.4

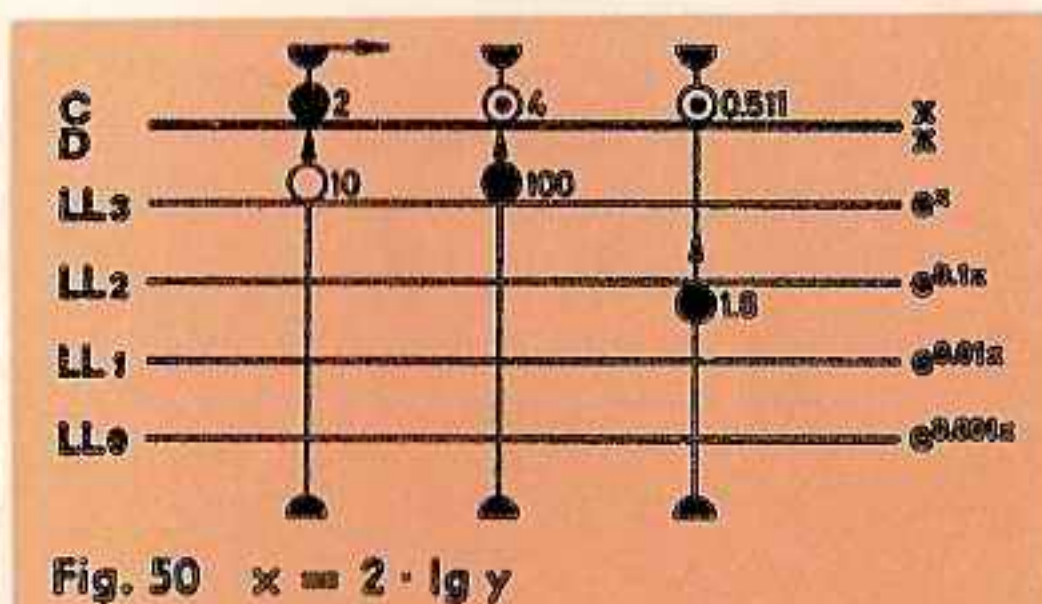
Si se desea multiplicar un logaritmo por una cifra constante, se gradúa frente a la constante en la escala C la base del logaritmo en la escala LL, obteniendo así una disposición tabular que permite hallar las multiplicaciones de la constante con los logaritmos de la base graduada.

Se escribe $x = c \cdot \log_a y$ en forma de proporción:

$$\frac{x}{\log_a y} = \frac{c}{1} = \frac{c}{\log_a a}$$

$$2 \cdot \log_{10} 100 = 4$$

$$2 \cdot \log_{10} 1,8 = 0,511$$



Todos los logaritmos en base 10 pueden multiplicarse según muestra la fig. 50 con el factor 2; con las escalas LL0 también los logaritmos de valores < 1.

Es frecuente en electrotécnica tener que hallar los decibelios correspondientes a una relación de voltajes dada: $\text{dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2}$.

19.2 Funciones hiperbólicas

La adecuada disposición de las escalas exponenciales permite la formación relativamente sencilla de funciones hiperbólicas. Como las potencias de exponente positivo se encuentran frente a las de exponente negativo, basta una colocación del cursor para la lectura de e^{+x} y e^{-x} , a partir de las cuales se calculan fácilmente las funciones hiperbólicas.

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$\tanh x = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$$

20. El cursor y sus marcas

20.1 La marca 36

En la parte superior derecha del anverso del cursor (fig. 51) existe una raya corta que indica el valor 36 en las escalas CF/DF, cuando la raya central del cursor se encuentra sobre el extremo inicial de las escalas C/D. De esta forma resulta una multiplicación por 36, cuando se pasa de C/D a CF/DF; por lo tanto resulta una cómoda conversión para:

