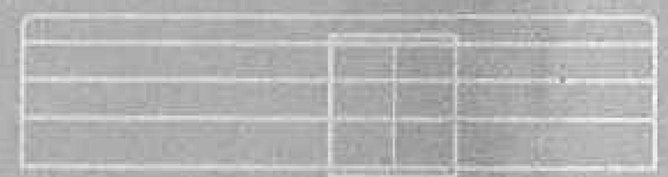
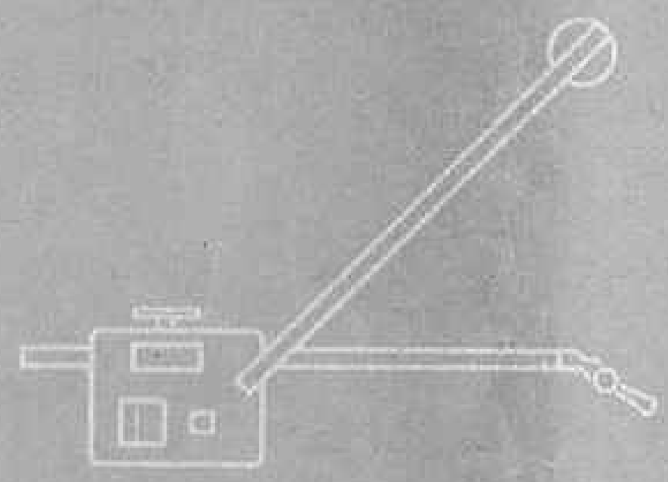
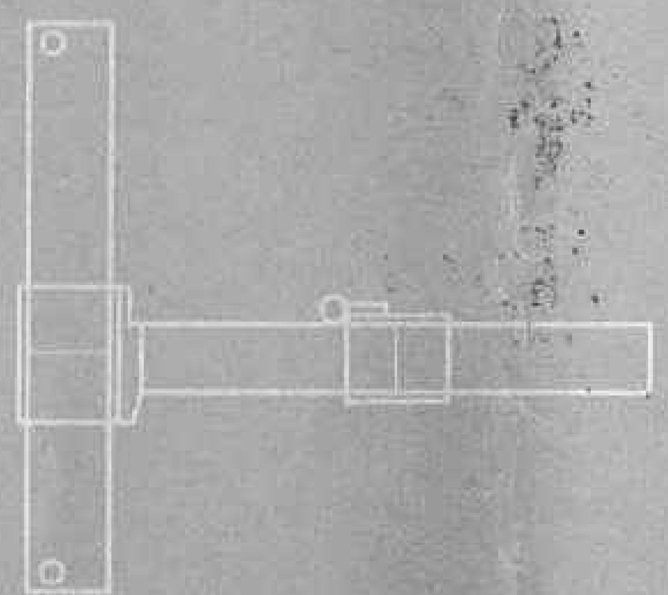
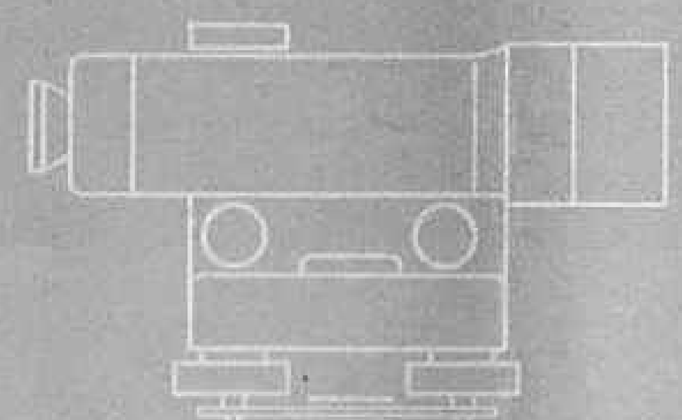








ARISTO

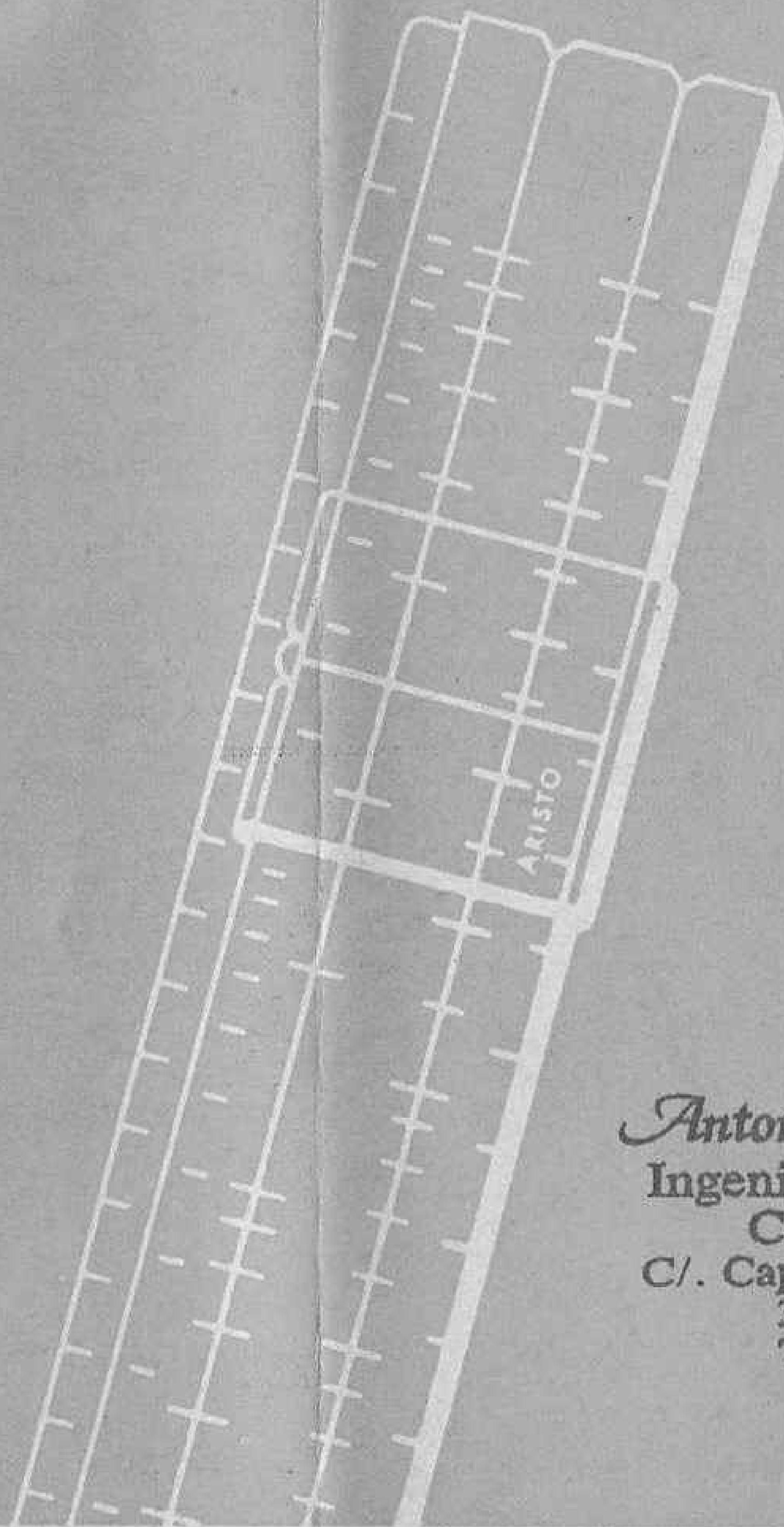
REGLAS DE CALCULO
CALCULADORES CIRCULARES
REGLAS GRADUADAS

PLANIMETROS
INTEGRATORES
PANTOGRAFOS

COORDINATOGRAFOS
CARTOGRAFOS
GONIOMETROS

NIVELES
TEODOLITOS
MIRAS

¡Pidanse catalogos especiales!

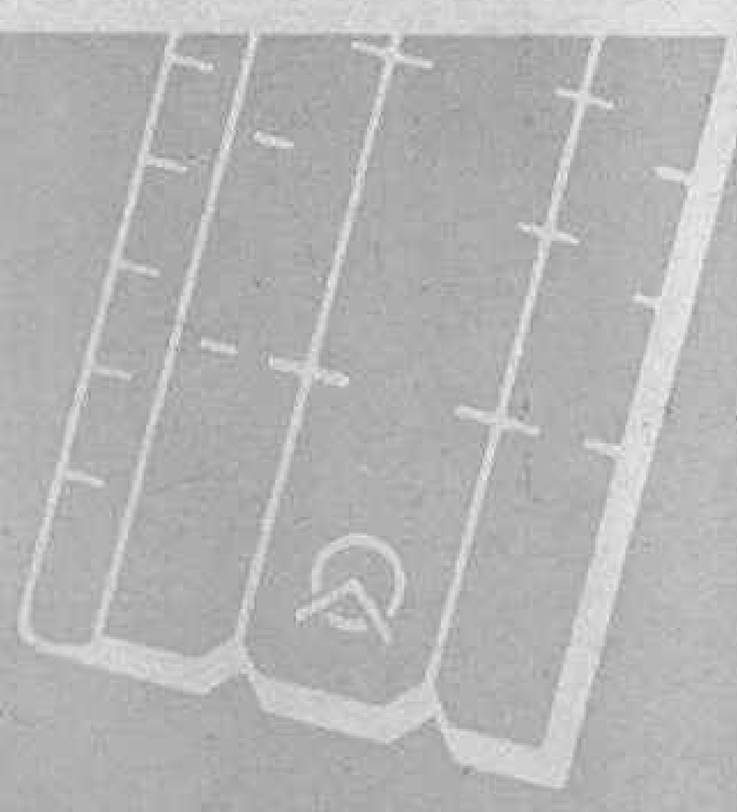


INSTRUCCIONES
PARA USAR
LA REGLA DE CÁLCULO

Antonio Medina Sanabria
Ingeniero Técnico Eléctrico
Colegiado N.° 587
C/. Capitán López Orduña, 64 B
35014 - Las Palmas
Telf.: 928 37 01 46

0958

ARISTO-GEODESTA No. 958



La Laguna, 8/08/98

www.reglasdecalculo.com

I. Las Escalas

La ARISTO Geodesta es una regla de cálculo perfecta técnicamente de construcción moderna y dos lados con escalas especiales adicionales para tareas extraordinarias a ejecutar por los ingenieros geodestas.

Para cálculos técnicos corrientes, se emplea el lado de ángulos de la más moderna regla técnica de cálculo, la ARISTO Studio, cuyas escalas para ángulos están calculadas, sin embargo, con graduación para subdivisiones sexagesimales de 360°, respectivamente centesimales de 400^g. Las escalas especiales se hallan todas ellas sobre la parte del taquímetro, coaligadas con algunas escalas auxiliares del sistema Rietz. Ambos lados pueden referirse entre sí por el ajustamiento del cursor, de modo que resulta posible, mientras se hace el cálculo, pasar de uno al otro de los lados.

