

CASTELL

Règle à calcul de précision No. 1/38
pour calculs tachéométriques

INSTRUCTIONS

 **A.W. FABER - CASTELL, STEIN près NUREMBERG**

Sommaire

	page		page
I. Généralités			
1. description de la règle à calcul CASTELL 1/38	3		
2. comment se sert-on de la règle à calcul?	3		
II. Représentation graphique des opérations			
1. les échelles principales	5	c les échelles trigonométriques	
a) multiplier sur les échelles C et D	6	avec subdivision décimale	19
b) diviser sur les échelles C et D	7	utilisation des échelles comme tables	19
c) multiplier et diviser en utilisant l'échelle R	8	fonctions de petits angles	21
d) carré et racine carrée	10	l'échelle d'angles de 400g	22
2. les échelles supplémentaires	17	la marque ϕ	23
a) l'échelle uniforme	18	le calcul avec les échelles trigonométriques	23
b) l'échelle pythagoricienne	19	3. les échelles spéciales tachéométriques	23
		a) calculs avec mire verticale	24
		calcul de la différence verticale	25
		calcul de la distance horizontale	27
		procédé pour des petits angles	29
		procédé pour l'échelle de 400g	29
		b) calculs avec mire horizontale	30
		c) calcul de l'influence totale de la courbure de la terre et de la refraction	31

Le contenu, les exemples et les représentations graphiques, contenues dans ce mode d'emploi sont ma propriété.

Réimpression, même partielle, interdite.

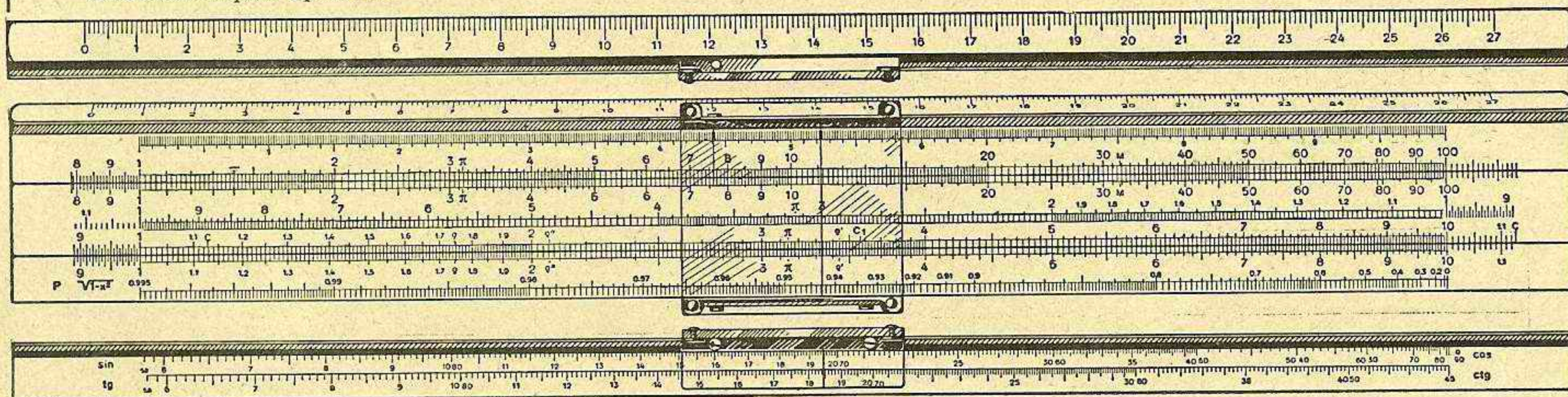
 **A.W. FABER - CASTELL, STEIN près NUREMBERG.**

I. Généralités

1. Description de la règle à calcul **CASTELL** 1/38

La règle à calcul **CASTELL** 1/38 est d'un usage général et spécial. Ses échelles logarithmiques (échelles de fonctions) permettent tout d'abord les opérations de mathématique générale et leurs applications et en plus quelques calculs tachéométriques spéciaux.

fig. 1



Les échelles à fonctions de la règle à calcul **CASTELL** 1/38 sont les suivantes :

1. Les échelles principales A, B, C, D ($= x$) et R.
2. Les échelles supplémentaires P ($= \sqrt{1-x^2}$), L et les échelles trigonométriques,
3. Les échelles spéciales tachéométriques, qui se trouvent toutes au dos de la règle.

2. Comment calcule-t-on sur la règle ?

Le calcul avec une règle à calcul est basé sur les lois logarithmiques. Comme l'on sait elles remplacent :

1. la **multiplication** des nombres par l'**addition** de leur logarithmes,
2. la **division** des nombres par la **soustraction** de leur logarithmes.

La table des logarithmes remplace donc ces opérations par des opérations plus simples ; la règle à calcul rend inutile même ces opérations faciles, car elle les exécute graphiquement. Sur la règle à calcul :

- une **multiplication de deux nombres** devient l'**assemblage de deux segments**,
- une **division** s'obtient, en **retranchant un segment d'un autre**.

Comme le demontre la fig. 2 la graduation de la règle est d'ordre **logarithmique**.

