

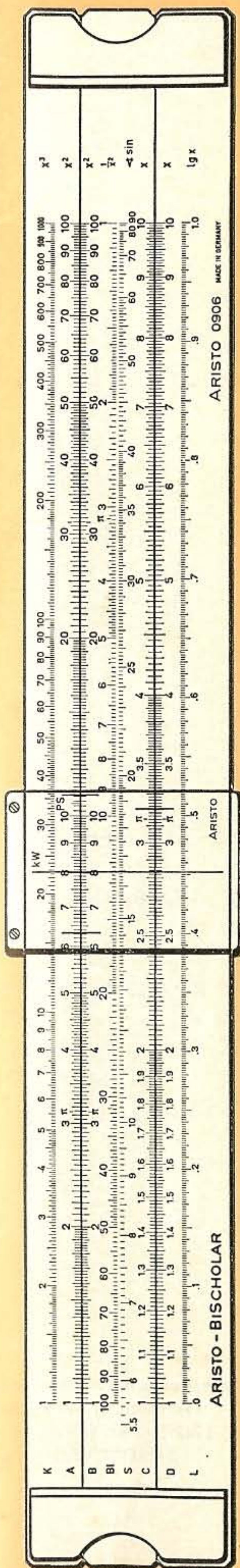
INSTRUCCIONES PARA EL USO DE LA REGLA DE CALCULO

ARISTO

BISCHOLAR

0906

S



INDICE

1. Manejo de la regla de cálculo	5
2. Tratamiento de la regla de cálculo ARISTO	5
2.1 Reseña de propiedad	5
3. Disposición de las escalas	6
3.1 Cara anversa	6
3.2 Cara de cuadrados	7
4. Lectura de las escalas	8
5. Principio del cálculo	10
6. Multiplicación	11
7. Multiplicación con las escalas CF y DF	12
8. División	14
8.1 Multiplicación y división por el factor π	15
9. Multiplicación y división combinadas	15
10. Escalas recíprocas CI y CIF	16
11. Ecuaciones de quebrados, proporciones y tablas ..	19
12. Escalas de cuadrados A, B y BI	20
13. Escala de cubos K	21
14. Escalas S, T1 y T2	22
14.1 Seno	22
14.2 Coseno	22
14.3 Escala de senos en la reglilla	23
14.4 Tangente	23
14.5 Cotangente	24
15. Escala ST	24
15.1 Angulos pequeños — Angulos grandes	24
15.2 Conversión grados \leftrightarrow radianes	25
16. Cálculo trigonométrico de triángulos planos	25
17. Escala de mantisas L	28
18. El cursor	28
18.1 Superficies circulares, pesos de barras de acero	28
18.2 Conversión kW \leftrightarrow CV (PS)	29
18.3 La marca 36	29
18.4 Colocación y desmontaje del cursor	29
18.5 Ajuste del cursor	30

Reservados todos los derechos, incluyendo la traducción a idiomas extranjeros · Prohibida la reproducción total o parcial.

© 1967 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG
S/RRFL/R · Printed in Germany by Borek KG · 5506

1. Manejo de la regla de cálculo

Para el cálculo se coge la regla con ambas manos y en una posición tal, que la raya del cursor no proyecte ninguna sombra. La colocación más exacta de la reglilla se consigue mediante presión y contrapresión. Con una de las manos se coge la parte sobresaliente de la reglilla, junto al cuerpo de la regla, con los dedos pulgar e índice, de forma que moviendo los dedos, a la vez que se apoyan sobre el cuerpo de la regla, sea posible tirar y empujar. Con la otra mano se coge el listoncillo superior de la regla de cálculo, de forma que con la punta del dedo pulgar pueda efectuarse una contrapresión sobre el otro extremo de la reglilla.

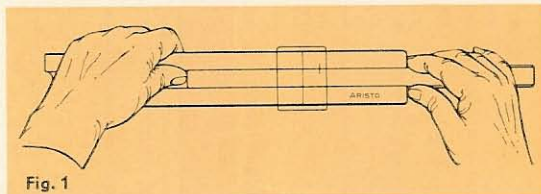


Fig. 1

La colocación del cursor puede efectuarse con una mano, pero se consigue de forma más rápida y exacta con los dedos pulgar e índice de ambas manos. Para que el cursor no se ladee y la raya del cursor sea llevada siempre verticalmente a las divisiones, debe apretarse ligeramente el canto guía del cursor, que se encuentra enfrente del muelle del cursor, contra el canto de la regla.

2. Tratamiento de la regla de cálculo ARISTO

La regla de cálculo es un valioso medio auxiliar de cálculo y necesita un tratamiento cuidadoso. Para que no disminuya la exactitud de la lectura, deben protegerse las escalas y el cursor de la suciedad y de arañazos. Se recomienda limpiar de vez en cuando la regla de cálculo con el producto especial DEPAROL, puliéndola después en seco. En modo alguno deben emplearse productos químicos, porque podrían borrar la graduación.

Debe de protegerse la regla de cálculo del uso de gomas de borrar plásticas y de sus residuos, ya que estos pueden dañar la superficie del ARISTOPAL. Además debe de evitarse su colocación en lugares calientes, p. ej. sobre radiadores de calefacción o a pleno sol, porque a temperaturas superiores a 60° C pueden presentarse deformaciones. Para reglas de cálculo con tales daños no se garantiza la sustitución.

2.1 Reseña de propiedad

Para identificar la regla de cálculo o el estuche, recomendamos la tinta para dibujar sobre papel transparente de la casa Günter Wagner, Hannover (Pelikan). Puede elegirse entre la tinta C y T, que pueden quitarse con el producto DEPAROL, y la tinta K que ataca el plástico y solamente puede hacerse desaparecer la identificación mediante un rascado. La tinta china corriente se adhiere muy mal y salta al poco tiempo.

3.1 Cara anversa

ST	Escala de tangentes, senos y arcos para ángulos de $0,55^\circ$ a 6°
T1	Escala de tangentes para ángulos de $5,5^\circ$ a 45°
T2	Escala de tangentes para ángulos de 45° a $84,5^\circ$
DF	Escala fundamental desplazada por π
CF	Escala fundamental desplazada por π
CIF	Escala recíproca de CF
CI	Escala recíproca de C
C	Escala fundamental
D	Escala fundamental
DI	Escala recíproca de D
S	Escala de senos para ángulos de $5,5^\circ$ a 90° , para funciones complementarias de 0° a $84,5^\circ$ numerada en 0°

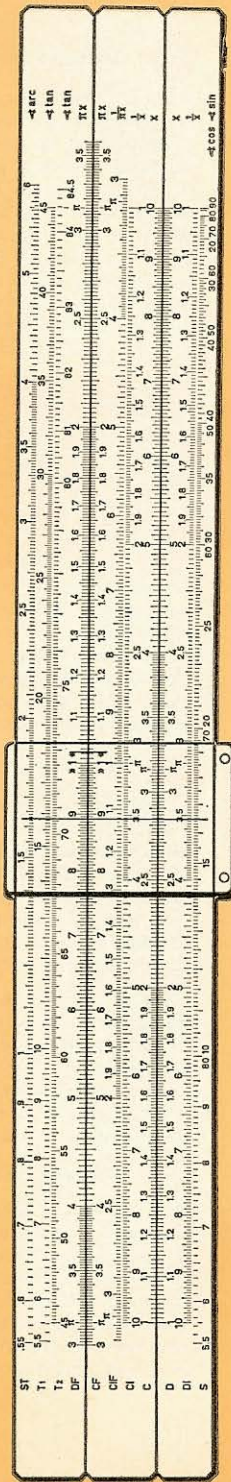


Fig. 2 Cara anversa

3.2 Cara de cuadrados

- K Escala de cubos
A Escala de cuadrados
B Escala de cuadrados
BI Escala recíproca de B
S Escala de senos para ángulos de $5,5^\circ$ a 90°
C Escala fundamental
D Escala fundamental
L Escala de mantisas