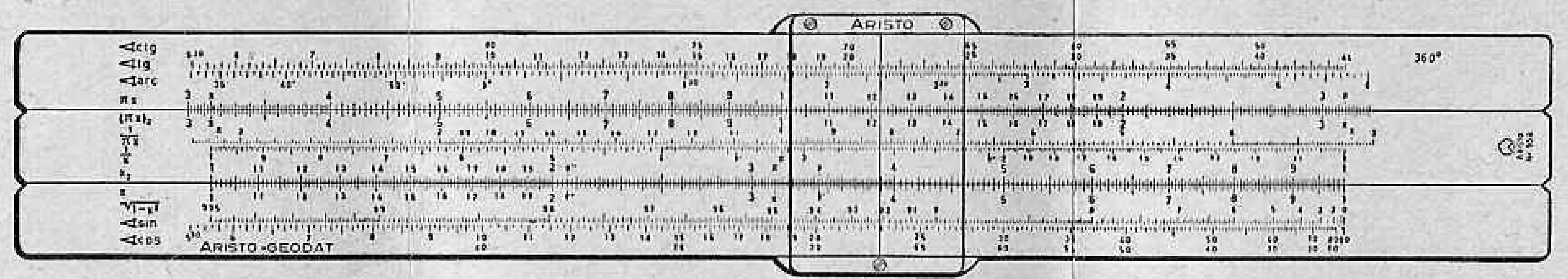


Fig. 1a Lado normal

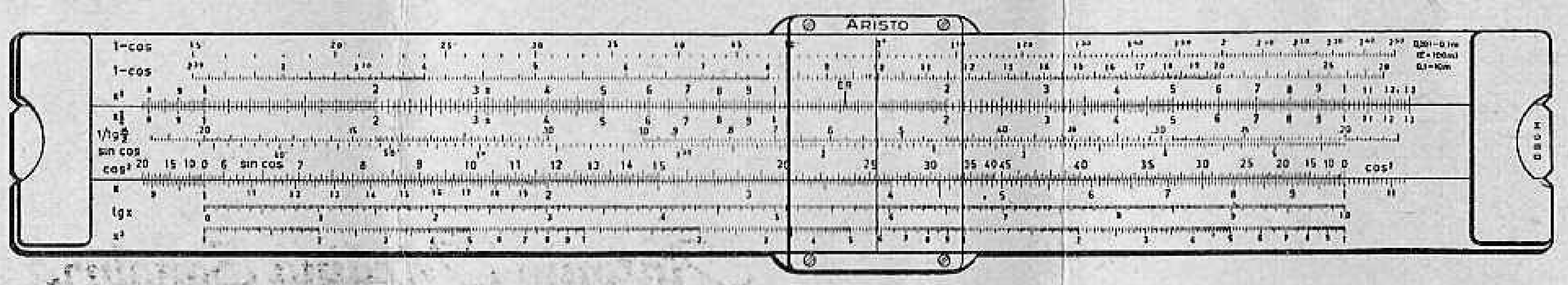


Fig. 1b El lado del taquímetro

Lado normal de arriba hacia abajo

Escala de tangentes y cotangentes de 5°30′ a 45° respectivamente de 6^g a 50^g con cifras rojas en dirección contraria de 45° a 84°30′, respectivamente de 50^g a 94^g	∢ tg, ctg	en el cuerpo
Escala para pequeños ángulos, divididos en medida de arco desde 33′ hasta 6°, respectivamente de 0,6^g a 6,5^g	∢ arc	en el cuerpo
Escala fundamental permutada al valor π	πx	en el cuerpo
Escala fundamental permutada al valor π	$(\pi x)_z$	en la regleta
Escala reciprocal para la escala πx	$1/\pi x$	en la regleta
Escala reciprocal para la escala x	$1/x$	en la regleta
Escala fundamental	x_z	en la regleta
Escala fundamental	x	en el cuerpo
Escala pitagórica	$\sqrt{1-x^2}$	en el cuerpo
Escala para senos desde 5°30′ a 90° respectivamente de 6^g a 100^g	∢ sin	en el cuerpo
Valores para cosenos, cifras rojas, desde 0° hasta 84°30′, respectivamente de 0^g a 94^g	∢ cos	en el cuerpo

Lado del taquímetro de arriba hacia abajo

Escala de reducción de dos partes para mediciones a distancias con mira horizontal e inclinaciones desde 15′ hasta 28°, respectivamente 0,25^g hasta 30^g referidas a la escala x^2	1 — cos	en el cuerpo
Escala para cuadrados	x^2	en el cuerpo
Escala para cuadrados en la regleta	x_z^2	en la regleta
Escala para pruebas pitagóricas	1/tg/2	en la regleta
Escala de dos partes para las diferencias de altura, desde 34′ hasta 45° respectivamente 0,6^g hasta 50^g	sin cos	en la regleta
Escala de reducciones para mediciones a distancias con mira vertical e inclinaciones desde 0° hasta 45°, respectivamente 0^g hasta 50^g	$\cos^2$	en la regleta
Escala fundamental	x	en el cuerpo
Escala de mantisas de logarítmos décados	lg x	en el cuerpo
Escala para cubos	x^3	en el cuerpo

II. Explicación del diagrama en los ejemplos

El manejo de la regla de cálculo se ilustra aquí por la buena visibilidad del diagrama: las escalas de la regla están representadas por lineas paralelas horizontales, cuyo significado se explica a sus lados por signos matemáticos. Un círculo vacío indica las posiciones iniciales del cálculo, cada operación ulterior del mismo se representa por un círculo relleno. Una línea vertical con medios círculos rellenos en los extremos simbolizan la posición del cursor. Las flechas indican las sucesiones de las posiciones y la dirección del movimiento del cursor. El resultado final recibe un signo de admiración. Una cruz en un círculo vacío, indica una nueva posición con un resultado intermedio y las lineas tiradas en cruz exigen pasar al otro lado de la regla.

III. Cálculos con las escalas fundamentales

1. Multiplicación

Deben sumarse dos segmentos de divisiones logarítmicas

Ejemplo: $1{,}6 \cdot 3{,}7 = 5{,}92$

Modo de resolverlo:

Colocar el 1 inicial izquierdo de la escala x_z de la regleta en la escala fundamental x sobre el factor 1,6 y el cursor debe correrse al valor 3,7 de la escala x_z. Léase el resultado 5,92 en la escala x bajo el cursor.

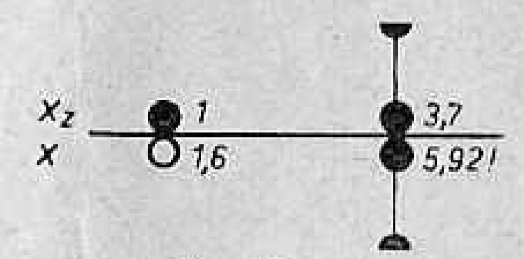


Fig. 2

El lugar de las comas se averiguará por un cálculo de tanteo con números bien redondos, aquí por ej., $2 \cdot 3 = 6$.

En el ejemplo $1{,}6 \cdot 7{,}2$ colocando la posición anterior de la regleta el valor 7,2 quedaría muy avanzado a la derecha; en este caso debe colocarse el 1 final derecho de la escala x_z sobre el valor 7,2 de la escala x y leer el resultado sobre la escala x bajo el valor 1,6 de la escala x_z.

2. La división

Deben restarse dos segmentos de la división logarítmica.

Ejemplo: $\frac{47{,}5}{22{,}2} = 2{,}14$ Tanteo: $\frac{50}{25}$

Modo de resolverlo:

Colocar el numerador 47,5 sobre el cuerpo y el denominador 22,2 sobre la regleta uno encima de otro. El resultado se leerá bajo el 1 de la regleta sobre la escala del cuerpo, el cual será 2,14.

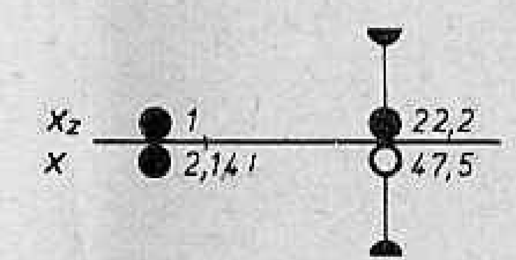


Fig. 3

www.reglasdecalculo.com

3. Multiplicación y división combinada

Ejemplo: $\frac{32}{12} \cdot 27 = 72$ Tanteo: $\frac{30}{10} \cdot 30 = 90$

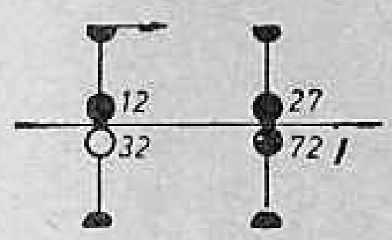


Fig. 4

En tales tareas se comienza fundamentalmente con la división y después se multiplica. Con varios factores se dividirán y multiplicarán estos alternativamente.

4. Las escalas πx

Las escalas permutadas al valor π, las cuales han logrado introducirse internacionalmente para las reglas de cálculo técnicas, ofrecen múltiples facilidades en los cálculos diarios del ingeniero geodesta.

Estas escalas corresponden a las fundamentales x y x_z, pero con la diferencia que ellas empiezan y acaban con π (prescindiendo de las superdivisiones), de tal modo que el 1 queda hacia el medio de la escala. Porque el valor π de la escala πx queda sobre el valor 1 de la escala x cada paso del cursor de la escala x a la escala πx significa una multiplicación con π, paso en sentido inverso representa por tanto una división.

Para el ingeniero geodesta es el 1 del medio de la escala mucho más importante en absoluto, porque con ello se dá, por decirlo así, una superdivisión de la mitad de longitud de escala hacia las dos direcciones.

5. Cálculo de las tablas

Si se debiera multiplicar varios valores con un factor constante, entonces bastaría una única posición de la regleta para todos los cálculos, sin que sea necesario correr más la regleta.

Esta tarea se presenta a menudo en la práctica de mediciones, p. ej. en repartimiento de errores, consideraciones de coeficientes de contracción de un plano, asi como en los cálculos de compensación.

Ejemplo de un reparto de error

El error finiquito 11,2 cm de una línea de medición de 243,50 m longitud debe repartirse proporcionalmente entre los valores de medición 34,24; 51,40; 87,25; 125,38 y 173,52 m.

Los valores 11,2 y 243,5 se colocarán uno sobre otro y entonces se multiplicará con el cursor

Ejemplo: $x = \frac{11{,}2}{243{,}5} \cdot 34{,}24 = 1{,}57$ cm

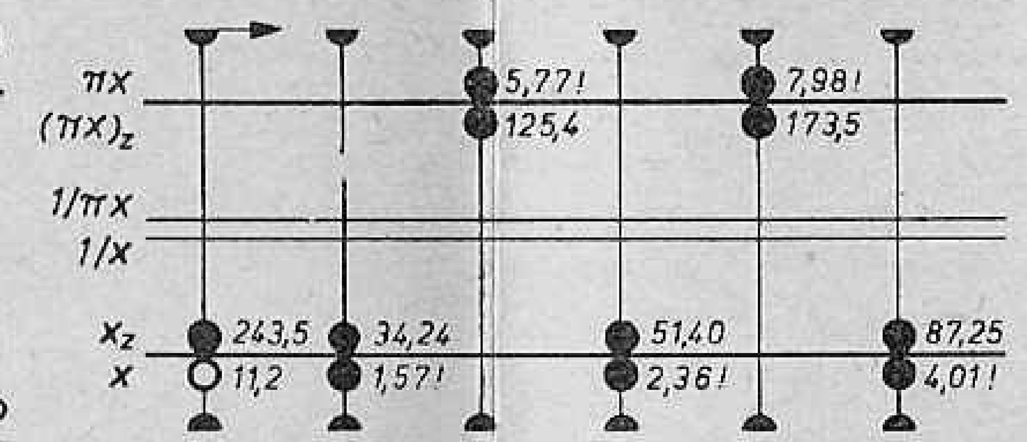


Fig. 5

Si no se pudiese continuar calculando con las escalas fundamentales, deberá leerse sobre las escalas superiores πx y $(\pi x)_z$. El par de valores 87,25/4,01 p. ej. se encuentra sobre las escalas inferior y superior.

¡Atención! Los valores de medición se colocarán sobre la escala de la regleta. Para evitar errores en la lectura se han colorado las escalas de la regleta de amarillo.

Esta clase de cálculo puede ser aplicado siempre, cuando no deba correrse la regleta más de la mitad de su longitud. Es completamente indiferente si el cálculo ha de comenzarse con las escalas superiores o con las inferiores.

6. Cálculos de proporción

Igualmente se emplearán las escalas πx en cálculos de proporciones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ etc.}$$

Con la posición $\frac{11{,}2}{243{,}5}$ anterior p. ej. todas las relaciones se hallan opuestas unas a otras.