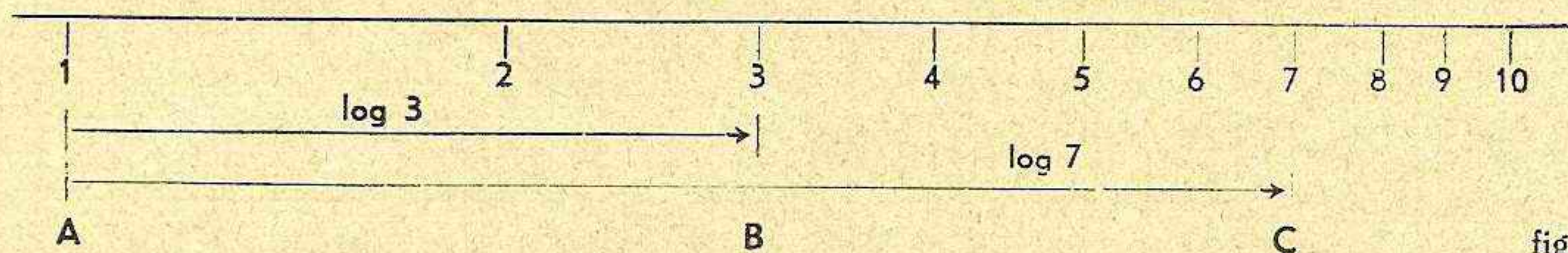


fig. 2

Le chiffre 3 se trouve à la fin du segment $\log 3$; tous les segments logarithmiques commencent par le point A tout à fait à gauche et celui-ci est marqué „1“, car $\log 1 = 0$.

Si on assemble et retranche des segments sur les échelles logarithmiques de la règle à calcul, on obtient non la somme ou la différence des deux nombres, mais leur **produit** et leur **quotient**, comme l'indiquent les fig. 3 et 4.

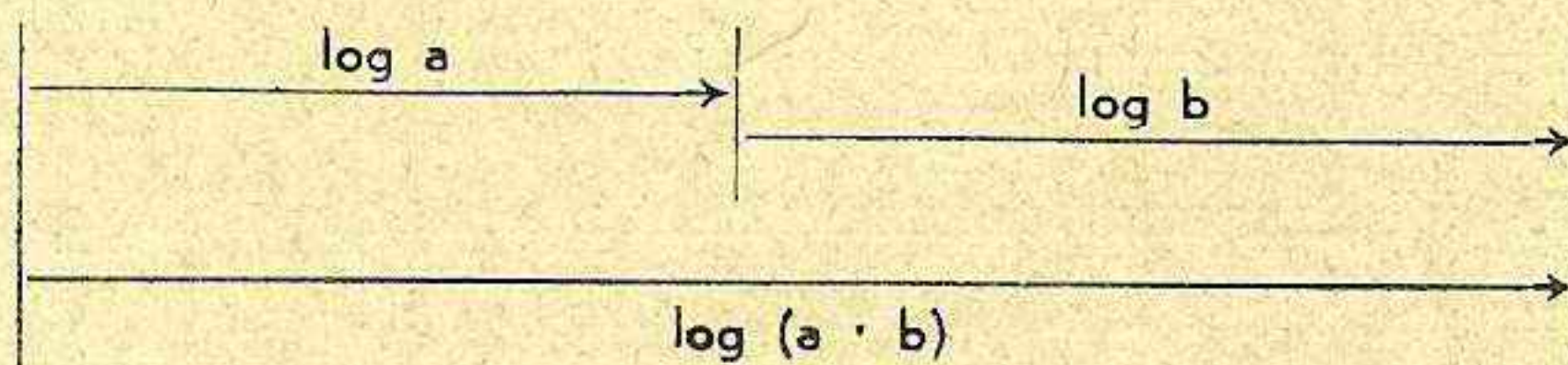


fig. 3

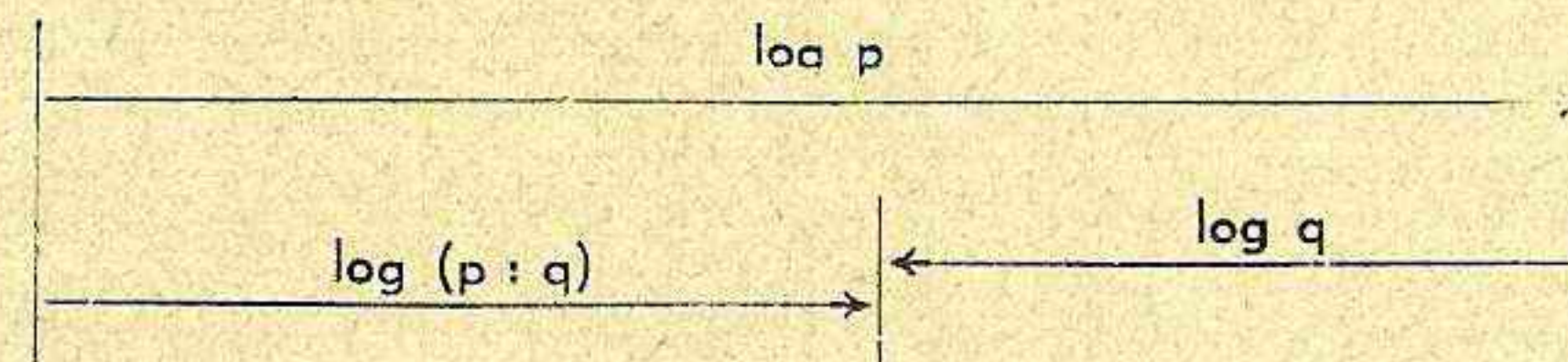


fig. 4

Toutes les autres applications des échelles logarithmiques ne sont que des variantes de ces deux opérations fondamentales.