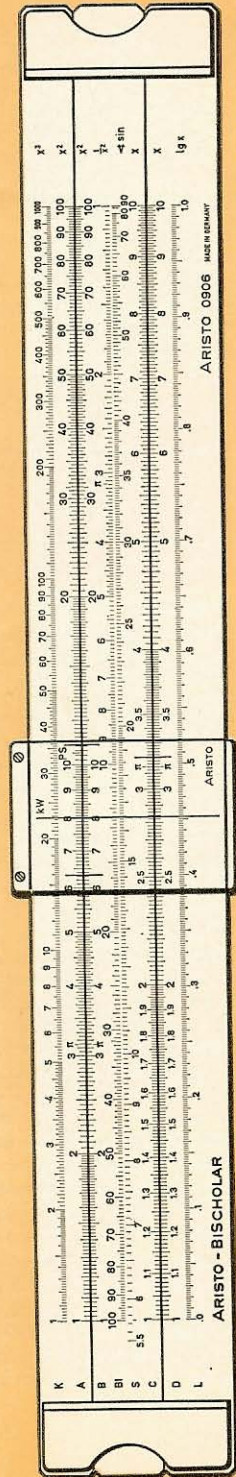
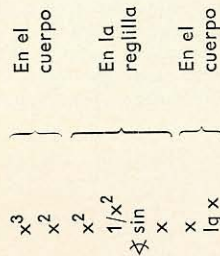
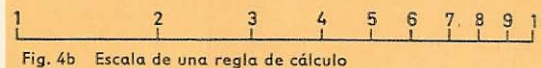


Fig. 3 Cara de cuadradas

4. Lectura de las escalas

La lectura de las escalas es el ejercicio previo más importante para el cálculo con la regla. Seguramente todos conocerán en alguna forma la aplicación de las escalas por medio de la escuela o de la práctica, pero las escalas de la regla de cálculo presentan una diferencia esencial.

En la regla graduada milimétricamente las divisiones presentan entre ellas una separación constante de un milímetro, cada quinta raya es un poco más larga y cada décima división esta numerada, para tener así una graduación fácilmente legible. La numeración cuenta pues los centímetros.



Al observar la escala fundamental D de la regla de cálculo resalta enseguida, que las distintas separaciones entre las cifras del 1 al 10 varían. Entre estas cifras se ha hecho otra subdivisión con rayas largas de 10 intervalos, que a su vez están subdivididos con rayas de división cortas. Entre las cifras 1 y 2 existe espacio suficiente para numerar las rayas de división largas y para una subdivisión decimal entre estas rayas numeradas, formándose un cuadro, que puede compararse a la escala milimétrica anterior (fig. 5).

Como hacia la derecha los intervalos se hacen cada vez más pequeños, en comparación con la subdivisión inicial, solamente podrá marcarse a partir del 2 cada segunda raya de división y a la derecha del 4 solamente cada quinta raya (fig. 6 y 7).

Debe tenerse en cuenta especialmente, que las lecturas en la regla de cálculo son sucesiones de cifras que nada dicen sobre la posición de la coma, esto quiere decir, que para leer 132 se lee uno — tres — dos y no ciento treinta y dos. Esta forma de lectura evita errores, ya que se evita la confusión o el olvido de alguna cifra. La coma de la sucesión de cifras 1—3—2 puede ser p. ej. 0,132 ó 13,2, ya que una multiplicación o división por potencias de diez altera solamente la posición de la coma y no la sucesión de cifras.

La primera cifra de un número puede encontrarse fácilmente debido a las grandes cifras de la escala, pero la búsqueda de las cifras siguientes varía en los tres intervalos de división existentes.

En el intervalo de 1 a 2 la numeración un poco más pequeña da las dos primeras cifras de un número, p. ej. 13. Mediante las rayas de división cortas se halla la tercera cifra. Comenzando con el 130 del número 1.3 la lectura de las divisiones siguientes da 131, 132, 133 etc.



La raya del cursor es tan fina en relación con el ancho de los intervalos, que puede graduarse con toda seguridad la mitad entre dos divisiones. Pero el ojo aprecia también pequeñas fracciones de un intervalo, de forma que con alguna práctica, puede apreciarse hasta la décima parte de un intervalo, como p. ej. una décima de milímetro en una escala milimétrica.

Por ejemplo al mover el cursor entre las divisiones 138 y 139 puede apreciarse la cuarta cifra de los valores 1380, 1381, 1382, 1383 etc. (fig. 5).



En el intervalo de 2 a 4 la numeración solamente da la primera cifra de un número, hallándose la segunda cifra en las rayas de división largas, como indican los números entre paréntesis de la fig. 6. Las rayas de división cortas que se hallan entre estos números indican la tercera cifra de dos en dos unidades, p. ej. 220, 222, 224, 226, 228 y 230. Esta tercera cifra es siempre un número par, ya que las cifras impares están en la mitad de estos intervalos y se hallan por apreciación, p. ej. 215.

En el intervalo de las divisiones numeradas de 4 a 10 vuelve a hallarse la segunda cifra mediante las rayas de división largas. Las rayas de división cortas dan el 5 de la tercera cifra, de forma que la lectura en este intervalo será 500, 505, 510, 515 etc. Todos los demás valores de la tercera cifra deben de apreciarse en los intervalos.



Las lecturas entre 1 y 1,1, así como en los intervalos inmediatos a una división numerada, deben de practicarse especialmente, ya que no debe de olvidarse ningún cero.



En todas las escalas de la regla de cálculo solamente aparecen estos tres cuadros de división, de forma que puede leerse en cualquier escala, si se ha practicado suficientemente la lectura y la colocación en la escala D. Se recomienda la colocación y lectura de distintos valores de la escala D, primeramente con la raya del cursor y también con el extremo inicial 1 o final 10 de la escala C.

Es muy útil practicar a continuación la lectura en las escalas CF y DF así como en las escalas A y B. Aquí aparecen las mismas subdivisiones, solamente que en otro orden.

5. Principio del cálculo

Se calcula de forma que se suman o restan segmentos gráficamente. El principio en que se basa el cálculo puede entenderse fácilmente con dos reglas graduadas milimétricamente que se hacen deslizar una frente a otra.

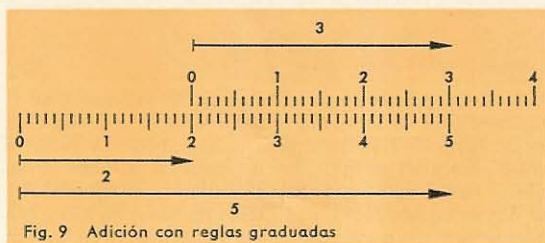


Fig. 9 Adición con reglas graduadas

La fig. 9 presenta la adición $2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$. Si el extremo inicial de la escala superior se coloca sobre el valor 2 de la escala inferior, puede sumarse a este segmento 2, el segmento 3 con ayuda de la escala superior. Frente al 3 de la escala superior se encuentra en la escala inferior el resultado 5. En la fig. 9 igualmente podría haberse leído $2 + 1 = 3$ ó $2 + 2 = 4$, y también $20 + 15 = 35$, si contamos los milímetros.

También la sustracción $5 - 3 = 2$ puede deducirse de la fig. 9, siguiendo el proceso inverso. Del segmento 5 de la escala inferior se resta el segmento 3 de la escala superior, para lo cual se colocan los valores 5 y 3 uno sobre otro y debajo del extremo inicial de la escala superior se halla el resultado 2 en la escala inferior.

En la regla de cálculo se encuentran unas escalas sobre un cuerpo fijo y otras sobre una reglilla desplazable. Las escalas con los intervalos variables corresponden a los logaritmos representados gráficamente.

La adición de dos segmentos da por lo tanto una multiplicación y la sustracción una división.

Al graduar los valores numéricos no se tiene en cuenta la posición de la coma, que se halla más tarde mediante un cálculo de estimación.

6. Multiplicación

Se suman dos segmentos de las escalas de la regla de cálculo.