Existe también la posibilidad de colocar la relación $\frac{243{,}5}{11{,}2}$, es decir cambiar la función de las escalas, con tal de leer ahora las otras relaciones en las correspondientes escalas. En los cálculos con proporciones ocurre muy claramente hoy día, que la solución de los ejemplos anteriores no está sujeta únicamente al medio de resolución indicado hasta aquí. En la continuación de estas instrucciones se aplicará muy a menudo este principio del cálculo de relaciones, en cuyo empleo se encontrarán frente a frente, como en la escritura, el numerador sobre la regleta y el denominador sobre el cuerpo de la regla, de modo que la línea de separación entre las escalas forma por decirlo así la línea quebrada.

7. Las escalas reciprocales $1/x$ y $1/\pi x$

La escala reciprocal corresponde en todas sus partes a su escala fundamental, pero está dividida en la dirección contraria y las cifras gravadas en rojo de derecha a izquierda. De esta manera frente a cada valor x_z o $(\pi x)_z$ de la escala fundamental se encuentra el valor reciproco $1/x$ o $1/\pi x$. Con la ayuda de esta combinación de escalas puede convertirse cualquier multiplicación en una división y cada división en una multiplicación, p. ej.:

$$\frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{1}{5} \quad \text{y} \quad 4 \cdot 5 = \frac{4}{1/5}$$

La escala reciprocal se emplea principalmente en la multiplicación con varios factores en la forma $a \cdot b \cdot c$ o $\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$

Ejemplo: $2{,}18 \cdot 42{,}5 \cdot 0{,}85 = 78{,}7$ Cálculo de tanteo $2 \cdot 40 \cdot 1 = 80$

Proceso de cálculo: $\frac{2{,}18}{1/42{,}5} \cdot 0{,}85$

Colocar 2,18 sobre la escala fundamental y 42,5 sobre la escala reciprocal 1/x, de modo que queden uno sobre otro y después multiplicar por 0,85.

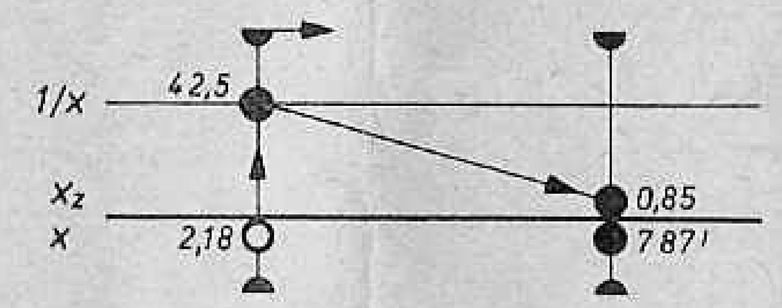


Fig. 6

También en esta clase de cálculo resulta ventajoso el paso a las escalas πx y $1/\pi x$, para poder evitar a veces el correr la regleta.

IV. Las escalas auxiliares

1. Escala para cuadrados

Los ejemplos efectuados hasta aquí de multiplicación y división, pueden ser calculados en forma enteramente análoga, sin embargo, resulta menos exacta la lectura.

2. Potencia y raíz de las formas a^2, $\sqrt[2]{a}$, a^3, $\sqrt[3]{a}$

En cada posición del cursor sobre un valor de la escala x puede leerse en la escala x^2 el valor del cuadrado y sobre la escala x^3 el valor cúbico. Procediendo contrariamente se obtendrá la raíz cuadrada y cúbica.

En forma análoga se obtienen valores de potencias para las funciones de ángulos, volviendo la regla de cálculo por el otro lado.

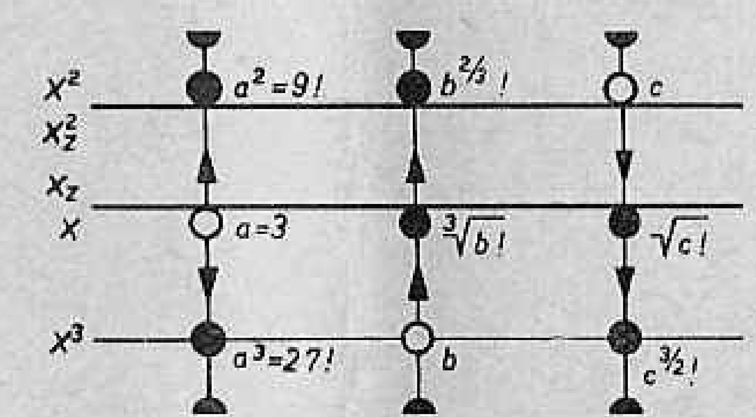


Fig. 7

www.reglasdecalculo.com

3. Logaritmos

Logaritmos décados de una cantidad se tomarán de la escala lg x, leyendo el valor de la mantisa de la escala fundamental x para la posición. La característica se añadirá como al calcular con la tabla de logaritmos. La regla de cálculo dá con ello una tabla logarítmica de 3—4 lugares, de modo que pueden calcularse también y oportunamente potencias más elevadas.

4. La escala pitagórica $\sqrt{1 - x^2}$

Para un triángulo de ángulo recto con la hipotenusa 1, tiene valor:

$$y = \sqrt{1 - x^2} \quad y \quad x = \sqrt{1 - y^2}$$

de ello resulta la correlación entre las escalas x y $\sqrt{1 - x^2}$.

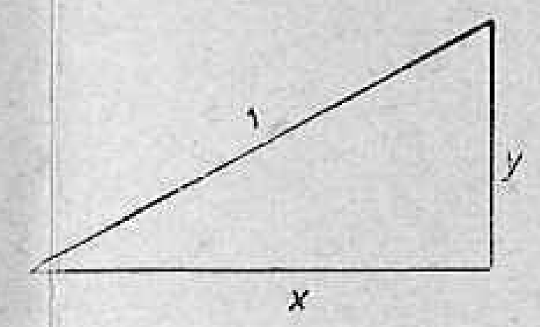


Fig. 8

Ejemplo: $y = \sqrt{1 - 0{,}6^2} = 0{,}8$

El valor 0,6 puede colocarse sobre ambas escalas, cada vez aparece la solución sobre la escala conjugada, debajo del cursor. Debe elegirse en cada caso la clase de lectura más favorable para la mayor exactitud.

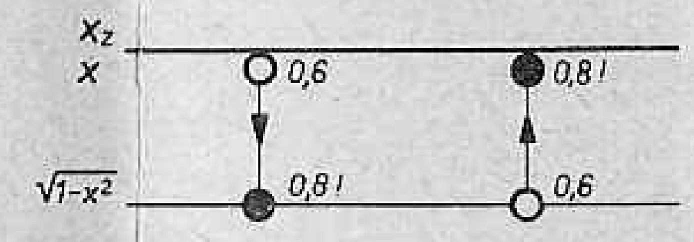


Fig. 9

Así en el ejemplo $\sqrt{1 - 0{,}15^2} = 0{,}9887$ se colocará el valor 0,15 sobre la escala x, para obtener el resultado en cuatro lugares. La ventaja, pues, frente a la posición sobre la escala $\sqrt{1 - x^2}$ es bién visible.

La escala $\sqrt{1 - x^2}$ va en dirección opuesta y por esto se ha provisto con cifras rojas. Las posibilidades de aplicación se dán de la correlación entre las funciones del seno y coseno y para las soluciones trigonométricas de triángulos de ángulos rectos (véase pág. 7 y 10).

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}, \qquad \sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

Con una sola posición del cursor podrá leerse para un ángulo, tanto el seno, como el coseno.

V. Las funciones de los ángulos

Todas las escalas para ángulos tienen referencia a la escala fundamental x y son divididas en grados antiguos o modernos.

La disposición de las escalas para ángulos en el cuerpo de la regla representa por sí un adelanto frente a los antiguos modelos, porque esta combinación de escalas permite cálculos de triangulos trigonométricamente claros con solo una posición de la regleta, y también porque pueden leerse todos los valores de función sin invertir la regleta, con solo correr el cursor.

Los ejemplos siguientes se han calculado para división de 360° y 400g. Para la inversión o conversión de una clase de división en la otra pueden utilizarse las siguientes combinaciones.

$1^g = 54'$	$1^\circ = 1{,}111^g$
$1^c = 32{,}4''$	$1' = 1{,}852^c$
$1^{cc} = 0{,}324''$	$1'' = 3{,}086^{cc}$

Para la reducción del ángulo al cuadrante 1. se han combinado las relaciones de las funciones de ángulo entre sí en la forma siguiente:

	$\pm\alpha$	$\left.\begin{matrix}90^\circ\\100^g\end{matrix}\right\}\pm\alpha$	$\left.\begin{matrix}180^\circ\\200^g\end{matrix}\right\}\pm\alpha$	$\left.\begin{matrix}270^\circ\\300^g\end{matrix}\right\}\pm\alpha$	$\left.\begin{matrix}45^\circ\\50^g\end{matrix}\right\}\pm\alpha$
sen	$\pm\,\text{sen}\,\alpha$	$+\cos\alpha$	$\mp\,\text{sen}\,\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\left(\left.\begin{matrix}45^\circ\\50^g\end{matrix}\right\}\mp\alpha\right)$
cos	$+\cos\alpha$	$\mp\,\text{sen}\,\alpha$	$-\cos\alpha$	$\pm\,\text{sen}\,\alpha$	$\text{sen}\left(\left.\begin{matrix}45^\circ\\50^g\end{matrix}\right\}\mp\alpha\right)$
tg	$\pm\,\text{tg}\,\alpha$	$\mp\,\text{ctg}\,\alpha$	$\pm\,\text{tg}\,\alpha$	$\mp\,\text{ctg}\,\alpha$	$\text{ctg}\left(\left.\begin{matrix}45^\circ\\50^g\end{matrix}\right\}\mp\alpha\right)$
ctg	$\pm\,\text{ctg}\,\alpha$	$\mp\,\text{tg}\,\alpha$	$\pm\,\text{ctg}\,\alpha$	$\mp\,\text{tg}\,\alpha$	$\text{tg}\left(\left.\begin{matrix}45^\circ\\50^g\end{matrix}\right\}\mp\alpha\right)$

1. Funciones de senos y cosenos

Además de las escalas para ángulos, se utilizarán también la escala fundamental y la escala $\sqrt{1 - x^2}$ para averiguar los valores de las funciones. Las disposiciones de los colores representan un auxilio muy valioso.

sen 26°30′ $= 0{,}446$
sen 73°15 $= \sqrt{1 - \cos^2 73^\circ 15'}$
$= 0{,}9576$
sen 133°24′ $= \cos 43^\circ 24' = 0{,}726$
arc sen 0,543 $= 32^\circ 53'$, $147^\circ 07$ etc.

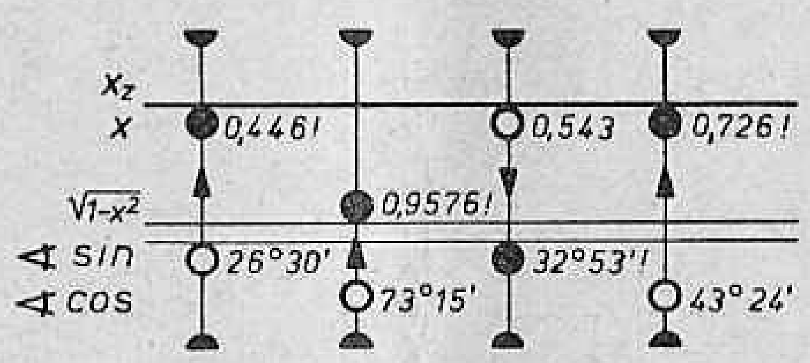


Fig. 10 a

sen $26{,}50^g$ $= 0{,}404$
sen $80{,}25^g$ $= \sqrt{1 - \cos^2 80{,}25^g}$
$= 0{,}9522$
sen $139{,}78^g$ $= \cos 39{,}78^g = 0{,}811$
arc sen 0,543 $= 36{,}54^g$, $163{,}46^g$ etc.