Si l'on veut calculer sur la règle à calcul selon l'exemple des fig. 3 et 4, on doit "**fixer**" les nombres sur les échelles. Il faut donc savoir "**lire**" les échelles. Il est utile de s'exercer à bien connaître la valeur des traits de la graduation. Le regard doit embrasser le voisinage immédiat de l'échelle et il faut faire attention à ne pas confondre des nombres tels que 3,04 et 3,4 ou 2,14 et 2,18. Si l'on sait lire l'échelle avec facilité on s'exercera à placer ou apprécier les derniers chiffres. En général les deux premiers chiffres sont indiqués avec précision et le troisième est apprécié. Seulement dans le cas où le premier chiffre est 1 on trouve les trois premiers chiffres avec précision et l'on trouve le quatrième par estimation.

L'expérience a démontré que cette précision suffit parfaitement pour les applications mathématiques.

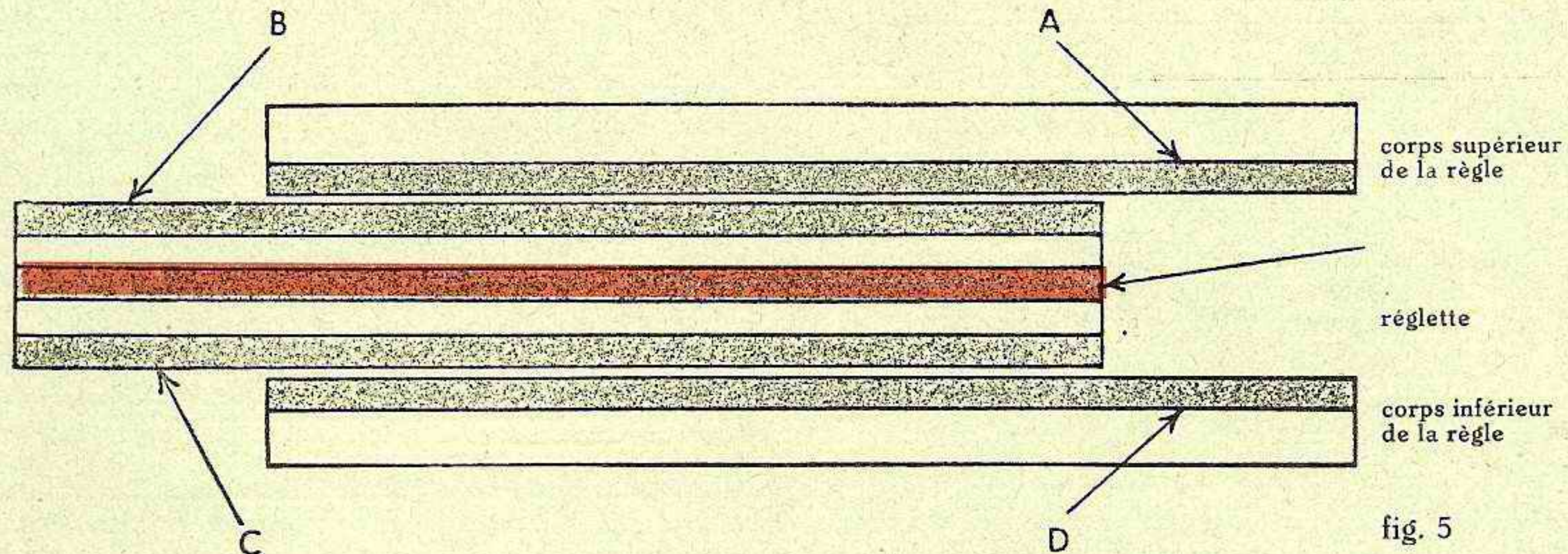
Sur la règle à calcul il n'y a pas de virgule (de décimale). On lit, par conséquent les nombres 13,45, 0,1345, 1345, et 1,345 toujours comme la suite des chiffres 1 - 3 - 4 - 5. L'endroit de la virgule est en général claire dans les applications pratiques; dans le cas contraire on l'obtient en faisant le calcul avec des chiffres arrondis.

II. Représentation graphique des opérations

1. les échelles principales

Toute règle à calcul, même la plus simple, présente les échelles A et B à la rainure de glissement supérieure et les échelles C et D à la rainure inférieure. C'est pourquoi on les appelle les échelles principales de la règle. Les échelles A et B sont identiques et s'étendent de 1 à 100. Les échelles C et D sont également identiques et vont de 1 à 10. Les échelles A et D se trouvent sur le corps même de la règle à calcul et on les appelle aussi **échelles de corps**. Les échelles B et C se trouvent sur la réglette amovible et s'appellent aussi **échelles de réglette**.

On compte également parmi les échelles principales l'échelle se trouvant entre B et C, qui est numérotée de droite à gauche, l'échelle (réciproques, inverses) R qui s'étend de 10 à 1. (fig. 5)