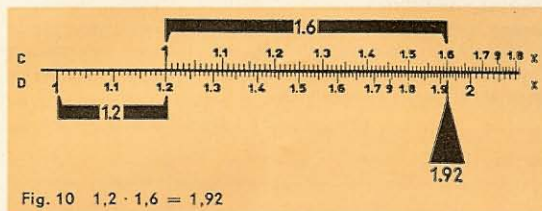


Fig. 10 $1,2 \cdot 1,6 = 1,92$

De momento se calcula solamente con las escalas C y D. El segmento de 1 a 1,2 en la escala D y el segmento de 1 a 1,6 en la escala C se suman gráficamente, colocando el 1 de la escala C sobre el 1,2 de la escala D y colocando la raya del cursor sobre el valor 1,6 de la escala C, puede leerse el resultado 1,92 en la escala D. Las viguetas en negro de la fig. 10 indican los dos segmentos y la punta de flecha indica el resultado. La posición de la coma se halla mediante un cálculo de estimación.

Ejemplos para practicar:

$$\begin{array}{ll} 18 \cdot 13 = 234 & 2,1 \cdot 2,5 = 5,25 \\ 12 \cdot 8 = 96 & 27,4 \cdot 3,34 = 91,5 \\ 1,06 \cdot 6,65 = 7,05 & 20,4 \cdot 0,38 = 7,75 \end{array}$$

Si en el ejemplo $8 \cdot 7 = 56$, el camino indicado en la fig. 10 no conduce al resultado, debido a que la reglilla sobresale demasiado de la regla de cálculo y por lo tanto es insuficiente la longitud de la escala D para la lectura del resultado, entonces se gradúa el valor 8 con el extremo derecho 10 de la escala C.

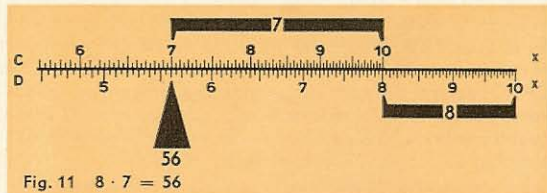


Fig. 11 $8 \cdot 7 = 56$

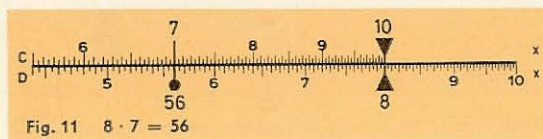
Ahora sobresale el extremo inicial de la escala C, pero indicaría igualmente el valor 8 en una escala fundamental colocada a la izquierda y a continuación de la otra. Por ello no varía en nada el principio del cálculo ya que a este imaginado valor se suma el segmento 7 y se lee el resultado 56 en la escala D.

Este método de sustitución del extremo inicial por el final de la reglilla recibe el nombre de «corrimiento de la reglilla» y siempre lleva al resultado, cuando en el cálculo se sobrepasa la escala D.

Las viguetas negras de la fig. 11 y su numeración no dan una representación del todo correcta del proceso de cálculo ya que representan solamente los segmentos restantes

hasta la cifra 10; pero representan la graduación real y el resultado de forma más clara que la representación basada en los extremos iniciales de las escalas.

Por ello hemos elegido para las siguientes figuras una representación fácilmente legible. Dos triángulos representan la posición inicial de la reglilla o del cursor respectivamente, los valores indicados son los que se gradúan. Cada paso siguiente viene indicado por una raya, leyendo en el punto el resultado.



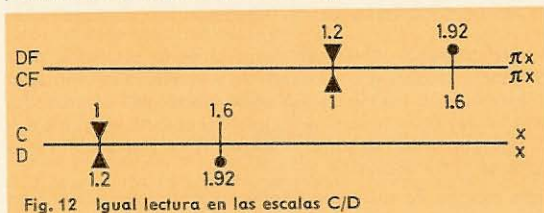
Ejemplos para practicar:

$$\begin{array}{ll} 9,2 \cdot 6,85 = 63,0 & 6,4 \cdot 37,2 = 238 \\ 31,6 \cdot 5,35 = 169,0 & 39,7 \cdot 49,5 = 1965 \\ 415 \cdot 4,1 = 1702 & 0,805 \cdot 42 = 33,8 \end{array}$$

7. Multiplicación con las escalas CF y DF

Las escalas CF y DF tienen en el fondo las mismas propiedades que las escalas C y D con la diferencia de que están desplazadas lateralmente con respecto de las escalas fundamentales. El 1 pasa aproximadamente al centro de la regla de cálculo y es a la vez comienzo y final de la escala. A la derecha del 1 se repite la primera parte de la escala fundamental y a la izquierda del 1 se encuentra la parte final de la escala fundamental. Podría decirse pues que se ha cogido la parte central de dos escalas fundamentales puestas una a continuación de la otra.

El ejemplo $1,2 \cdot 1,6$ de la fig. 10 puede ser calculado por lo tanto también con las escalas CF y DF, colocando el 1 de la escala CF debajo del 1,2 de la escala DF y leyendo el resultado 1,92 en la escala DF, sobre el 1,6 de la escala CF. Comparando con las escalas fundamentales, puede verse que también el extremo inicial de la escala C se encuentra sobre el 1,2 de D, es decir, que se tiene la misma posición de la reglilla que en la fig. 10.

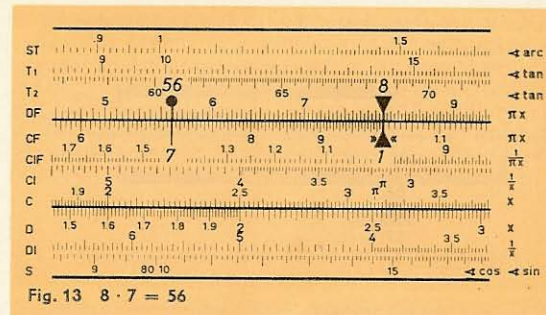


Deberá observarse, que la escala C de la reglilla se encuentra sobre la escala D, mientras que la escala CF de la reglilla se encuentra debajo de la escala DF. Para evitar errores de colocación, las escalas C y CF tienen un color amarillo. Si observamos en esta posición de la reglilla las

escalas C/D por un lado y por otro las escalas CF/DF, vemos que coinciden los pares de valores en cada par de escalas. Si no se puede hacer la lectura en uno de los pares de escalas, puede seguir calculándose con el otro.

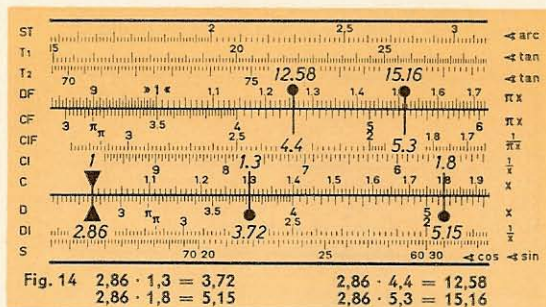
Esto siempre es posible mientras no sobresalga la reglilla más de la mitad de la regla de cálculo. Debido a que en las escalas desplazadas el 1 aparece solamente una vez en el centro de la regla, siempre se comenzará el cálculo con las escalas CF y DF correctamente.

Repitiendo el ejemplo 8.7 con las escalas CF y DF observaremos este proceso.



El cálculo simultáneo con las escalas fundamentales C/D y las escalas desplazadas CF/DF presenta muchas ventajas al calcular tablas, cuando es necesario multiplicar un valor constante por varios factores distintos. Ejemplo: el precio por metro de una tela es de 2,86 Ptas.; construir una tabla de precios para distintas longitudes.

Da lo mismo colocar el 1 de la escala C sobre el valor 2,86 de la escala D o el 1 de la escala CF debajo del valor 2,86 de la escala DF. La fig. 14 presenta una parte de la regla de cálculo en la que se han marcado algunos ejemplos mediante valores y rayas.