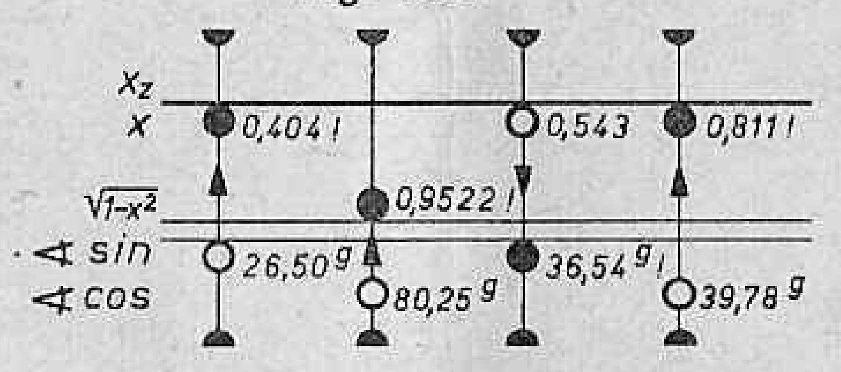


Fig. 10 b

El resultado con la escala $\sqrt{1 - x^2}$ resultará más exacto que la lectura directa del mismo sobre la escala x.

Para valores de senos colocar y leer siempre los mismos colores.

Si, pues, debe buscarse el coseno en vez de el seno, deberá colocarse la posición con las cifras de cosenos rojas y leerse sobre la escala $\sqrt{1 - x^2}$ también con las cifras rojas.

cos 75° $= 0{,}2588$
cos 23°50′ $= \sqrt{1 - \text{sen}^2\, 23^\circ 50'}$
$= 0{,}9147$
cos 245°35′ $= -\cos 65^\circ 35'$
$= -0{,}413$
arc cos 0,1372 $= 82^\circ 07$

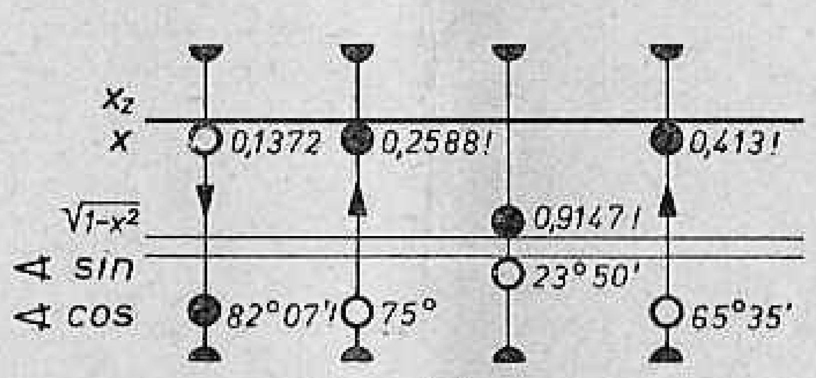


Fig. 11 a

cos 84^g $= 0{,}2487$
cos $26{,}28^g$ $= \sqrt{1 - \text{sen}^2\, 26{,}28^g}$
$= 0{,}9160$
cos $271{,}50^g$ $= -\cos 71{,}50^g = -0{,}433$
arc cos 0,1372 $= 91{,}24^g$

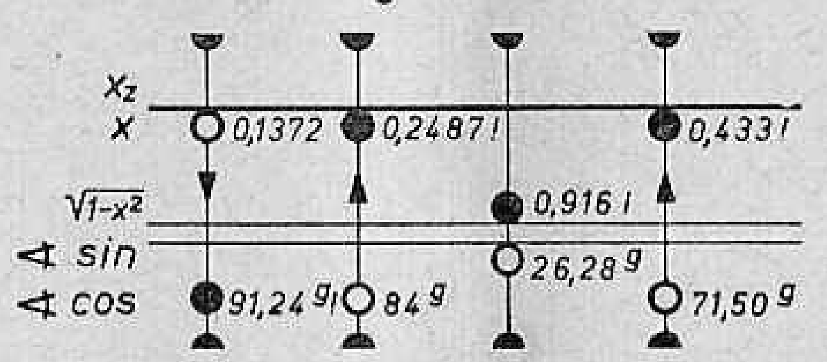


Fig. 11 b

Para valores de cosenos colocar y leer siempre colores desiguales.

www.reglasdecalculo.com

2. Funciones de tangentes y cotangentes

Para determinar los valores de las funciones se utilizarán, además de las escalas para ángulos, también la escala fundamental y la escala reciprocal 1/x. La regleta debe quedar, para ello en su posición fundamental, para garantizar la relación entre las escalas x y 1/x.

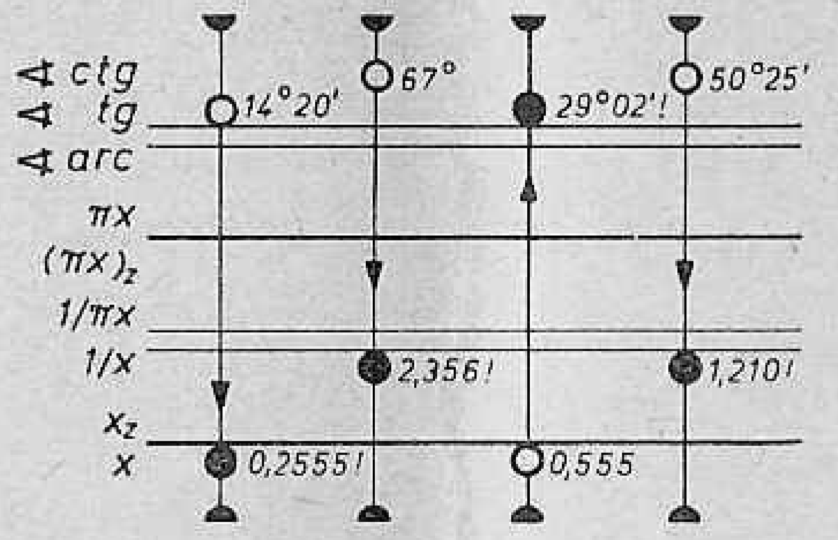


Fig. 12 a

$$\operatorname{tg}\ 14°20' = 0{,}2555$$

$$\operatorname{tg}\ 67° = \frac{1}{\operatorname{ctg}\ 67°} = 2{,}356$$

$$\operatorname{tg}\ 230°25' = \operatorname{tg}\ 50°25' = \frac{1}{\operatorname{ctg}\ 50°25'} = 1{,}210$$

$$\operatorname{arc\,tg}\ 0{,}555 = 29°02',\ 209°02'\ \text{etc.}$$

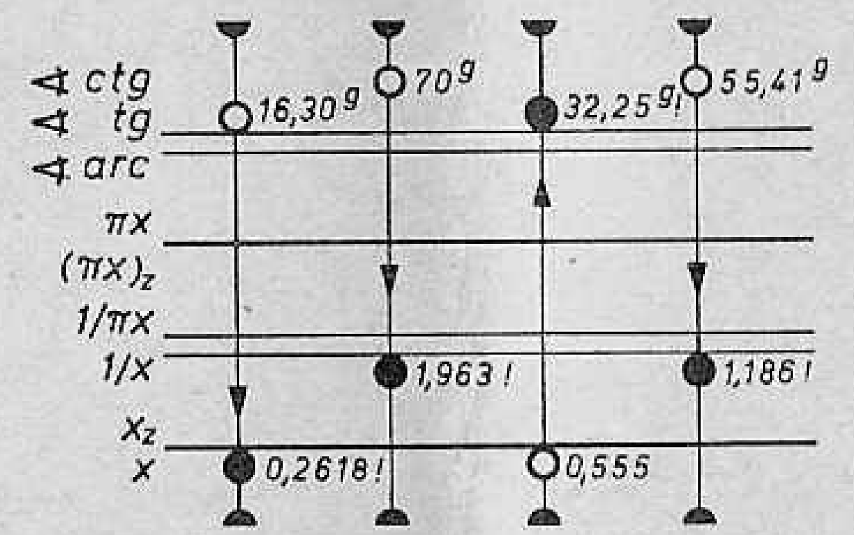


Fig. 12 b

$$\operatorname{tg}\ 16{,}30^g = 0{,}2618$$

$$\operatorname{tg}\ 70^g = \frac{1}{\operatorname{ctg}\ 70^g} = 1{,}963$$

$$\operatorname{tg}\ 255{,}41^g = \operatorname{tg}\ 55{,}41^g = \frac{1}{\operatorname{ctg}\ 55{,}41^g} = 1{,}186$$

$$\operatorname{arc\,tg}\ 0{,}555 = 32{,}25^g;\ 232{,}25^g\ \text{etc.}$$

Para valores de tangentes leer y colocar siempre colores iguales

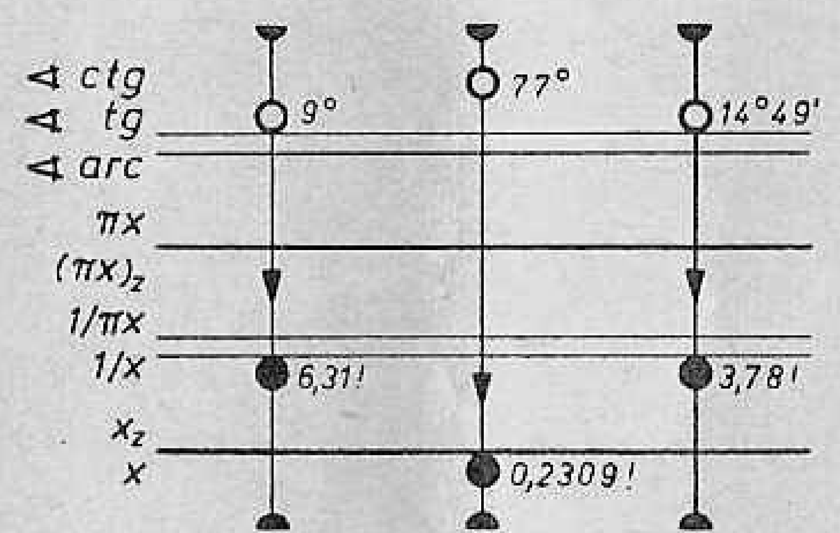


Fig. 13 a

$$\operatorname{ctg}\ 77° = 0{,}2309$$

$$\operatorname{ctg}\ (-9°) = -\operatorname{ctg}\ 9° = -\frac{1}{\operatorname{tg}\ 9°} = -6{,}31$$

$$\operatorname{ctg}\ 14°49' = \frac{1}{\operatorname{tg}\ 14°49'} = 3{,}78$$

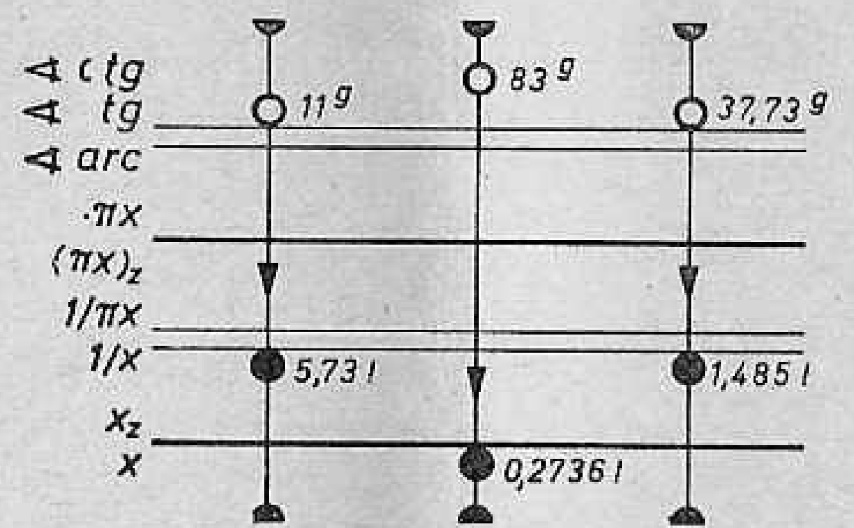


Fig. 13 b

$$\operatorname{ctg}\ 83^g = 0{,}2736$$

$$\operatorname{ctg}\ (-11^g) = -\operatorname{ctg}\ 11^g = -\frac{1}{\operatorname{tg}\ 11^g} = -5{,}73$$

$$\operatorname{ctg}\ 37{,}73^g = \frac{1}{\operatorname{tg}\ 37{,}73^g} = 1{,}485$$

Para valores de ctg, colocar y leer siempre colores desiguales.