$$1 \text{ hora} = 3600 \text{ segundos}$$

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

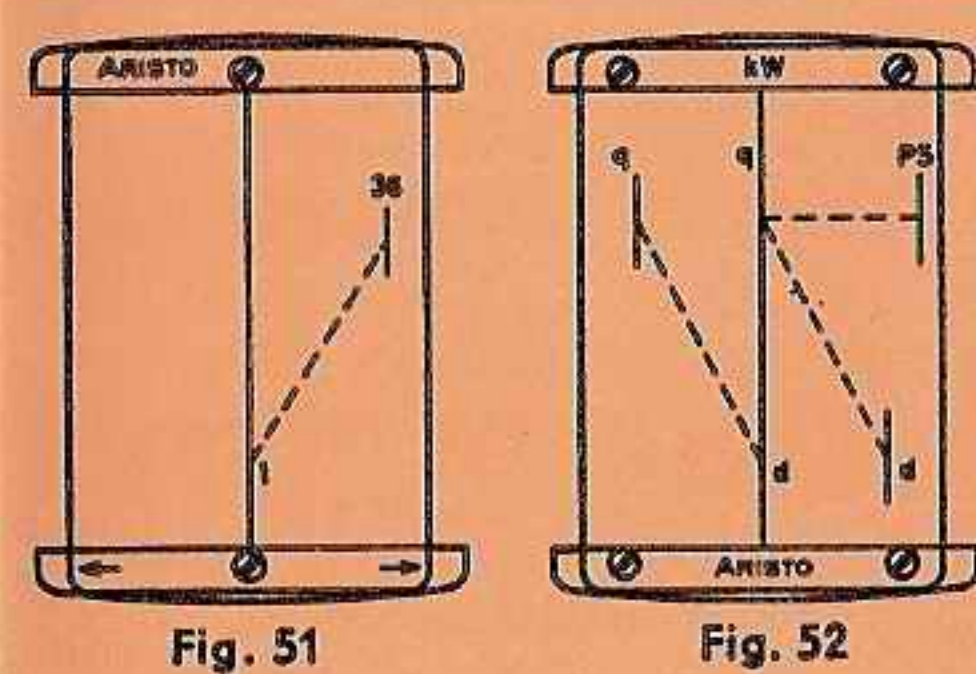
$$1^\circ = 3600''$$

$$100\% = 360^\circ$$

$$1 \text{ año} = 360 \text{ días}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ julios}$$

$$\%Al = 36 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2} (\text{conductividad})$$



20.2 Superficies circulares, pesos de barras de acero

En el reverso del cursor (fig. 52), la distancia desde la raya central hasta las rayas cortas de la parte superior izquierda e inferior derecha, es igual al factor $\pi/4 = 0,785$ (referido a la escala de cuadrados) y sirve para calcular el área del círculo según la fórmula $q = d^2 \cdot \pi/4$. Si la raya central del cursor se encuentra sobre el diámetro d en la escala D, puede leerse la superficie en la parte superior derecha sobre la escala A.

La misma relación existe también entre la raya inferior derecha y la central. Como sea que la distancia entre estas rayas corresponde también al peso específico 7,85 del acero dulce, puede leerse — a continuación de la lectura de la superficie en la raya central — el peso de barras de acero dulce por unidad de longitud en la raya izquierda. Llevando finalmente el extremo inicial de la escala B de la reglilla debajo de esta raya, se obtiene moviendo el cursor, el peso de una barra de cualquier longitud.

20.3 Las marcas kW y PS (CV)

La separación entre la raya central y la marca superior derecha, da en las escalas de cuadrados el factor de conversión de kW en PS (CV) y recíprocamente (véase fig. 52).

Colocando p. ej. la raya central sobre 20 kW, entonces indicará la marca superior derecha 27,2 CV. Recíprocamente, la graduación de 7 CV con la marca derecha da en la raya central 5,15 kW.

Para conversiones en el sistema inglés existe un cursor especial con la marca HP. Este cursor se puede obtener bajo el número de pedido L 0969 E.

20.4 Desmontaje del cursor

Las rayas del cursor están ajustadas de tal modo al conjunto de escalas, que siempre es posible pasar de un lado a otro en cualquier cálculo, sin que por ello se pierda el ajuste. Los cristales del cursor están fijados a los brazos de este, por un lado con cuatro tornillos y, por el otro, con dos que parecen pulsadores.