Los factores 1,3 y 1,8 pueden graduarse en la escala C; debajo de ellos se encuentran en la escala D los precios 3,72 Ptas. y 5,15 Ptas. Para longitudes mayores de 3,5 m no pueden efectuarse lecturas de precios en la escala D, por lo que buscamos el valor 4,4 en la escala CF y leemos el precio en la escala DF. Lo mismo es válido para el factor

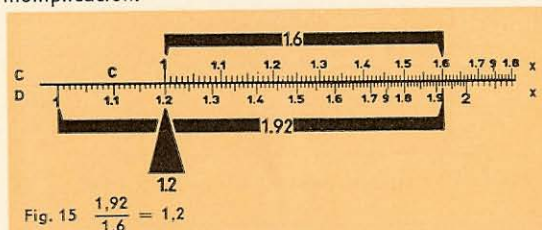
5,3. Debe de observarse que las longitudes deben de graduarse preferentemente en una de las escalas de la reglilla. Las rayas amarillas en la reglilla recuerdan la colocación correcta de los factores, ya que todas las longitudes deben graduarse en la escala de la reglilla.

Ejemplos para practicar:

$$\begin{array}{ll} 2,9 \cdot 3,9 = 11,31 & 5,15 \cdot 16 = 82,4 \\ 3,1 \cdot 4,5 = 14,4 & 0,62 \cdot 12 = 7,44 \\ 3,8 \cdot 2,5 = 9,50 & 0,44 \cdot 2,1 = 0,924 \end{array}$$

8. División

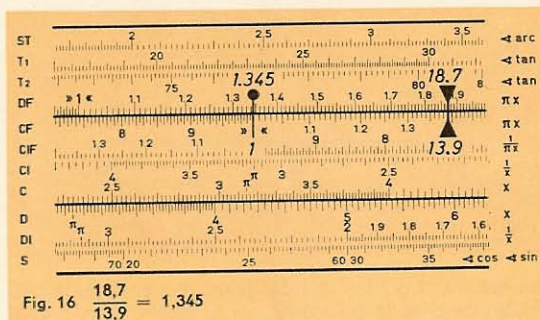
En la división se restan dos segmentos; inversa de la multiplicación.



Conviene escribir las divisiones en forma de quebrado. Colocando el numerador en D y frente a él, el denominador en C, puede leerse el resultado en la escala D debajo del extremo inicial o final de la reglilla, según el extremo que se encuentre sobre la escala D.

En el ejemplo de la fig. 15 se coloca la raya del cursor sobre el valor 1,92 de la escala D y se mueve la reglilla hasta que el valor 1,6 de la escala C se encuentre debajo de la raya del cursor. Después puede leerse el resultado 1,2 debajo del uno de la reglilla (punta de flecha).

La fig. 16 presenta la solución correspondiente de la división 18,7 : 13,9 con las escalas CF y DF. Frente al 18,7 de DF se coloca el 13,9 en CF y el resultado 1,345 se encuentra frente al uno de la reglilla, en la escala DF.



La división con las escalas CF y DF presenta la ventaja, de que al igual que en los quebrados, el numerador se coloca en la parte superior, en la escala DF, y el denomi-

nador debajo de él, en la escala CF. El resultado puede encontrarse tanto en la escala DF como en la D, frente al correspondiente 1 de CF ó C.

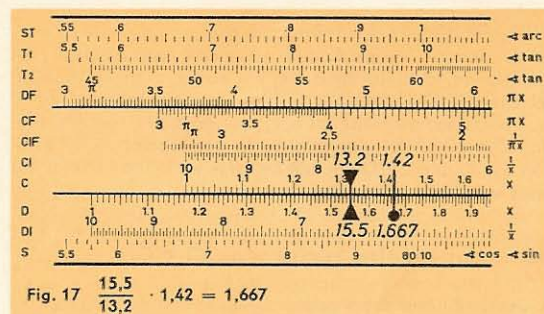
Ejemplos para practicar:

$$\begin{array}{ll} 894 : 31 = 28,84 & 42 : 53 = 0,7925 \\ 15 : 16,5 = 0,91 & 0,56 : 4,15 = 0,135 \\ 180 : 212 = 0,849 & 5,5 : 350 = 0,0157 \end{array}$$

8.1 Multiplicación y división por el factor π

Las escalas CF y DF se encuentran desplazadas respecto de las escalas fundamentales de tal forma, que el valor π de estas escalas se encuentra exactamente sobre el extremo inicial y final de las escalas fundamentales. Pasando pues de D a DF o bien de C a CF se efectúa una multiplicación y en sentido inverso una división por el factor π . Colocando el cursor p. ej. sobre el 7 de la escala D, puede leerse directamente en DF el producto $7 \cdot \pi = 22$. La lectura en sentido inverso da la división $22 : \pi = 7$.

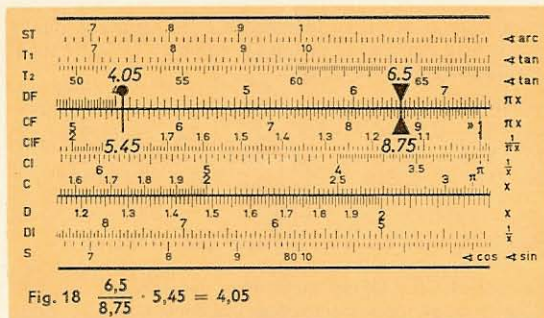
9. Multiplicación y división combinadas



Principio básico: primero dividir y después multiplicar sin leer el resultado intermedio. Después de la división siempre se encuentra la reglilla en la posición de partida para seguir con una multiplicación.

La fig. 17 presenta un ejemplo para el cálculo con las escalas C y D. Según las reglas dadas para la división, se coloca frente al valor 15,5 de D el 13,2 de C. Debajo del 1 de la reglilla se encuentra en la escala D el resultado intermedio 1,174. Este valor debe ser multiplicado por el factor 1,42. Como la reglilla se encuentra ya en la posición de multiplicación, basta mover el cursor hasta el factor 1,42 de la escala C. Debajo se encuentra en D el resultado 1,667.

La fig. 18 nos presenta el proceso de cálculo correspondiente con las escalas desplazadas. Las puntas de flecha presentan la división 6,5 : 8,75 con las escalas DF y CF. El cursor se lleva a continuación al valor 5,45 de la escala CF encontrándose debajo, en DF, el resultado 4,05.



Si este ejemplo se amplía mediante el factor 7,3 en el denominador.

$$\frac{6,5 \cdot 5,45}{8,75 \cdot 7,3} = 0,555$$

puede dividirse a continuación el resultado de la fig. 18, colocando el valor 7,3 de la escala CF debajo de la raya del cursor, de forma que se divide 4,05 por 7,3. Si en tales expresiones existen más factores, tanto en el denominador como en el numerador, se divide y se multiplica alternadamente. La variación rítmica de las graduaciones de reglilla y cursor implica un flujo constante en el cálculo con un mínimo de graduaciones.

Puede ocurrir en el cálculo de estas expresiones, que después de la división la reglilla sobresalga demasiado del cuerpo de la regla y que sea necesario antes de la multiplicación efectuar un corrimiento de la reglilla. Mediante la elección adecuada de la graduación de la división con C/D ó CF/DF puede evitarse en la mayoría de los casos este caso particular.

10. Las escalas recíprocas CI y CIF

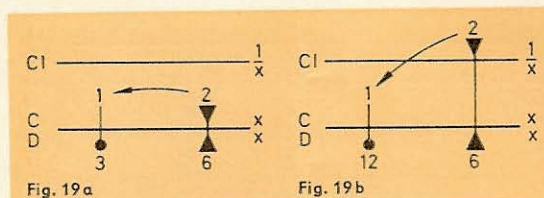
La escala CI está subdividida de igual forma que las escalas fundamentales C y D, con la diferencia, de que transcurre de derecha a izquierda. Para evitar errores de lectura lleva numeración roja.

Colocando el cursor en cualquier valor X de la escala C, puede leerse su valor recíproco $1/x$ en CI, como indica el símbolo colocado en el extremo derecho de la escala. Es importante notar que la formación de recíprocos vale también en sentido inverso, es decir, al pasar de CI a C. Sobre el 5 de C se encuentra el $0,2 = 1/5$ en CI, o debajo del 4 de CI se encuentra el $0,25 = 1/4$ en C.

Una lectura ocasional de los valores recíprocos no justificaría la presencia de la escala CI. Su misión principal consiste en que ahorra muchas graduaciones en el cálculo de expresiones compuestas.