3. Angulos pequeños

Las funciones de senos y tangentes de los ángulos pequeños se tomarán con la escala ∢ arc en la misma forma

$$\operatorname{sen}\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \cos(90° - \alpha) \approx \operatorname{ctg}(90° - \alpha) \approx \operatorname{arc}\alpha = \frac{\pi}{180}\,\alpha°\ \text{o respectivamente}\ \frac{\pi}{200}\,\alpha^g$$

Para sen α y tg α se obtienen valores aproximados, que concuerdan mejor que los de las conocidas divisiones S y T, porque los valores de arc se encuentran, entre los valores de sen y tg. A cada posición de ángulo se leerá el valor de la función sobre la escala x, comenzando con 0,0 . . .

sen 3°15′ = 0,0566	sen 3,15g = 0,0494
tg 52′ = 0,01513	tg 0,72g = 0,01131
ctg 88°40′ = tg 1°20′ = 0,0233	ctg 98,40g = tg 1,60g = 0,0251
cos 86°20′ = sen 3°40′ = 0,0640	cos 96,20g = sen 3,80g = 0,0597

VI. Las marcas ϱ

Para el cálculo con pequeños ángulos se emplean a menudo los valores

$$\varrho° = \frac{180}{\pi} = 57{,}3 \qquad \varrho^g = \frac{200}{\pi} = 63{,}66$$

$$\varrho' = \frac{180 \cdot 60}{\pi} = 3438 \qquad \varrho^c = \frac{200 \cdot 100}{\pi} = 6366$$

$$\varrho'' = \frac{180 \cdot 60 \cdot 60}{\pi} = 206265 \qquad \varrho^{cc} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 100}{\pi} = 636600$$

La regla de cálculo contiene las marcas ϱ' y ϱ'' en las escalas x, x_z y 1/x; la marca ϱ en la división 400^g, la cual sirve a la vez tambien para ϱ^g, ϱ^c y ϱ^{cc}.

Se calcula:

$$\alpha = \frac{b}{r} \cdot \varrho, \quad \text{si se busca el ángulo}$$

$$b = \frac{\alpha \cdot r}{\varrho}, \quad \text{si se busca la longitud del arco}$$

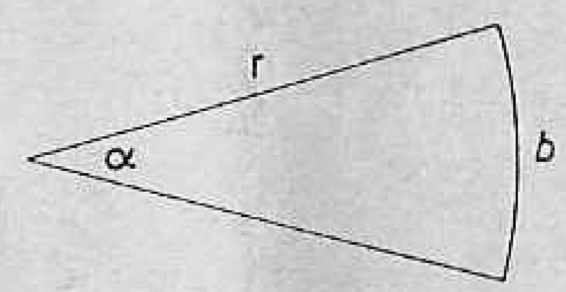


Fig. 14

Ejemplos: Caso de utilizar un nivel de búrbuja indicando 30″/2 mm se colocará horizontal la línea de colimación con una exactitud de ± 3″. ¿Cual será el error producido al leer el resultado en una mira de nivelación a causa de esa inseguridad de 3″, si el punto de meta es de 50 m?

$$\Delta b = \frac{3 \cdot 50000}{\varrho''} = \frac{150000}{\varrho''} = 0{,}73\ \text{mm}$$

Para la medición de una línea poligonal se halla la varilla alineadora en el punto de la meta 5 mm lateralmente al punto del polígono. ¿Cual será el error producido de ello si el lado del polígono es 185 m de longitud? (Cálculo en grados modernos)

$$\Delta\alpha = \frac{5}{185000} \cdot \varrho^{cc} = 17{,}2^{cc} \quad \text{cálculo de tanteo:}\ \frac{5 \cdot 600000}{200000} = 15$$

www.reglasdecalculo.com

VII. Cálculos trigonométricos

Grábese Vd. bien las posiciones de los siguientes diagramas; entonces empleará Vd. seguramente su regla de cálculo, para sus operaciones diarias en las mediciones con más frecuencia que hasta el presente.

1. Cálculo con los valores del seno

En general es la proporción siguiente la que sirve o tiene valor para los valores del seno

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} = 2\,r$$

Si se ha formado una de las relaciones colocando el lado sobre el valor del seno correspondiente por medio de la regleta, entonces corriendo el cursor a cada uno de los valores del ángulo del triángulo, podrá leerse el lado correspondiente o el ángulo que corresponde a cada uno de los lados.

Esta forma de llegar a la solución tiene extraordinaria importancia para solucionar problemas de triángulos con ángulo recto.

2. El cálculo trigonométrico de triángulos de ángulo recto

para los triángulos de ángulo recto los valores del seno se transforman en:

$$\frac{c}{1} = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{b}{\cos\alpha}$$

por otra parte el valor de $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

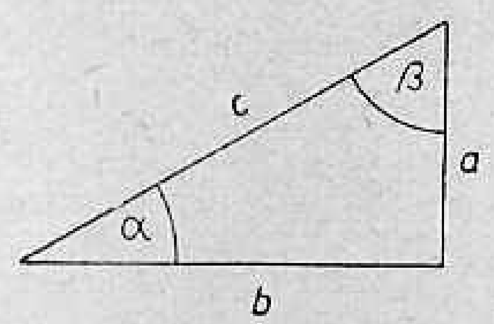


Fig. 15

La figura 16 presenta estas relaciones sobre la regla de cálculo.

Según sean los términos dados se presentan dos operaciones fundamentales básicas de cálculo:

1. dados dos términos deseados (fuera del caso 2)
2. dados los dos catetos.

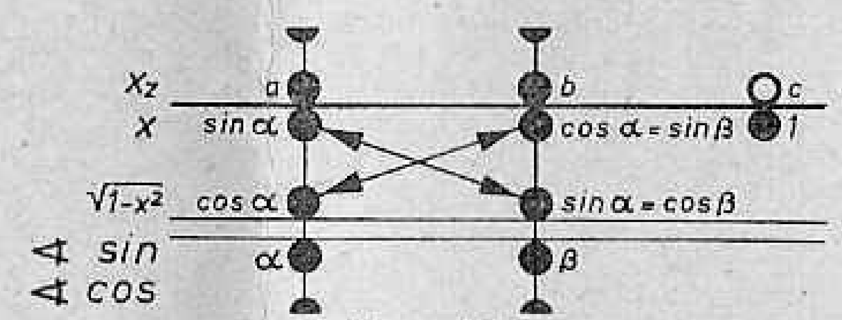


Fig. 16

Ejemplo para 1: Dados: $c = 5$, $a = 3$ Se busca: α, β y b

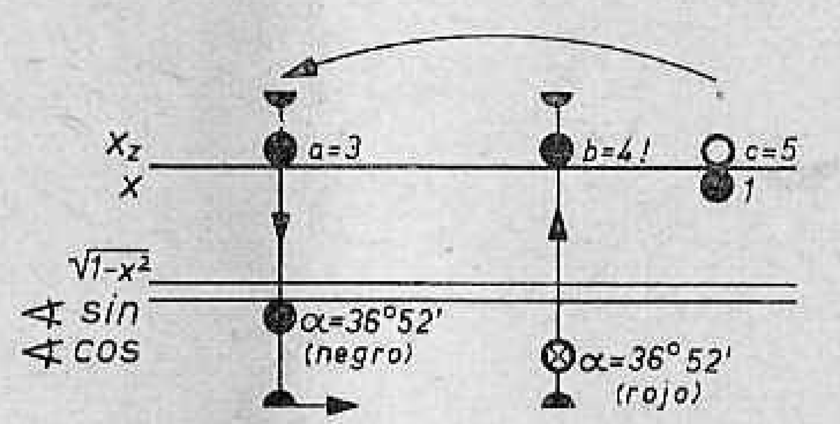


Fig. 17 a

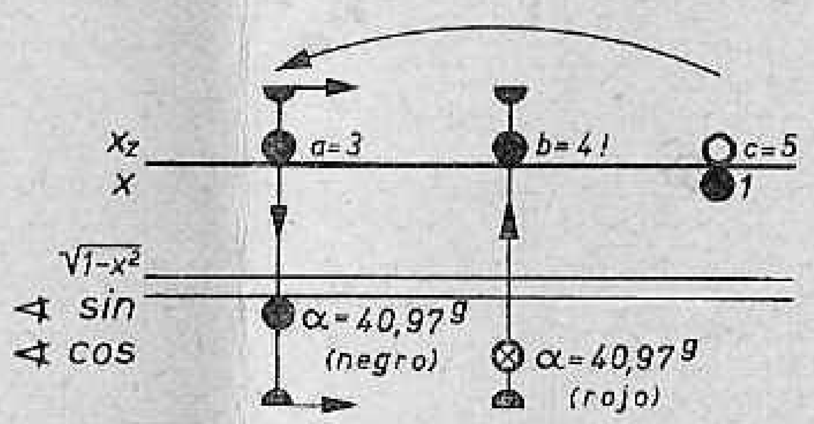


Fig. 17 b

Proceso de solución: El valor de la hipotenusa $c = 5$ se correrá sobre la escala x_z por encima del extremo inicial o final de la escala x en el cuerpo de la regla, después colocar con el cursor las demás relaciones. Debajo del cateto $a = 3$ léase el valor α sobre la escala ∢ sen y colocarlo sobre la escala ∢ cos, entonces aparecerá sobre la escala x_z el valor $b = 4$ (figuras 17a y 17b).

Una segunda forma de solución presenta también la figura 17c utilizando la escala $\sqrt{1-x^2}$ cuya subdivisión decimal resulta a veces más favorable para la lectura.

Si no es dada la hipotenusa c y se comienza la operación del cálculo con la relación del seno, entonces aparece c sobre el valor 1 de la escala del cuerpo.