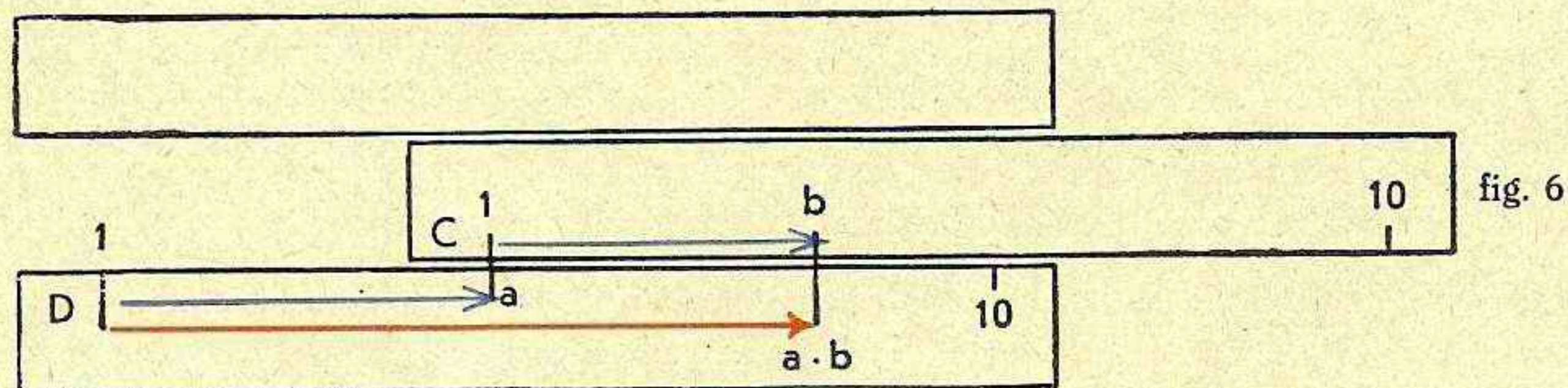


Ces 5 échelles sont prolongées à leur deux extrémités par des petites échelles supplémentaires qui s'en différencient par une autre couleur.

Pour tous les calculs se composant uniquement de multiplications et de divisions on devrait se servir de préférence des échelles C, D et R.

Pour pouvoir fixer des valeurs déterminées sur les échelles de corps et de règle on a prévu un **curseur**. On se sert en général du long trait du curseur. Le petit trait latéral sert à des opérations spéciales que nous expliquerons ultérieurement (page 31).

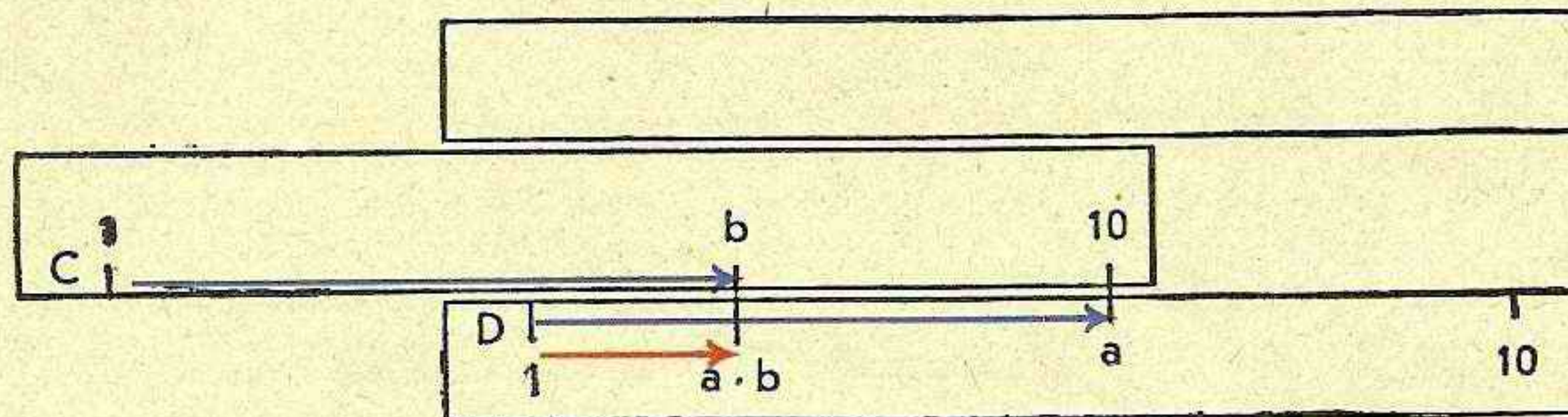
a) Multiplier avec les échelles C et D.



ou

$a \cdot b$

fig. 7

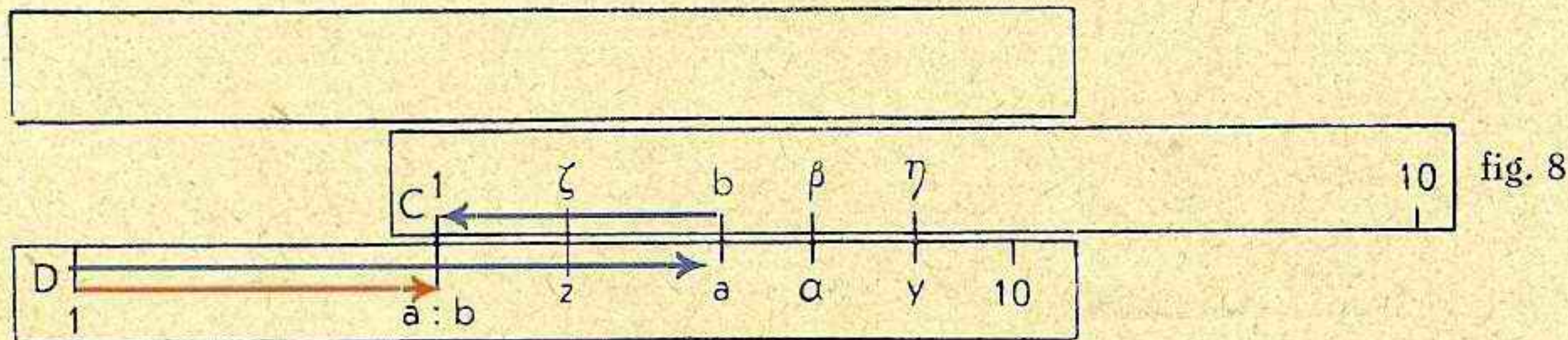


Si l'on devait tirer la règle trop loin vers la droite de telle sorte qu'on ne puisse plus faire de lecture en dessous du facteur b , il faudrait appliquer la manière indiquée fig. 7.