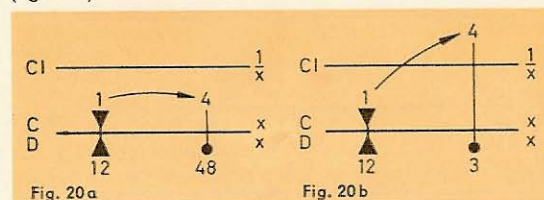
$4/5$ puede escribirse como $4 \cdot 1/5$ y $4 \cdot 5$ es lo mismo que $\frac{4}{1/5}$. Esta forma de escribir resulta más bien rara, pero para el cálculo con la regla presenta la ventaja de poder convertir una división en una multiplicación, y recíproca-

mente, una multiplicación en una división. Un «juego» con números sencillos nos mostrará mejor la utilidad de la escala CI:



1. Colocando el cursor sobre el 6 de D y moviendo el 2 de C hasta colocarlo debajo de la raya del cursor, tendremos la división normal $6 : 2 = 3$.

Pero si dejamos el cursor en su sitio y desplazamos la reglilla hasta situar el 2 de la escala CI debajo de la raya del cursor, obtenemos la multiplicación $6 \cdot 2$, leyendo el resultado 12 bajo el 1 de la reglilla, al igual que en una división. En realidad hemos efectuado la división $6 : 0,5 = 12$, dado que al llevar bajo la raya del cursor el 2 de CI, llevamos al mismo tiempo el valor recíproco $0,5$ de C (fig. 19b).



2. Dejando ahora el 1 de la escala C sobre el 12 de D y llevando el cursor sobre el 4 de C, obtenemos la multiplicación $12 \cdot 4 = 48$ de la forma normal. Pero trasladando el cursor al 4 de CI, leemos el resultado de la división $12 : 4 = 3$ en D. Con otras palabras: debido a que bajo el 4 de CI está en C el valor recíproco $1/4 = 0,25$, en realidad hemos calculado $12 \cdot 0,25 = 3$.

Existen por lo tanto para la multiplicación y división dos posibilidades de graduación, de las cuales el calculador experimentado escogerá en cada caso la mejor, con el fin de obtener en los problemas compuestos de multiplicaciones y divisiones alternadas el ritmo de cálculo, del que se habló en el cap. 9.

Las relaciones hasta aquí descritas entre las escalas C y CI son válidas también para las escalas CF y CIF. Para darse cuenta de ello resulta útil repetir el «juego de números» anterior con el grupo de escalas CF/DF/CIF. Quien haya estudiado atentamente los capítulos anteriores, reconocerá ahora, que la escala CIF es el complemento consecuente del sistema de escalas. Y quien aproveche adecuadamente las ventajas de las escalas desplazadas, usará por igual la escala CIF como la escala CI.

Para hallar las graduaciones más útiles durante un cálculo, puede elegirse alternadamente entre los grupos de escalas C/D/CI y DF/CF/CIF.

Ejemplo:

$$\frac{15,3}{2,24 \cdot 5,3} = \frac{15,3}{2,24} \cdot \frac{1}{5,3} = 1,29$$

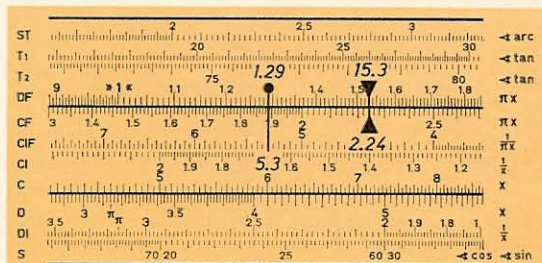


Fig. 21 Cálculo con CF/DF/CIF

Después de la división 15,3 : 2,24 se gradúa el 5,3 de la escala CIF con ayuda del cursor y se lee el resultado 1,29 en la escala DF.

Ejemplo: $1,5 \cdot 7,9 \cdot 1,69 = 20$

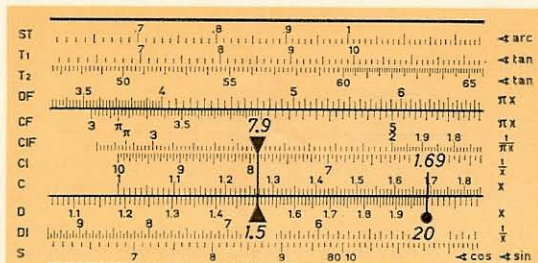


Fig. 22 Cálculo con C/D/CIF

El primer producto $1,5 \cdot 7,9$ se calcula como una división mediante las escalas C y CI, pudiéndose graduar a continuación el tercer factor 1,69 y leer el resultado 20 en D.

Si en el transcurso de un cálculo se encuentra el resultado intermedio frente al 1 de la reglilla, en una de las escalas del cuerpo, y el próximo paso es una multiplicación, se sigue calculando con las escalas C y D ó CF y DF; pero si el paso siguiente es una división se usan las escalas D y CI ó DF y CIF.

Si se encuentra el cursor sobre un resultado intermedio en una de las escalas del cuerpo de la regla y el próximo paso es una multiplicación se busca el factor siguiente en CI ó CIF y se lleva bajo el cursor. El resultado se encuentra entonces frente al 1 de la reglilla. Pero si el paso siguiente es una división, se divide de la forma usual con las escalas C ó CF.

La importancia de las escalas recíprocas reside en el ahorro de tiempo debido al menor número de graduaciones y al aumento en la exactitud del cálculo debido a la reducción de graduaciones.

11. Ecuaciones de quebrados, proporciones y tablas

Consideremos la línea de separación entre la reglilla y el cuerpo de la regla como la raya del quebrado. Para una graduación cualquiera de la reglilla pueden hallarse quebrados equivalentes sin más que mover el cursor.

Ejemplo:

Se coloca el 1 de la escala C sobre el 2 de la escala D.

Quebrados equivalentes son $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

y siguiendo en CF/DF: $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} \dots$

o leyendo como si fuese una división $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} \dots$ en C/D

y $\frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} \dots$ en CF/DF.

Cada quebrado graduado puede ser

- ampliado o simplificado moviendo el cursor
- convertido en un decimal sin más que hacer la lectura frente al 1 o al 10 del denominador.

La posición de la coma se determina mediante un cálculo de estimación.

En el cálculo de la proporción $a : b = c : x$, que es conveniente escribir en forma de quebrado $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, se busca la

cuarta magnitud dadas las tres restantes. Con ello pueden resolverse reglas de tres y proporciones mediante una única graduación de la reglilla.

Puede apreciarse claramente mediante un problema.

9,5 kg de un producto cuestan 6,30 Ptas, cuánto cuestan 8,4 kg?

La solución con la regla de tres es:

$$\frac{6,30}{9,50} \cdot 8,4 = 5,57$$

El proceso de cálculo es más fácil de comprender si la relación de pesos y precios se escribe en forma de proporción:

$$\frac{\text{kg}}{\text{Ptas}} = \frac{9,50}{6,30} = \frac{8,4}{x}$$

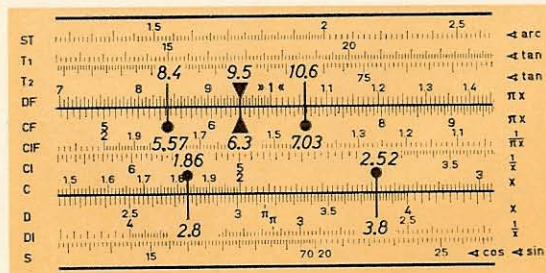


Fig. 23 Proporción

Colocando frente al peso 9,5 dado de la escala DF el precio 6,30 de la escala CF se encuentran frente a frente en las escalas CF/DF y C/D todos los pesos y precios cuya relación (cociente) es igual a la relación graduada.

En DF y D se encuentran todos los pesos y en la escala CF y C, los precios correspondientes. Luego frente al peso 8,4 se leerá por lo tanto el precio 5,57. En la figura pueden apreciarse más relaciones entre peso y precio.