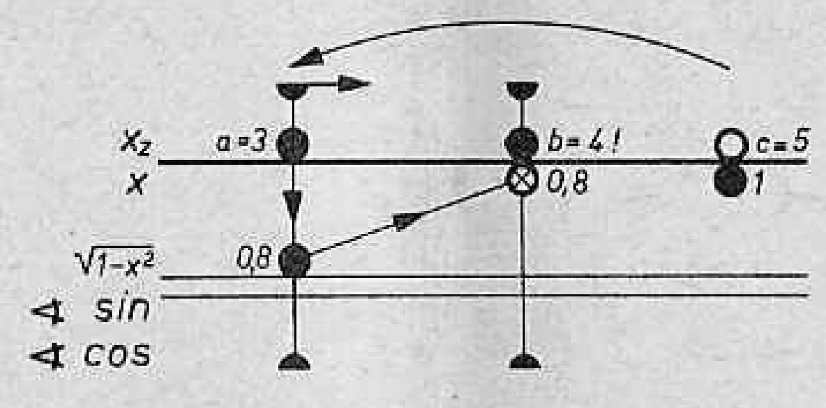


Fig. 17 c

Ejemplo: Dados: $\alpha = 30°$ respectivamente $33{,}31^g$ y $c = 15$

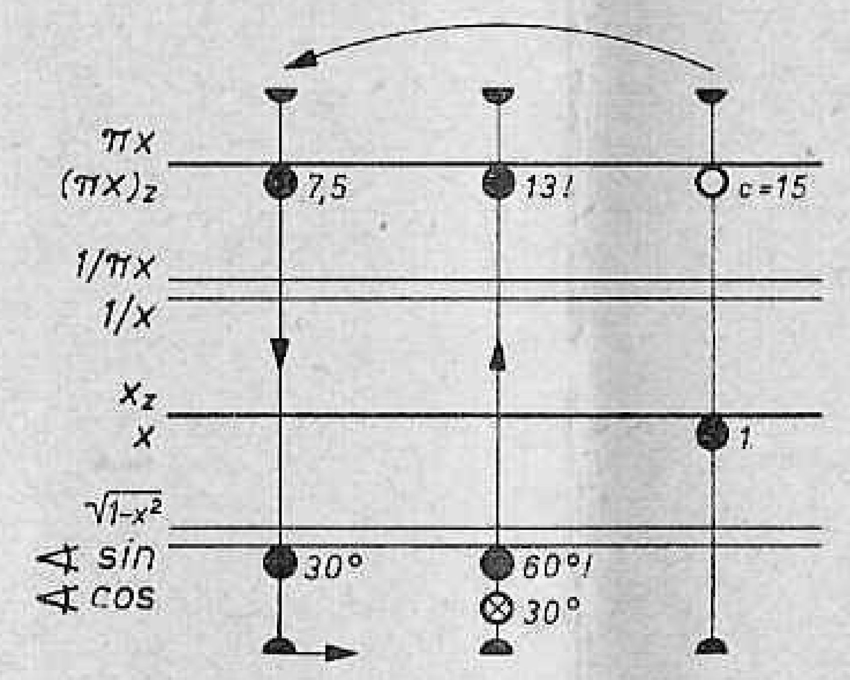


Fig. 18 a

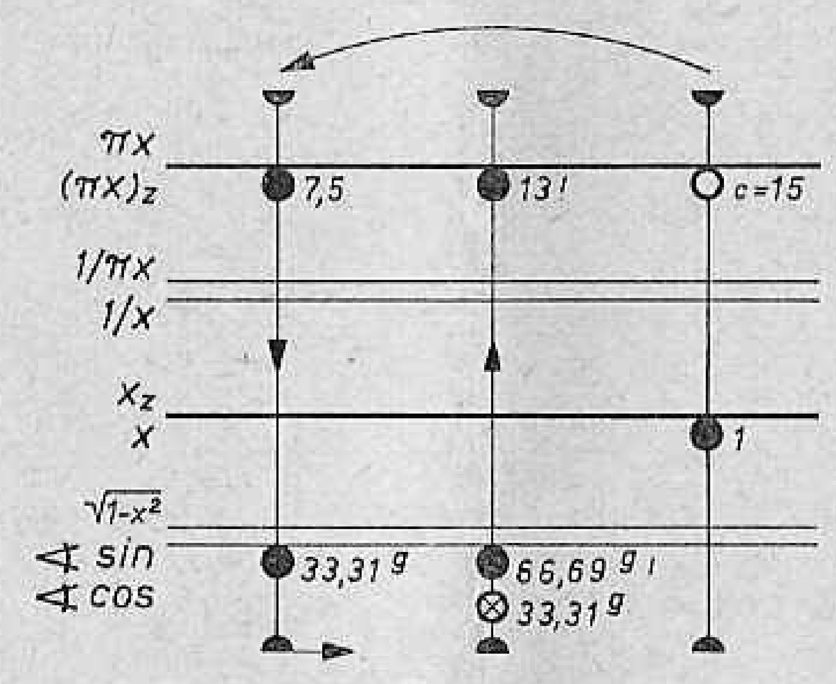


Fig. 18 b

En el proceso de solución según fig. 17 sería necesario correr la regleta al pasar del seno al coseno. Esto puede evitarse, si se coloca $c = 15$ sobre la escala $(\pi x)_z$. Naturalmente en este caso deberán leerse también los valores $a = 7{,}5$ y $b = 13{,}0$ sobre esta misma escala. Con $\alpha = 33{,}31^g$ y $c = 15$ se darán los mismos catetos.

El esquema en la figura 17 respectivamente 18 permite, con una sola posición de la regleta, los cálculos que frecuentemente se presentan de las formulas **s · sen** α, **s · cos** α. En casos individuales puede calcularse tambien con la escala reciprocal (véase pág. 5).

$$s \cdot \operatorname{sen}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{1/s}$$

Ejemplo para 2: Dados: $a = 3$, $b = 4$. Buscados: c, α y β

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4} \qquad c = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = 5.$$

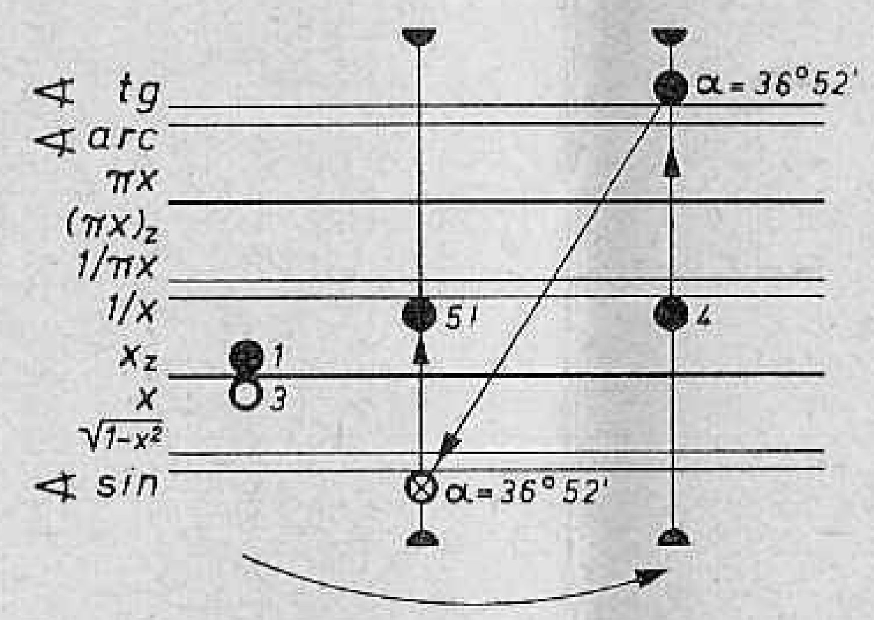


Fig. 19 a

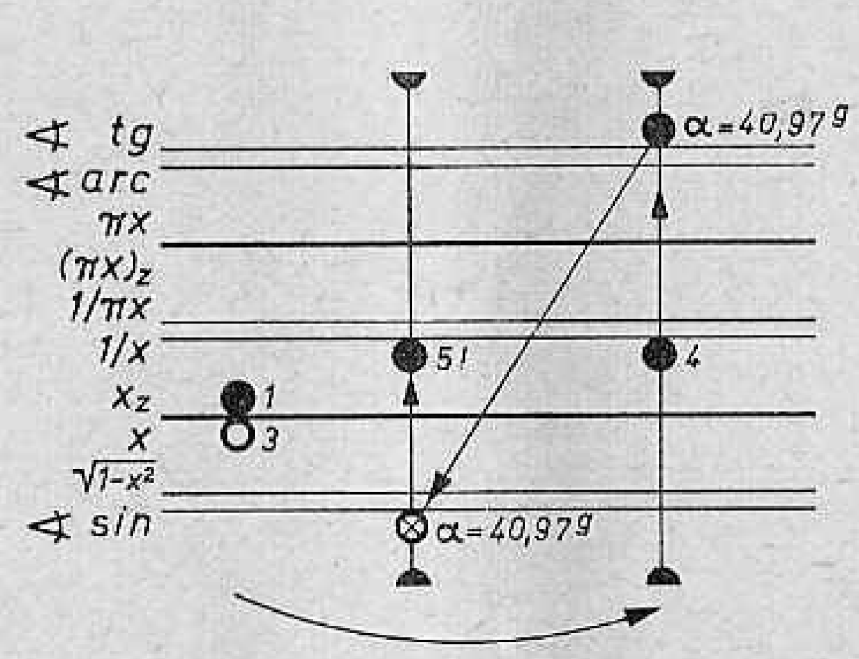


Fig. 19 b

www.reglasdecalculo.com

Modo de solución: Primeramente calcular α de los catetos, despues con la misma posición de la regleta colocar sin α con el cursor y leer finalmente el resultado sobre la escala reciprocal.

También puede a veces en este esquema evitarse el correr la regleta, utilizando la escala $1/\pi x$ en lugar de la escala $1/x$.

Ejemplo: $a = 8$, $b = 8{,}5$

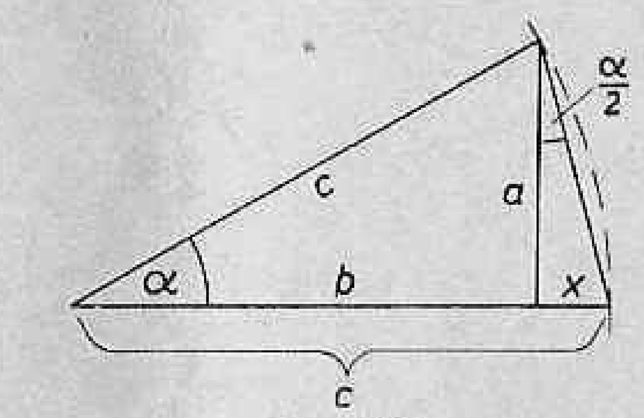
Aquí puede colocarse el cursor sobre el 8 de la escala x y correr el 1 de la escala $1/\pi x$ bajo la línea del cursor, ahora se leerá $\alpha = 43°16'$ ($48{,}07^g$) en la escala ∢ tg encima del valor 8,5 de la escala $1/\pi x$. $c = 11{,}67$ (sobre la escala $1/\pi x$).

Este esquema permite pruebas pitagóricas suficientes hasta hipotenusas de unos 20 m longitud y controles en cálculos de "ángulos de dirección y distancia" tomados de coordinados.

3. Pruebas pitagóricas con la escala $1/\mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2}$

Los cálculos corrientes de control $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ son inapropiados para la regla de cálculo. Tampoco satisface aquí la fórmula transformada $c = b\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}$ para $b > a$. La solución trigonómétrica según la figura 19 se apropia mucho mejor a las exigencias por su sencillez.

Si no alcanzase las cifras de posición para poder abarcar con exactitud y suficiencia los centímetros, pueden entonces calcularse cómodamente las diferencias $c - b$:



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$$

$$c - b = x = a \cdot \mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2}$$

Fig. 20

La escala de la regleta $1/\mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2}$ al lado del taquímetro facilita y posibilita esta clase de calculo

Ejemplo: $a = 6$, $b = 8$

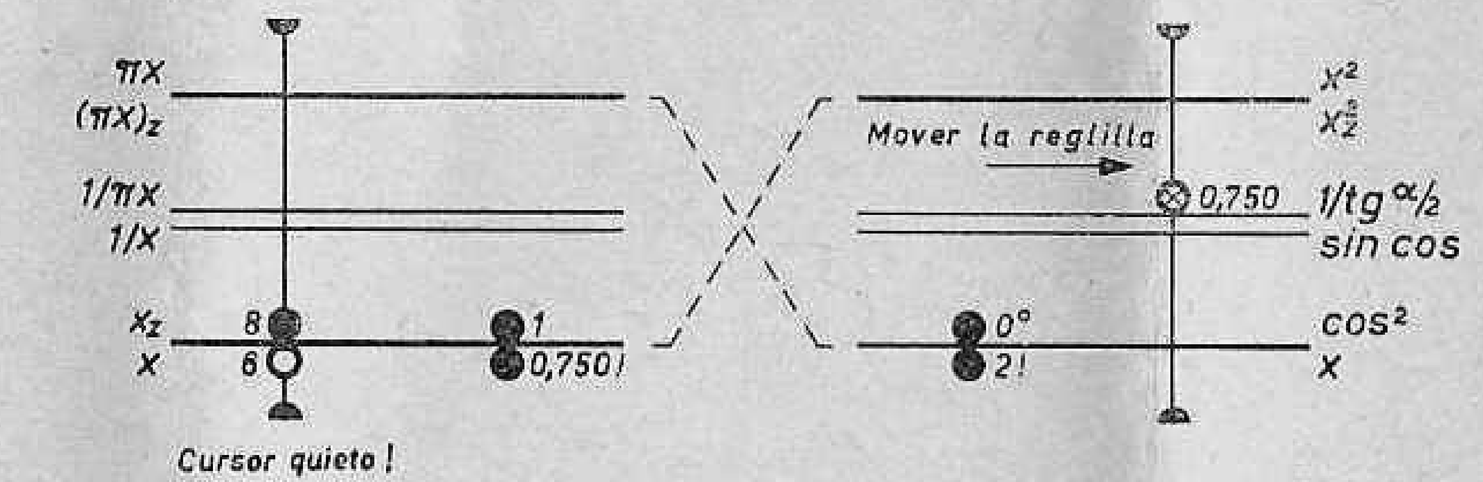


Fig. 21

Modo de resolverlo: Colocar como posición inicial la división normal 6/8 (compárese figura 3) y leer 0,750 bajo el 1 de la regleta. Dejar sin mover el cursor al volver la regla al otro lado (el cateto $a = 6$ se necesitará todavía para multiplicar!), después córrase el valor 0,750 de la escala $1/\mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2}$ bajo el cursor y leer el resultado $c - b = 2{,}0$ en la escala x debajo del valor inicial 0° de la escala $\cos^2$, o debajo del 1 de la regleta de la escala x_z. La línea 0° es idéntica con el 1 de la regleta sobre el lado normal.