Les deux échelles forment une **table**; en D on lit le produit de tous les nombres de C par a .

On peut éviter la complication inhérente à la méthode de la fig. 7 en se servant des échelles supérieures et en acceptant une précision légèrement amoindrie.

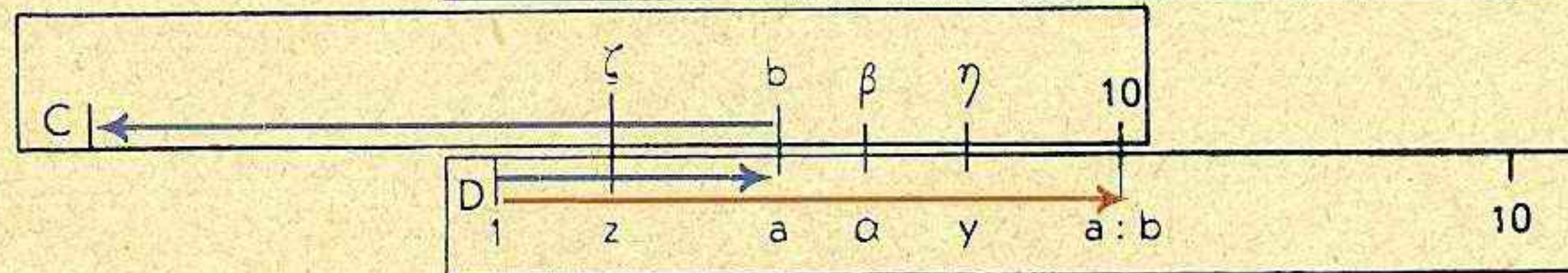
b) Diviser avec les échelles C et D.



$$\frac{a}{b}$$

ou

fig. 9



On peut toujours chercher le résultat sous celui des deux extrémités de l'échelle **C** qui se trouve à l'intérieur du corps de la règle à calcul.

Cette position donne une table de tous les couples de nombres, dont le rapport est **a:b**.

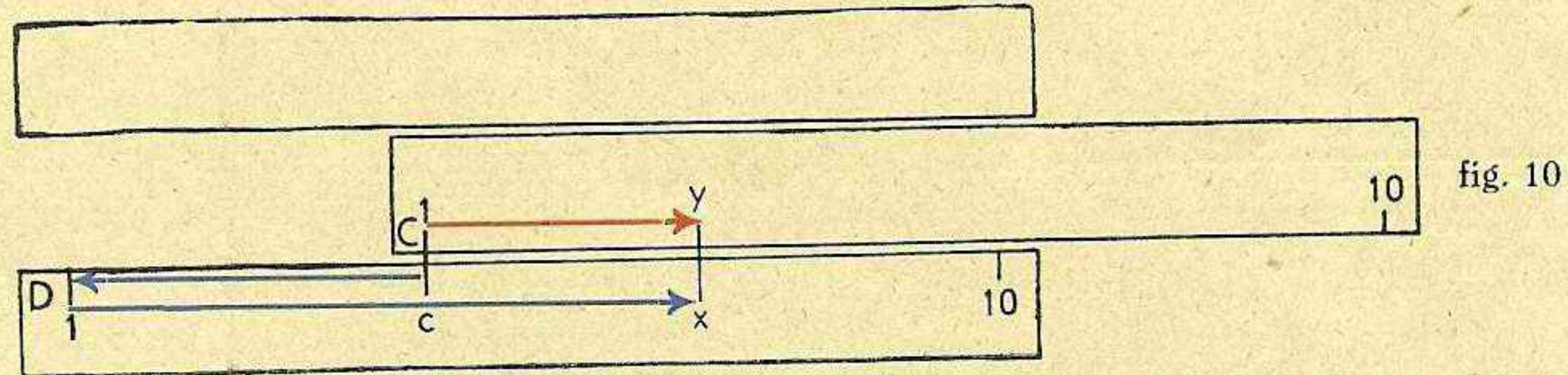
$$\frac{\zeta}{z} = \frac{b}{a} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\eta}{y}$$

Tous les calculs dans lesquels il s'agit de déterminer la quatrième proportionnelle s'effectuent de la même façon.
par exemple :

en **C** se trouvent les m, en **D** les yards ; résultat : 75 m = 82 Ys.

Si l'on doit déterminer les fonctions $y = \frac{x}{c}$ pour beaucoup de x , il est recommandé de procéder de la façon indiquée en fig. 10.

$$Y = \frac{X}{C}$$



c) multiplier et diviser en utilisant l'échelle R.

L'échelle inversée **R** (couleur rouge; attention à la lecture) est très utile, car elle facilite beaucoup d'opérations et en rend d'autres possibles.

D'abord sur les échelles **C** et **R** tous les nombres se trouvent en face de leurs nombres complémentaires et il suffit de les lire à l'aide du curseur, p. ex. 30 et 0,0333; 2,5 et 4; 125 et 0,008.