10,6 kg cuestan Ptas 7,03 (en la escala CF/DF)

3,8 kg cuestan Ptas 2,52 (en la escala C/D)

2,8 kg cuestan Ptas 1,86 (en la escala C/D)

1,0 kg cuesta Ptas 0,66

La proporción puede ser pues prolongada indefinidamente, pudiéndose formar una tabla:

$$\frac{\text{kg}}{\text{Ptas}} = \frac{9,5}{6,3} = \frac{8,4}{5,57} = \frac{10,6}{7,03} = \frac{3,8}{2,52} = \frac{2,8}{1,86} = \frac{0,66}{1} = \dots$$

Para el cálculo de proporciones pues, no nos atendremos generalmente a las reglas usuales de la división y la multiplicación. Es indiferente si en la primera graduación de los valores dados se encuentran frente a los kg las Ptas ó recíprocamente frente a los Ptas las kg.

Importante es buscar otros pesos siempre en aquella escala en la que se hizo la primera graduación del peso y que en la escala opuesta se encuentran los precios correspondientes. El color amarillo de la escala de la reglilla es una excelente ayuda en el cálculo: en el ejemplo anterior los precios se encuentran en la escala amarilla y los pesos en la escala blanca.

12. Escalas de cuadrados A, B y BI

Al igual que las escalas C y D, son idénticas las escalas A y B con la diferencia de que se trata de dos escalas fundamentales reducidas a la mitad y puestas una a continuación de la otra. El intervalo izquierdo está numerado de 1 a 10 y el derecho de 10 a 100. La escala BI es la escala recíproca de B. Se pueden pues resolver con estas tres escalas todos los problemas resueltos hasta ahora, aunque con menor exactitud, ya que para la subdivisión solamente se disponía de la mitad de la longitud de la regla. Pero estas escalas tienen la ventaja de que generalmente no es necesario un «corrimiento» de la reglilla.

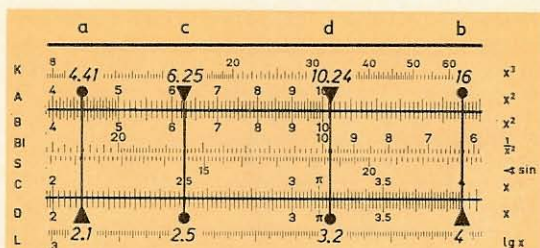


Fig. 24 a) $2,1^2 = 4,41$ b) $4^2 = 16$ c) $\sqrt[3]{6,25} = 2,5$
d) $\sqrt{10,24} = 3,2$ (graduación en el intervalo derecho)

El cuadro de divisiones de la escala A no es igual que el de la escala D. Aparecen los mismos tres tipos de subdivisiones pero en otro orden.

La importancia de las escalas de cuadrados reside en que al pasar de D a A, de C a B y de CI a BI se eleva al cuadrado y en sentido inverso se extrae la raíz cuadrada.

Al calcular con las escalas de cuadrados es conveniente sacar factor común a las potencias de diez para no equivocarse en la posición de la coma o bien en la graduación del intervalo correcto. Conviene siempre obtener valores numéricos cuyos cuadrados o raíces cuadradas sean fácilmente estimables. Esto ocurre así, si aprovechamos la numeración de las escalas y graduamos en D solamente valores entre 1 y 10, y respectivamente en A de 1 a 100. Por ello se reducen todos los demás números a estos.

Al sacar factor común a las potencias de diez en los siguientes ejemplos obtenemos las graduaciones indicadas en la fig. 24.

Ejemplo:

a) $21^2 = (2,1 \cdot 10)^2 = 2,1^2 \cdot 100 = 441$

c) $0,025^2 = \left(\frac{2,5}{100}\right)^2 = \frac{6,25}{10000} = 0,000625$

d) $\sqrt{1024} = \sqrt{10,24 \cdot 100} = 10 \cdot 3,2 = 32$

$\sqrt{0,1024} = \sqrt{\frac{10,24}{100}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10,24} = \frac{3,2}{10} = 0,32$

13. Escala de cubos K

La escala K consta de tres escalas de igual longitud, puestas una a continuación de la otra, con lo que cada una solamente tiene un tercio de la longitud de la escala D. Luego para cada valor graduado entre 1 y 10 en D, puede leerse en la escala K el valor cúbico correspondiente entre 1 y 1000. Mediante la operación inversa hallamos para cada valor graduado en K la raíz cúbica en D. Para hallar la posición de la coma o para graduar correctamente el radicando en la escala K es conveniente sacar factor común a las potencias de diez.

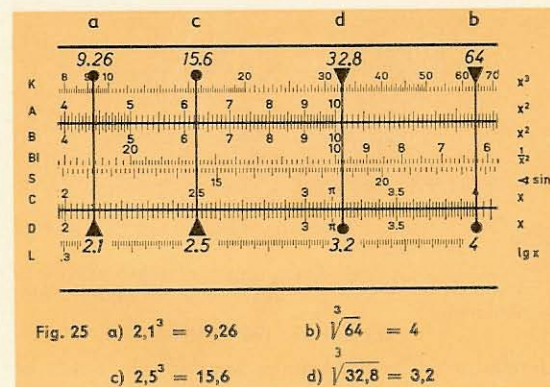


Fig. 25 a) $2,1^3 = 9,26$

b) $\sqrt[3]{64} = 4$

c) $2,5^3 = 15,6$

d) $\sqrt[3]{32,8} = 3,2$

14.5 Cotangentes

La cotangente es el valor recíproco de la tangente; por ello puede leerse la cotangente en la escala DI de cualquier ángulo graduado en la escala T1 o T2.

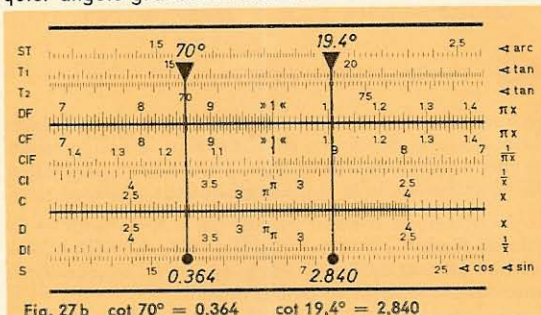


Fig. 27b $\cot 70^\circ = 0,364$ $\cot 19,4^\circ = 2,840$

Ejemplos para practicar:

$$\cot 23,6^\circ = 2,289$$

$$\cot 51,2^\circ = 0,804$$

$$\cot 41,1^\circ = 1,146$$

$$\cot 73,4^\circ = 0,298$$

15. Escala ST

Esta escala es una continuación de las escalas S y T para ángulos cuyas funciones, comprendidas entre 0,01 y 0,1, se leen en la escala D. Pero sirve además para la conversión de grados en radianes al pasar a la escala D.

15.1 Ángulos pequeños — Ángulos grandes

Al calcular $\sin \alpha$ y $\tan \alpha$ para $\alpha < 5,5$ ó $\cos \alpha$ y $\cot \alpha$ para $\alpha > 84,5^\circ$, es válida la aproximación:

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \cos (90^\circ - \alpha) \approx \cot (90^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{180}$$

Para ángulos de hasta 4° se corresponde esta aproximación con la exactitud que da la regla de cálculo. Para ángulos mayores puede apreciarse la diferencia entre seno y tangente, como puede verse al graduar $\sin 5,5^\circ$ y $\tan 5,5^\circ$. Debido a que el valor del radián esta comprendido entre el seno y la tangente, se ha graduado la escala ST en radianes, para que se pueda leer en la escala D un valor medio.

La graduación de los ángulos $84^\circ < \alpha < 89,45^\circ$ para la determinación de las cofunciones se facilita mediante la numeración roja.

$$\begin{aligned} \text{Ejemplos: } \sin 1^\circ &= 0,01745 & \cos 87^\circ &= 0,0523 \\ \tan 2^\circ &= 0,0349 & \cot 86,3^\circ &= 0,0646 \end{aligned}$$

Los cosenos para ángulos $< 5,7^\circ$ y correspondientemente los senos para ángulos $> 84,3^\circ$, solamente pueden determinarse de forma inexacta con las escalas S y D. Valores más exactos se obtienen mediante la aproximación:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (\alpha \text{ en radianes})$$

$$\cos 1^\circ \approx 1 - \frac{0,01745^2}{2} = 1 - 0,000152 = 0,999848.$$

Sobre la graduación del ángulo en la escala ST se encuentra en radianes α^2 en la escala A, siendo dividido este valor por 2 con ayuda de la escala B. Para encontrar el ángulo correspondiente al coseno se sigue el proceso inverso.