En la segunda parte del cálculo se invertirá la multiplicación en una división con la escala reciprocal $1/\mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2}$.

$$a\,\mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2} = \frac{a}{1/\mathrm{tg}\ ^{\alpha}/_{2}}$$

¡Atención! Téngase bien presente, que la escala auxiliar está dividida según tg $\alpha/2$, pero con las cifras para los valores de funciones de tg α.

Como aquí no aparece el valor de ángulo, vale esta escala para divisiones de 360° y 400^g.

4. Cálculos taquimétricos:

En taquimetría se repiten siempre las siguientes operaciones:

$E = k \cdot l \cdot \cos^2\alpha = k \cdot l - k \cdot l \cdot \mathrm{sen}^2\alpha$ con miras verticales de medida

$E = k \cdot l \cdot \cos\alpha = k \cdot l - k \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)$ con miras horizontales de medida

$\Delta h = k \cdot l \cdot \mathrm{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$.

Aquí significan: k = constante multiplicación (las más veces 100)
l = lectura de la mira
α = ángulo de altura

a) Cálculos con miras verticales de medida

Ejemplo: $k \cdot l = 81{,}4$ m $\alpha = 22°41'$ respectivamente $25{,}20^g$

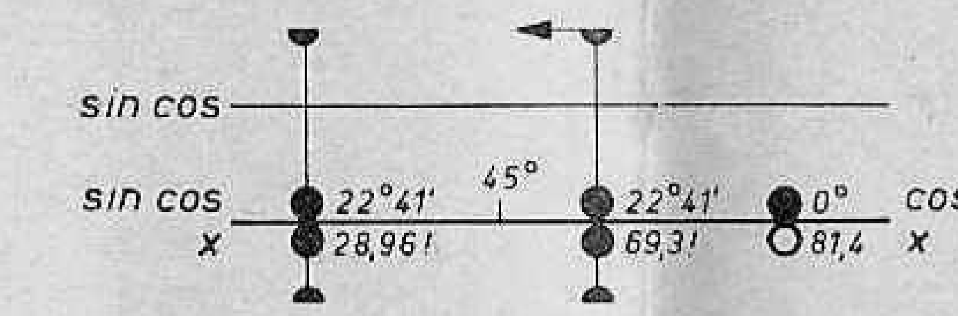


Fig. 22 a

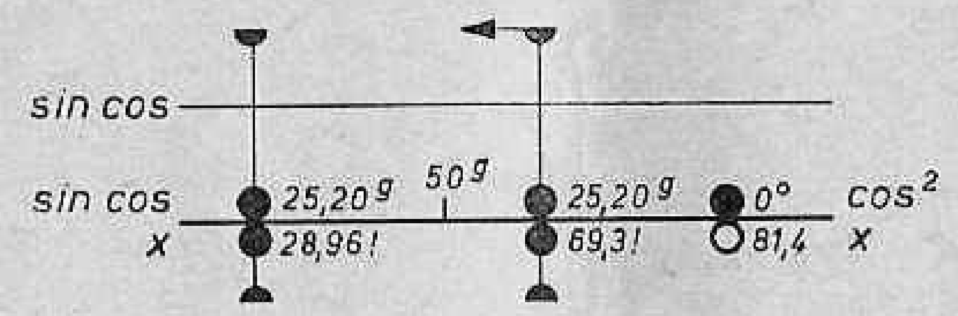


Fig. 22 b

Proceso de calculo: La distancia diagonal $k \cdot l = 81{,}4$ debe ser colocada sobre la escala x con la línea 0 de la división $\cos^2$, correr el cursor al valor α de la escala $\cos^2$ y leer debajo la distancia horizontal $E = 69{,}3$ m en la escala x. Después correr el cursor al valor de ángulo de la escala sin · cos y finalmente leer debajo sobre la escala x la diferencia de altura $\Delta h = 28{,}96$ m.

Tenemos p. ej. ya dado $k \cdot l = 115{,}7$ m, entonces debe comenzarse la operación con la línea de la división 0° de la superdivisión por la parte izquierda, para evitar deber correr la regleta. Los ángulos pequeños de la función sen · cos se hallan en la mitad de la regleta.

Si la escala $\cos^2$ no bastara para la exactitud exigida, deberá calcularse la corrección $k \cdot l \cdot \sin^2\alpha$ para la relación $E = k \cdot l - k \cdot l \cdot \sin^2\alpha$.

Ejemplo: $k \cdot l = 215{,}7$ m $\alpha = 4°50'$ respectivamente $5{,}37^g$

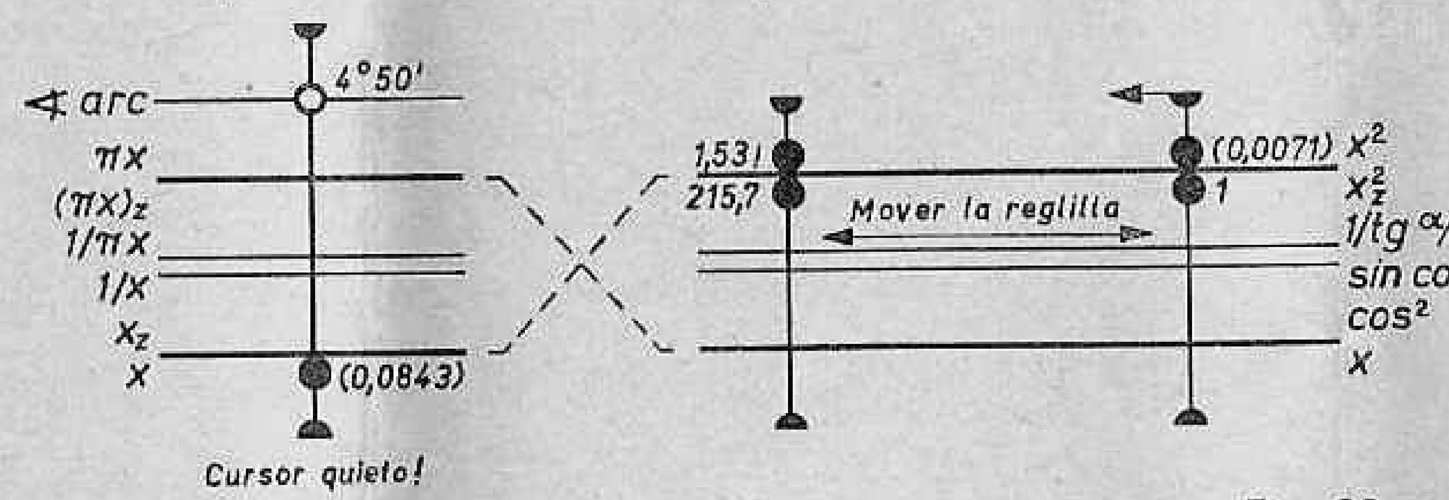


Fig. 23a

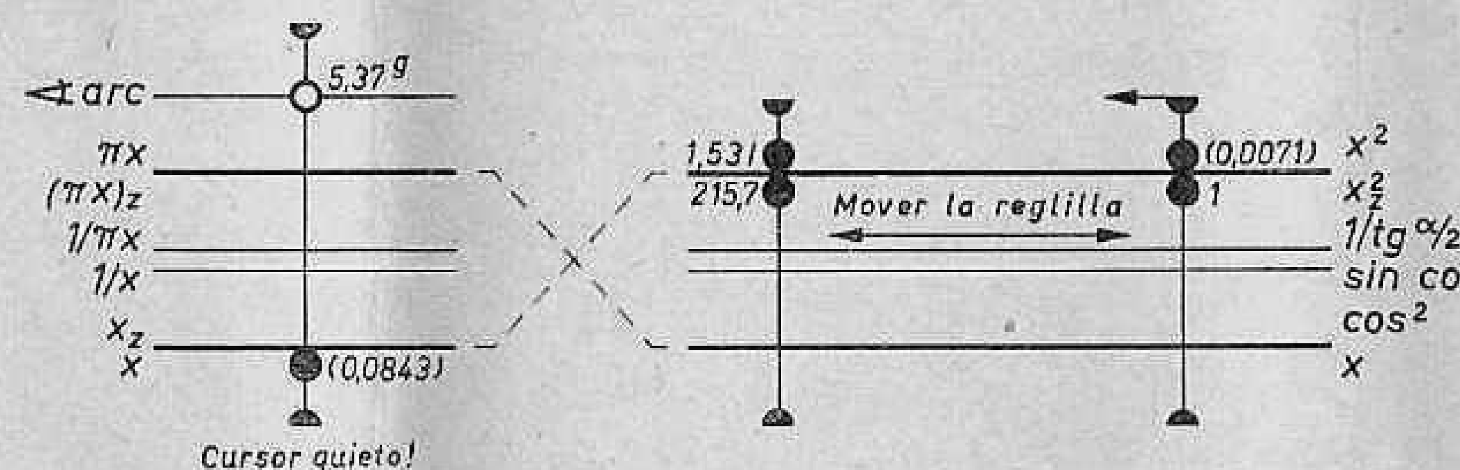


Fig. 23b

$E = 215{,}7 - 1{,}5 = 214{,}2$ m

www.reglasdecalculo.com

Proceso de solución: sin 4°50′ se coloca sobre la escala ∢ arc; dejar sin mover el cursor al volver la regla al otro lado y el 1 de la regleta en la escala x_z^2 colocarlo bajo la línea del cursor. Ahora no deben leerse los valores sen α y sen²α, sino multiplicar seguidamente con la escala para cuadrados.

b) Reducción con la mira de medida horizontal

Si se debieran medir distancias diagonales con medidor a distancia de doble cuadro y con miras de medida horizontal, deberá utilizarse la escala 1 — cos, que tenga referencia a la escala para cudrados.