Si l'on place les deux facteurs a et b en face sur les échelles **D** et **R** on obtient un mode de multiplication très commode, car on peut toujours lire le produit à gauche (fig. 11) ou à droite (fig. 12)

$$a \cdot b$$

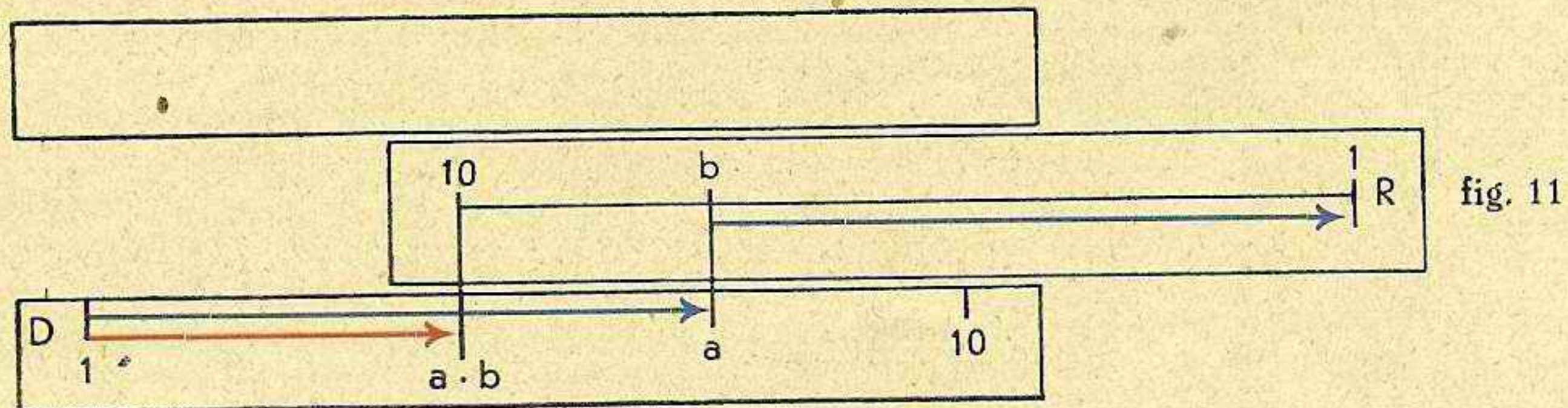
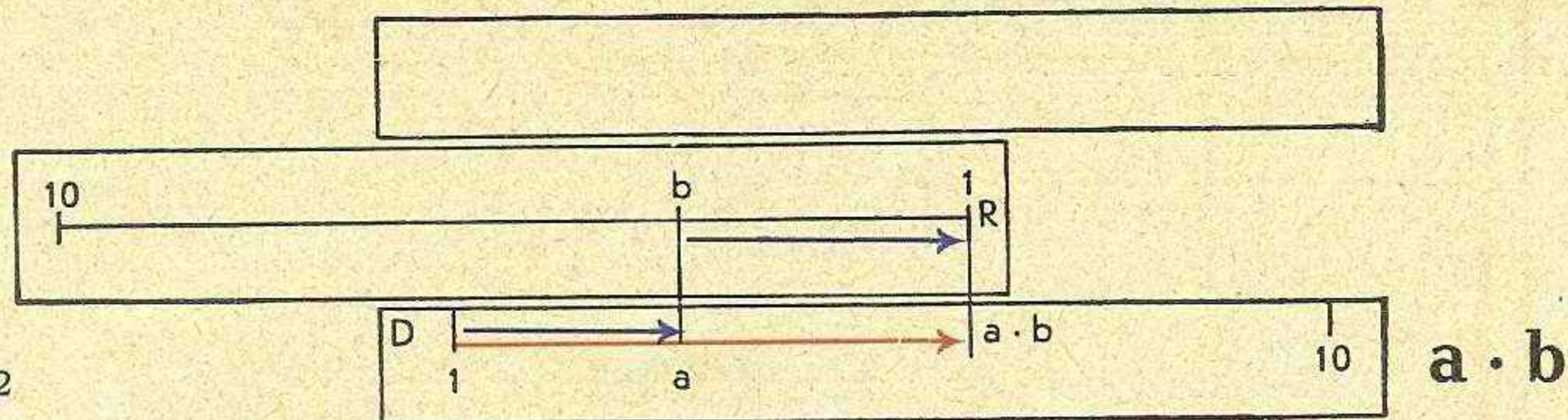
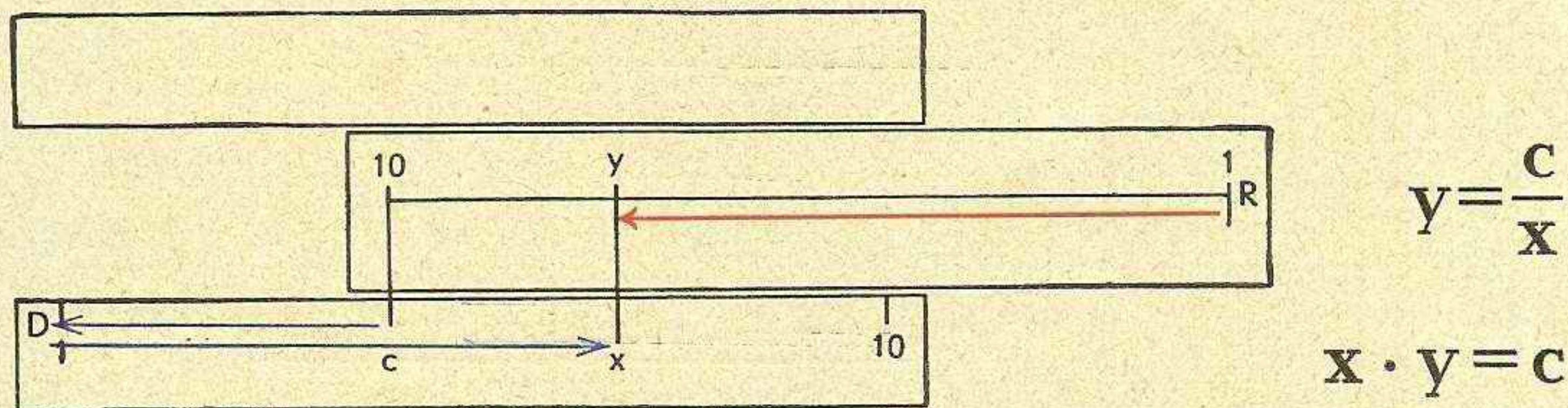


fig. 12



Si l'on doit déterminer la fonction $y = \frac{c}{x}$ pour un grand nombre de x on applique la méthode de la fig. 13. On obtient en même temps une table de tous les couples de nombres dont le produit est c (**proportions renversées**).