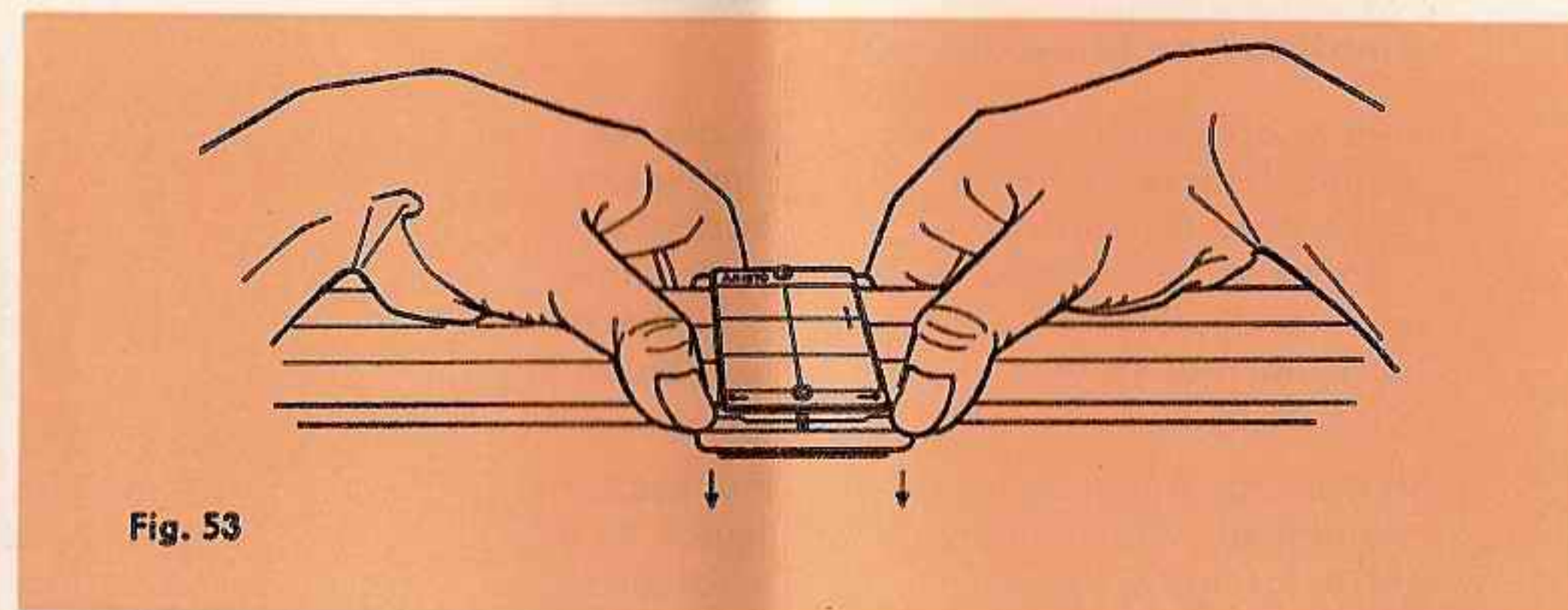


Fig. 53

Para separar el cursor de la raya, se aprietan hacia abajo con las uñas de los pulgares, los extremos marcados con flechas de los brazos del cursor, hasta que este se abra. El pulsador superior se abre al levantar el cristal y, entonces, el cursor puede quitarse fácilmente.

20.5 Ajuste del cursor

En el caso de que el cursor precise ajuste, p. ej. en el caso de colocar uno de repuesto, se coloca la regla de cálculo sobre una mesa, de forma, que quede hacia arriba el lado del cursor con los cuatro tornillos. Después de aflojar estos con un destornillador adecuado, se da la vuelta a la regla y se coloca la raya del cursor lo más ajustada posible sobre el extremo final de las escalas S y T1. Con sumo cuidado, para no mover el cursor, se vuelve a dar la vuelta a la regla y manteniendo este sujeto se alinea el cristal superior con los extremos finales 1 o mediante las marcas auxiliares de las escalas LL. Por último se atornillan bien los cuatro tornillos.

21. Escala de números normales 1364

21.1 Formación de la escala de números normales

La normalización y la tipificación se han convertido en factores importantes de toda fabricación racional, con ello alcanzan los números normales (NZ) una importancia cada vez mayor en la técnica. Los números normales según DIN 323 son valores seleccionados de una serie geométrica, que están adaptados al sistema de números decimal. La relación se ve claramente observando la subdivisión logarítmica D y la escala de mantisas L correspondiente.

Frente a los valores uniformemente escalonados de las mantisas de la escala L se encuentran en la escala D los números correspondientes. Los números normales son, según DIN 323, valores redondeados de estos números.

De las escala L y D resulta una escala NZ, si se suprime la escala D y se colocan los números normales en las divisiones correspondientes de la escala de mantisas simplificada.

Frente a las diez divisiones numeradas de la escala de mantisas superior se encuentran los números normales de la serie R 10. La subdivisión de la escala de mantisas en 20 partes iguales lleva a los números normales de la serie R 20 y con 40 intervalos iguales se forma la serie R 40.

Junto a la graduación milimétrica de la regla están marcados adicionalmente los valores NZ de la forma siguiente: R 10 con puntas de flecha, R 20 con rayas y R 40 con puntos. De esta forma pueden llevarse valores NZ a planos o dibujos.