Ejemplo: $k \cdot l = 145{,}8$ m $\quad \alpha = 8°25'$ respectivamente $9{,}35^g$

$$E = k \cdot l - k \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)$$

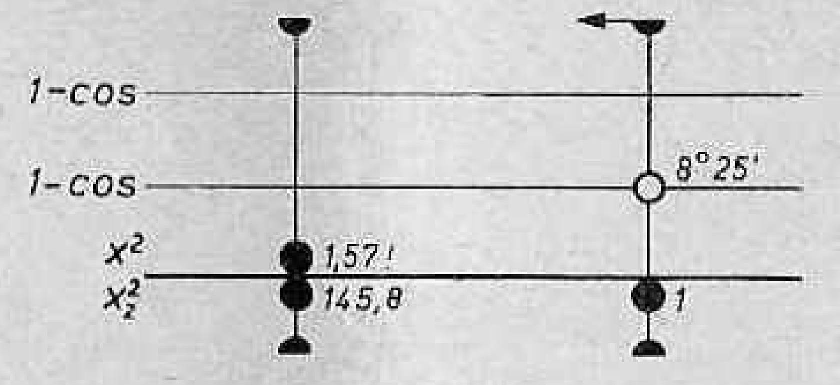


Fig. 24 a

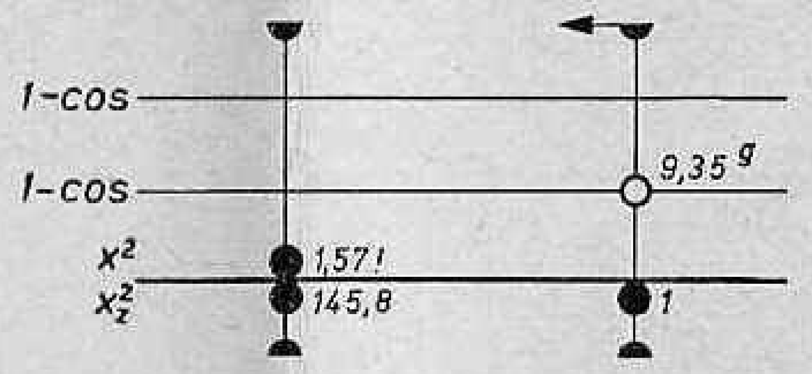


Fig. 24 b

Proceso para la solución: Colocar el cursor sobre 8°25′ de la escala 1 — cos α, correr debajo el 1 de la regleta de la escala x_z^2. Después multiplicar con la escala para cuadrados y leer el resultado $k \cdot l\,(1 - \cos\alpha) = 1{,}57$.

$E = 145{,}8 - 1{,}6 = 144{,}2$ m

5. Cálculo de los coeficientes de dirección en caso de compensaciones de los coordinados

En el curso de compensaciones de coordinados se necesitan siempre los coeficientes:

$$a = -\frac{\varrho}{10}\,\frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{\Delta x} \quad y \quad b = \frac{\varrho}{10}\,\frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{\Delta y}$$

La escala sin cos hace aquí un buen servicio, si las igualdades deben transformarse para la aplicación de las escalas reciprocales:

$$a = -\frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{1/\varrho} \cdot \frac{1}{\Delta x} \cdot 0{,}1 \quad y \quad b = \frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{1/\varrho} \cdot \frac{1}{\Delta y} \cdot 0{,}1$$

Ejemplo: $\alpha = 202°17'$ $\qquad x = -2498$ $\qquad y = -1024$

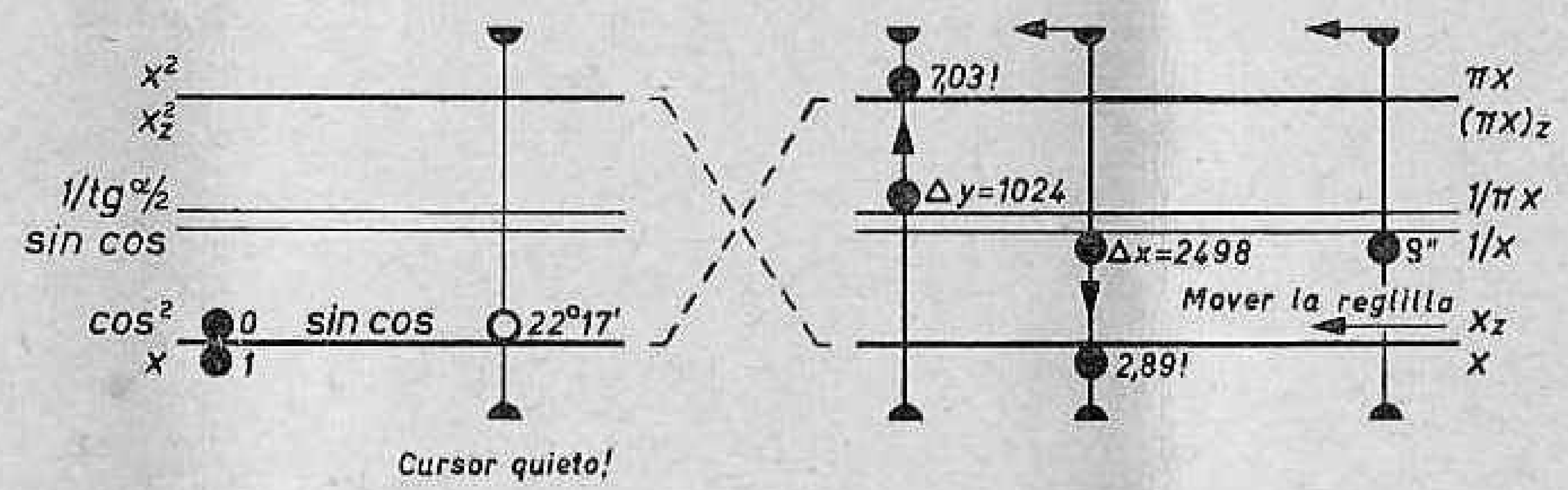


Fig. 25

Proceso de solucion: colocar, estando la regleta "a cero", 22°17′ sobre la escala sen · cos, volver la regla al otro lado sin correr el cursor y correr ϱ″ sobre la escala 1/x bajo la línea del cursor. En esta posición en que está ahora la regleta deben colocarse los valores Δx y Δy uno tras otro con el cursor sobre las escalas reciprocales 1/x y 1/πx. Los resultados aparecen sobre la escala x respectivamente πx.

$$a = 2{,}89 \qquad b = -7{,}07$$

Desde luego para este ejemplo son posibles también otras formas de solución.

La escala sen · cos tiene valor para ángulos a voluntad pues con las cofunciones se forma de nuevo la expresión sen · cos, que será positivo en los cuadrantes 1. y 3. y negativo en los cuadrantes 2. y 4.

VIII. El cursor desmontable y sus marcas

Las rayas del cursor están ajustadas al cuadro de la escala, de modo tal, que mientras se efectúa un cálculo, puede pasarse de un lado al otro de la regla de cálculo. Este ajuste permanece inalterable también, cuando el cursor haya de desmontarse para proceder a su limpieza.

El tornillo, que se halla solo sobre uno de los travesaños del cursor, se ha previsto en forma de botón de presión, el cual se abre, si se oprime hacia abajo con los pulgares los extremos del travesaño del cursor marcados con flechas. Entonces puede sacarse el cursor transversalmente a las divisiones de la regla de cálculo.

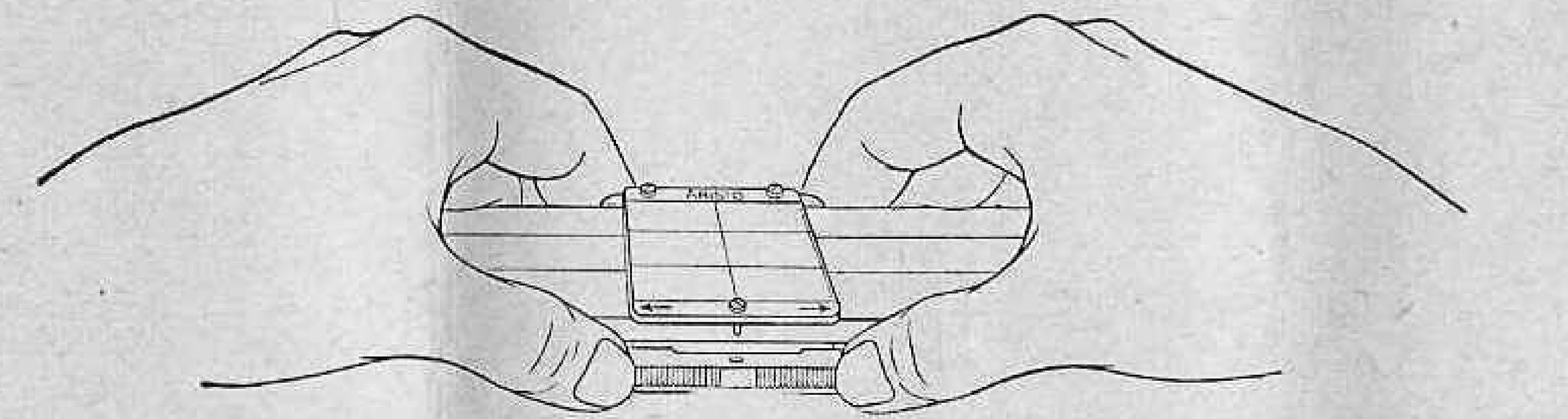


Fig. 26

1. Sinuosidades del terreno y refracciones

La marca ER del cursor referida a la escala para cuadrados sirve para cálculos de los miembros de corrección para las sinuosidades del terreno y refracción. La distancia de la línea derecha inferior del cursor hasta la marca ER, corresponde a la constante

$$\frac{1-k}{2\,r^2} = 0{,}0683$$

Se coloca la distancia de la meta en km con la marca derecha sobre la escala x y se lee en metros el miembro de corrección bajo la marca ER sobre la escala x^2.

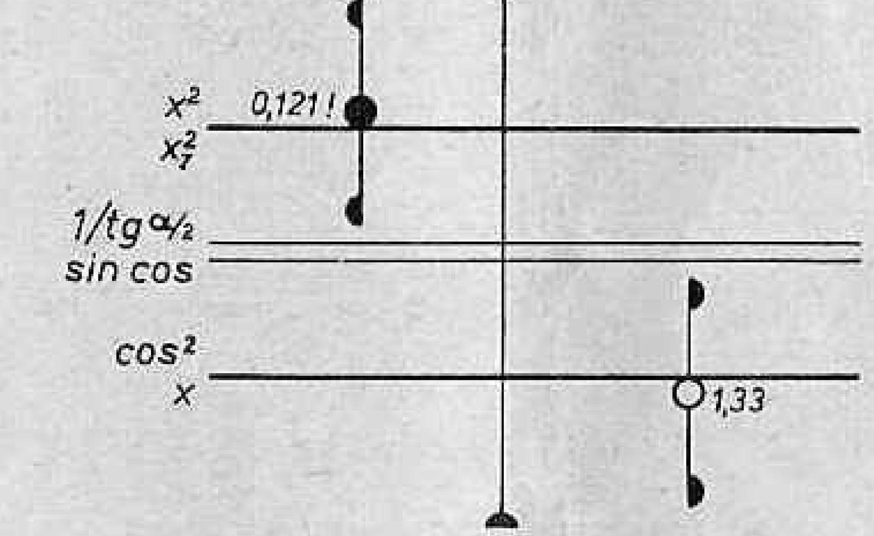


Fig. 27

Ejemplo: con E = 1,33 km, da bajo la marca ER el valor 0,121 m

2. Superficies de círculo

La distancia de la marca derecha inferior del cursor hasta la línea media se ha medido de modo que, pueden calcularse, según el método corriente, superficies de círculos en combinación con la escala para cuadrados. Para cada posición del diámetro con la marca derecha del cursor sobre la escala x, podrá leerse bajo la línea media sobre la escala para cuadrados la superficie circular según la fórmula $s = d^2 \frac{\pi}{4}$.

IX. Conservación de la regla de cálculo ARISTO

La regla de cálculo merece por lo tanto un tratamiento muy esmerado. Sus escalas y el cursor deben quedar siempre limpios y exentos de raspaduras para que no sufra la exactitud de las lecturas. Se recomienda lavar la regla de vez en cuando con el liquido limpiador "DEPAROL" ó con agua y jabón, puliéndola en seco. De ningún modo se emplearán sustancias químicas, que podrian destruir las finas graduaciones. La regla de calculo no debe ponerse nunca en lugares calurosos, p. ej. sobre radiadores de calefacción, ni exponerse a los ardientes rayos solares, puesto que un calor que exceda de los 60 grados centígrados le causaría deformaciones. Las reglas deterioradas por motivos como los expuestos no se cambiarán.

Reservados todos los derechos, especialmente traducciones a idiomas extranjeros.
Prohibida la reproducción en cualquier forma también parcialmente.
Copyright 1954 by DENNERT & PAPE · Hamburg · 1 Edición · 030155
Printed in Germany by Borek KG.

www.reglasdecalculo.com