fig. 13



On peut également trouver dans cette position de la règle à calcul, parmi tous les facteurs possibles du nombre c ceux qui correspondent à l'équation du 2^o degré

$$x^2 + s \cdot x + c = 0$$

c' est à dire qui ont la somme $-s$.

En se servant de l'échelle inversée **R** on peut, dans beaucoup de cas trouver pour une seule position de la règlette un **produit de trois facteurs** (fig. 14). Si l'on inverse le procédé on divise en même temps par deux diviseurs.

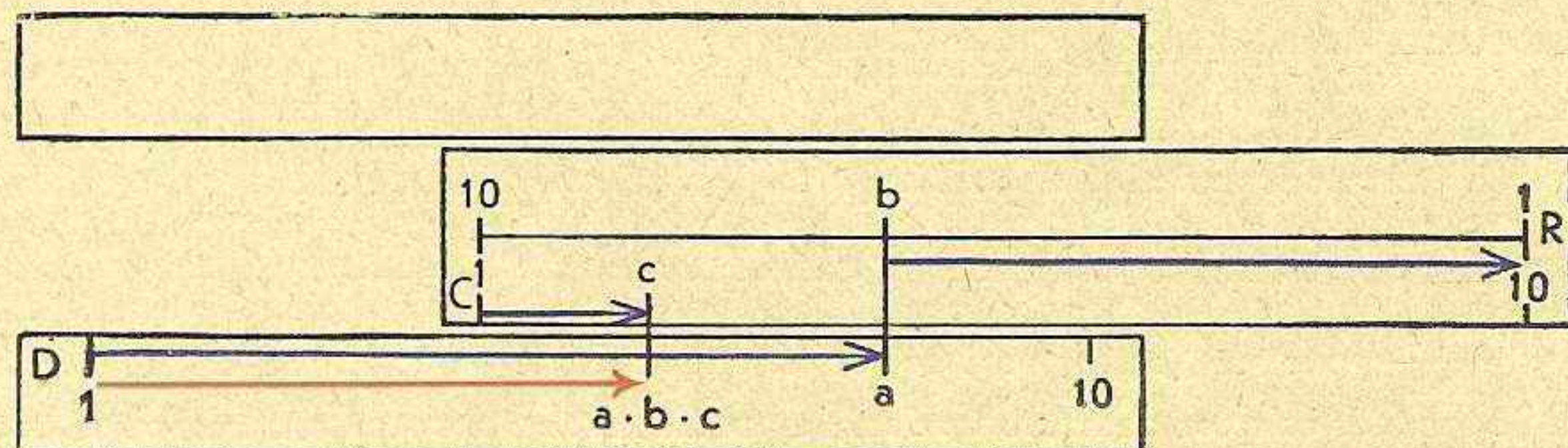
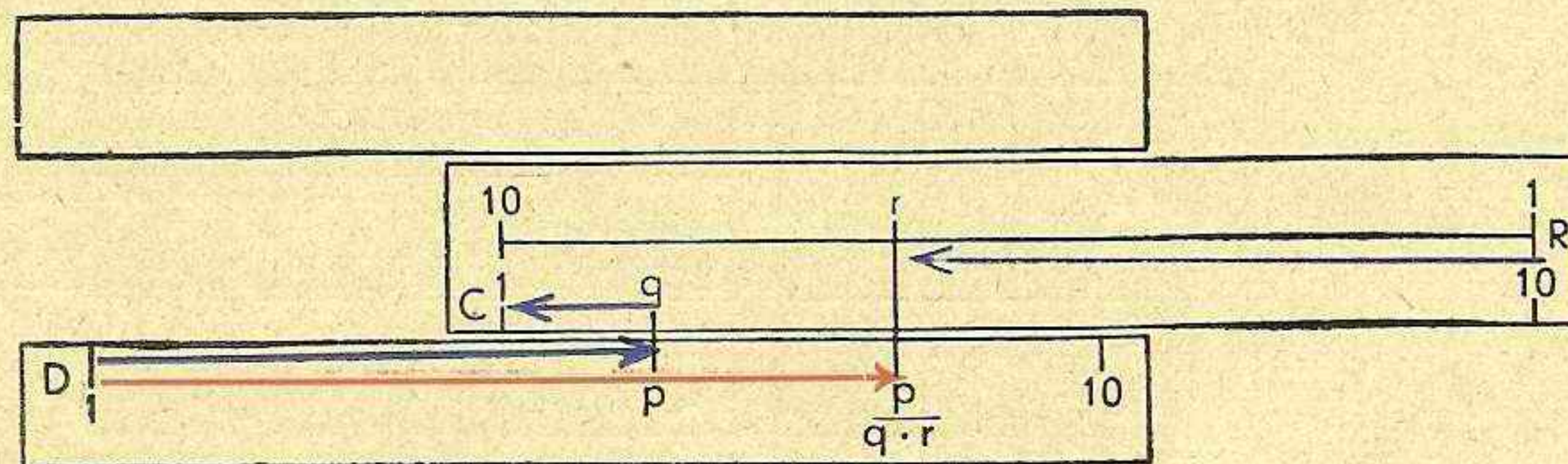


fig. 14

$$a \cdot b \cdot c$$

$$\frac{p}{q \cdot r}$$

fig. 15



d) carré et racine carrée.