15.2 Conversión grados \longleftrightarrow radianes

La escala ST esta calculada para radianes y subdividida decimalmente, pero está numerada en grados. Como a un

centriángulo α corresponde un arco de $\frac{\pi}{180} \cdot \alpha$ y 1° de la

escala ST se encuentra bajo el $\frac{\pi}{180} = 0,01745$ de la escala D, esta claro que la escala ST es una escala fundamental desplazada por el factor constante $\pi/180$. Al pasar de ST a D se convierten grados en radianes y en sentido contrario radianes en grados. Este método no solamente es válido para los ángulos indicados en la escala ST, sino también para todos los ángulos, debido a la subdivisión decimal de los grados. Así el 1 de ST puede leerse como $0,1^\circ$, 10° , etc. y correspondientemente se cambia la coma en los radianes en D.

Ejemplos: a) $0,1^\circ = 0,001745 \text{ rad}$

$$\text{b) } 10^\circ = 0,1745 \text{ rad}$$

$$\text{c) } 100^\circ = 1,745 \text{ rad}$$

Como para ángulos muy pequeños, cada vez es mejor la aproximación entre seno, tangente y radián (arco), pueden encontrarse todos los ángulos que son más pequeños que los indicados en la escala ST por el mismo método.

$$\sin 5^\circ \approx \tan 5^\circ = 0,0873$$

$$\sin 0,5^\circ \approx \tan 0,5^\circ = 0,00873$$

Si los ángulos pequeños vienen dados en minutos o segundos se convierten en valores decimales de un grado:

$$1' = 1^\circ/60 \text{ y } 1'' = 1^\circ/3600 \text{ (véase cap. 18.3).}$$

16. Cálculo trigonométrico de triángulos planos

La ventaja de las escalas trigonométricas no reside solamente en poder leer funciones trigonométricas. Más importante es, que puede calcularse con ellas sin tener que leer los valores de las funciones.

El teorema de los senos es un típico ejemplo de la aplicación del cálculo de proporciones en la regla de cálculo:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

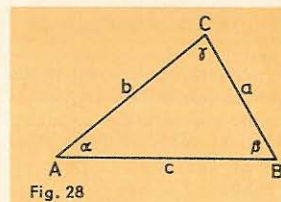


Fig. 28

Colocando una de las relaciones, para lo cual basta graduar frente a la longitud del lado en la escala C el ángulo opuesto en la escala S, estan colocadas todas las demás,

de forma que puede leerse para cada lado el ángulo opuesto y recíprocamente para cada ángulo el lado opuesto.

El caso más frecuente en la práctica es el cálculo de triángulos rectángulos. En este caso particular es $\gamma = 90^\circ$ y con ello $\sin \gamma = 1$, así como $\sin \alpha = \cos \beta$ y $\sin \beta = \cos \alpha$.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{1}$$

$$= \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

Además es: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

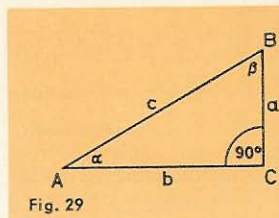


Fig. 29

Según los datos tenemos dos tipos fundamentales de cálculo:

1. Se dan dos datos cualesquiera (excepto los del caso 2)
2. Se dan los catetos a y b.

Ejemplo para 1: Datos: $c = 5$, $a = 3$
Incógnitas: α, β, b Considérese: $\beta = 90^\circ - \alpha$

El cálculo se comienza colocando frente a la hipotenusa 5 de la escala C el 10 de la escala D por tener un $\sin 90^\circ$; entonces frente al cateto 3 de C se encuentra el ángulo correspondiente $\alpha = 36,88^\circ$ en la escala S.

Sin mover la reglilla se coloca el cursor sobre el $36,88^\circ$ de la numeración roja de la escala S. Entonces puede efectuarse la lectura en C del lado $b = 4$, opuesto al ángulo β .

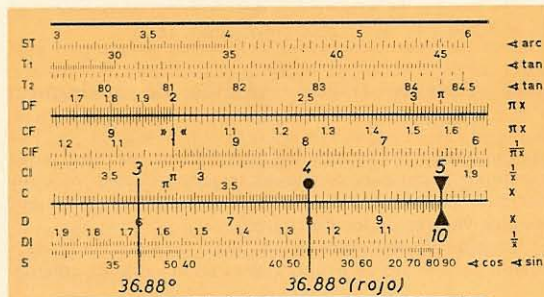


Fig. 30 Dada la hipotenusa

Procederemos correspondientemente, cuando los datos son un cateto y un ángulo, graduando la relación entre el cateto y el seno del ángulo opuesto con las escalas S y C. Algunas veces es más conveniente calcular con la escala CF en vez de la C, para evitar un «corrimiento» de la reglilla.

Ejemplo para 2: Datos: $a = 3$, $b = 6$
Incógnitas: α, β, c $\tan \alpha = \frac{3}{6} = 3 \cdot \frac{1}{6}$

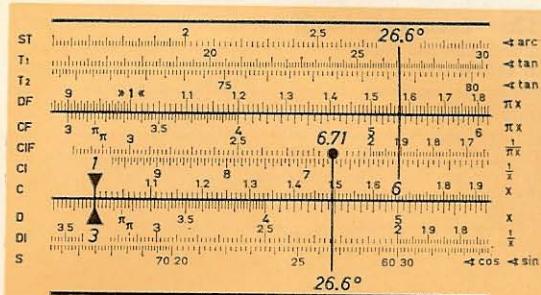


Fig. 31 Dados los catetos

Colocamos el 1 de la escala C sobre el cateto más pequeño 3 y encontramos sobre el 6 de la escala CI el ángulo $\alpha = 26,6^\circ$ en la escala T1. Si para la misma posición de la reglilla se coloca el cursor sobre el $26,6^\circ$ de la escala S, se encuentra el resultado $c = 6,71$ en la escala CI, ya que de $\sin \alpha = a/b$ resulta la proporción

$$\frac{a}{1} = \frac{\sin}{1/c} \quad \beta = 90^\circ - 26,6^\circ = 63,4^\circ$$

Si $a < b$, es decir $\alpha > 45^\circ$, el ángulo no se lee en la escala T1 sino en la T2. El proceso de cálculo que sigue es el mismo que el descrito en el ejemplo anterior.

Estos dos tipos de cálculo de triángulos rectángulos tienen gran importancia en el cálculo vectorial y de coordenadas así como en el cálculo de números complejos. Se trata siempre en estos casos de transformar coordenadas rectangulares a polares y viceversa.

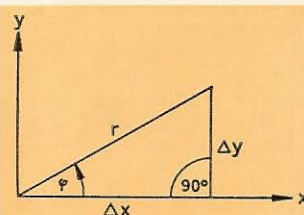


Fig. 32 $\Delta x, \Delta y \leftrightarrow r, \varphi$

Números complejos expresados en forma de componentes $Z = a + ib$ se pueden sumar y restar fácilmente, mientras que para multiplicar, dividir y potenciar es más conveniente la forma vectorial $Z = r \cdot e^{i\varphi} = r/\varphi$. Por este motivo resulta tan frecuente la conversión de una forma en otra.

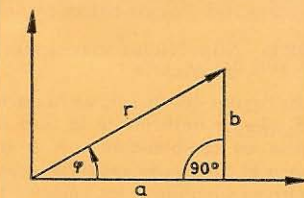


Fig. 33 $Z = a + ib = r/\varphi$

Ejemplos: $Z = 4,5 + i 1,3 = 4,68/16,13^\circ$
 $Z = 6,7/49^\circ = 4,39 + i 5,05$

El proceso de cálculo resulta de las explicaciones anteriores sobre los triángulos rectángulos y de la fig. 33.

17. Escala de mantisas L

La escala L da al igual que una tabla de logaritmos solamente las mantisas, cuando se ha graduado el número en la escala D (véase fig. 34).

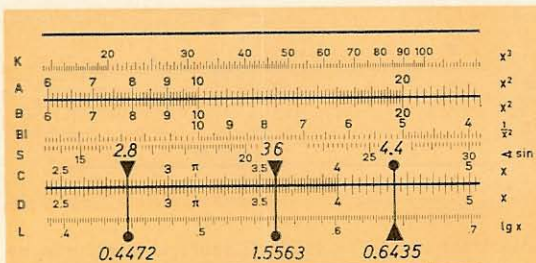


Fig. 34 Logaritmos decimales
 $\lg 2.8 = 0.4472$
 $\lg 3.6 = 1.5563$
 $\lg 4.4 = 0.6435$

18. El cursor

En el cursor existen unas rayas que ahorran colocaciones en problemas especiales.

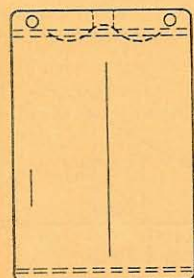


Fig. 35

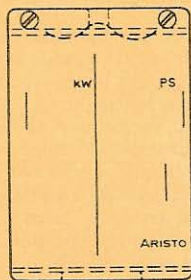


Fig. 36

18.1 Superficies circulares, pesos de barras de acero

Las rayitas del cursor, en la parte superior izquierda y en la inferior derecha de la cara de cuadrados (fig. 36), se usan en combinación con la raya principal del cursor para el cálculo de superficies circulares (secciones). Estas marcas simplifican los cálculos con el factor $\pi/4 = 0.785$ en la fórmula $F = d^2 \cdot \pi/4$.

Colocada la raya principal del cursor sobre el diámetro d en la escala fundamental, puede leerse en la escala de cuadrados d^2 y debajo de la raya corta izquierda $F = d^2 \cdot \pi/4$. En el proceso inverso encontramos el diámetro de una superficie circular dada. También puede graduarse la lectura de F en A bajo la raya principal del cursor.

Casualmente la misma sucesión de cifras es válida también para el peso específico del acero dulce ($\gamma = 7.85 \text{ g/cm}^3$), de forma que se simplifican los cálculos del peso de barras de acero.

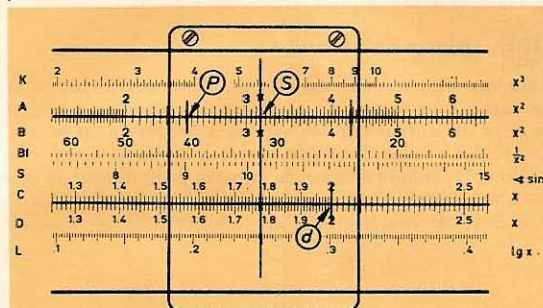


Fig. 37 Ejemplo para $d = 2 \text{ cm}$

Diámetro del círculo $d = 2 \text{ cm}$ (colocación). Superficie círculo $S = 3.14 \text{ cm}^2$ (lectura). Un trozo de acero dulce de 1 cm de longitud pesará por lo tanto $P = 24.7 \text{ g}$ (fig. 37). Colocando el extremo inicial de la reglilla debajo de la rayita izquierda, podrá leerse en la escala A, mediante una multiplicación con la escala B, el peso para cualquier longitud.

18.2 Conversion kW \longleftrightarrow CV (PS)

La separación entre la raya central y la marca superior derecha, da en las escalas de cuadrados el factor de conversión de kW en CV (PS) y viceversa.

Colocando p. ej. la raya central sobre 19,5 kW indicará la marca superior derecha 26,5 CV. La graduación de 7 CV con la marca derecha, da en la raya central 5,15 kW.

18.3 La marca 36

La marca corta sobre las escalas CF y DF (fig. 35) da al pasar de la escala D a CF ó C a CF el factor 36. En el sentido de lectura inverso se divide por 36. Ejemplos:

$$\begin{aligned} 1 \text{ hora} &= 3600 \text{ segundos} & 1^\circ &= 3600'' \\ 1 \text{ m/s} &= 3,6 \text{ km/h} & 1 \text{ año} &= 360 \text{ días} \end{aligned}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} \quad \kappa_{AI} = 36 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$$

18.4 Desmontaje y montaje del cursor

Se introduce en la ranura lateral, que se encuentra en el lado contrario de donde está el resorte del cursor, un destornillador o una moneda. Una ligera presión separa las dos mitades del cursor, de forma que puede quitarse el cursor transversalmente con respecto a la regla. El ajuste se mantiene mientras no se aflojen los tornillos de ajuste. ¡Atención! Al abrir el cursor no usar la fuerza ya que al hacer palanca las ventanillas pueden romperse.

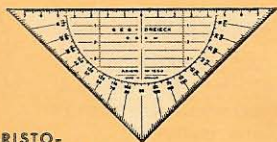
Al montar el cursor debe observarse, que las marcas para los kW y CV se encuentren sobre las escalas A y B. Con abertura suficiente se coloca el cursor sobre los listoncillos del cuerpo de la regla y se comprimen ambas partes hasta que queden enganchadas.

18.5 Ajuste del cursor

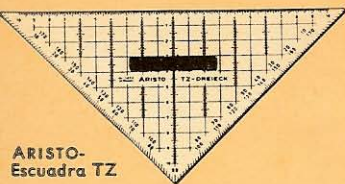
Una vez aflojados los tornillos de ajuste del cursor se da la vuelta a la regla de cálculo para que pueda ajustarse la raya del cursor con los extremos finales de las escalas L y K. Sin mover el cursor vuelve a darse la vuelta a la regla colocándola encima de la mesa para ajustar la otra cara del cursor con los extremos finales de las escalas T1 y S. Después vuelven a apretarse los tornillos.

ARISTO

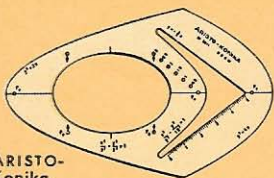
PARA LA ESCUELA Y LA PROFESION



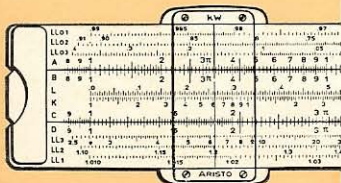
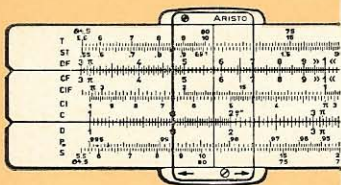
ARISTO-
Escuadra Geo



ARISTO-
Escuadra TZ



ARISTO-
Konika



ARISTO-Studio

ARISTO-ESCUADRA GEO

En un solo instrumento: Transportador de grados, regla graduada y escuadra para dibujo — ahorra tiempo, de estabilidad dimensional e irrompible.

ARISTO-ESCUADRA TZ

Para dibujos técnicos y construcciones en la geometría descriptiva. También llamado «vago», por su cómodo y fácil manejo.

ARISTO-KONIKA

Una plantilla de corte cónico con dos parábolas, una hipérbola con sus asíntotas y una elipse. Están indicados los focos y las ecuaciones de las curvas. Los taladros permiten el dibujo de círculos.

ARISTO-STUDIO

La insuperable regla de cálculo para estudiantes y profesionales. Numeración clara con cifras grandes que ordenan de manera visible el conjunto.

Ordenación probada de las escalas, con escalas desplazadas, funciones angulares prácticamente dispuestas y una escala exponencial séxtuple. Suplementos perfilados de goma en los puentes de unión permiten el uso de la regla con una sola mano, cuando esta se encuentra sobre la mesa y se trata de calcular tablas.

PROGRAMA DE PRODUCCION-ARISTO

Reglas de cálculo, Reglas de cálculo circulares • Reglas graduadas • Instrumentos de dibujo • Planímetros • Instrumentos para cartografía • Pequeños instrumentos de medición para las escuelas y la obra • Coordinatógrafos para la industria y geodesia.

Pida a su vendedor del ramo nuestros extensos catálogos especiales

ARISTO-WERKE • DENNERT & PAPE KG
2 HAMBURG 50 - ALEMANIA