Les deux échelles inférieures sont le double des échelles supérieures. La passage de **D** à **A** élève au carré le nombre considéré en **D** (le passage de **C** à **B** les nombres de **C**). Dans la direction contraire se trouvent les racines carrées. Voir fig. 16.

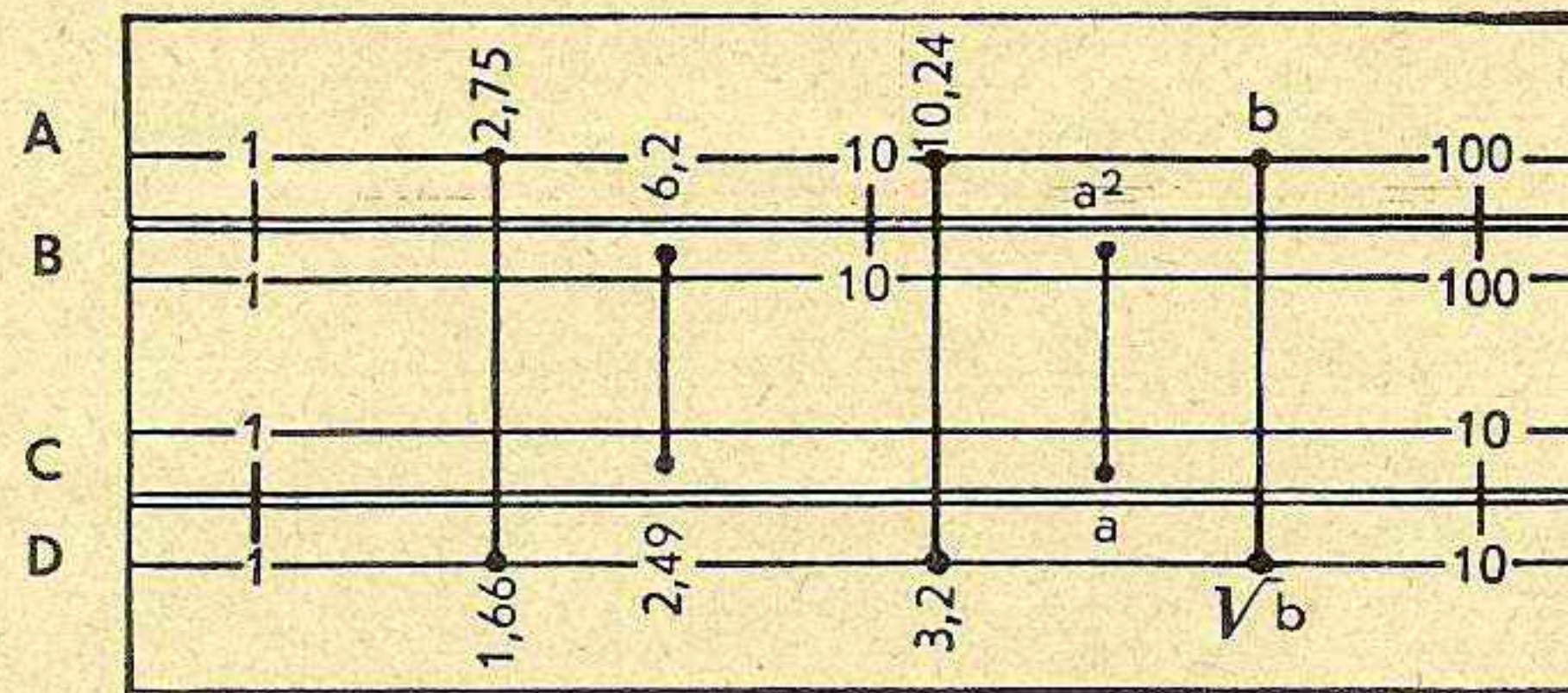


fig. 16

Pour extraire les racines carrées il n'est pas indifférent dans quelle moitié des échelles supérieures on place le carré, car $\sqrt{a}$ et $\sqrt{10a}$ ne diffèrent pas seulement par l'emplacement de la virgule. Prenons comme exemple $\sqrt{6,2}$ et $\sqrt{62}$. Si l'on place les chiffres 6 et 2 à gauche on extrait la racine de 6,2 (2,49) mais si l'on les place à droite on trouve la racine de 62 (7,88). Il faut donc se laisser guider par les nombres imprimés 1 . . . 10 . . . 100 . . . Si le carré se trouve en dehors des nombres 1 à 100 on le transpose dans cette échelle en le départageant par une puissance appropriée.

$$\text{Exemple: } \sqrt{1922} = \sqrt{100 \cdot 19,22} = 10 \cdot \sqrt{19,22} = 10 \cdot 4,38 = 43,8$$

$$\sqrt{0,000071} = \sqrt{71 : 1\,000\,000} = \sqrt{71 : 1000} = 8,43 : 1000 = 0,00843.$$

Si, en calculant, on se sert en même temps des deux échelles inférieure et supérieure on peut effectuer beaucoup d'opérations composées, comme il est démontré dans les figures suivantes.

Si au cours d'une opération un carré se présente, il faut commencer sur les échelles inférieures, afin qu'on puisse trouver le résultat sur les échelles supérieures. Il y a huit possibilités.

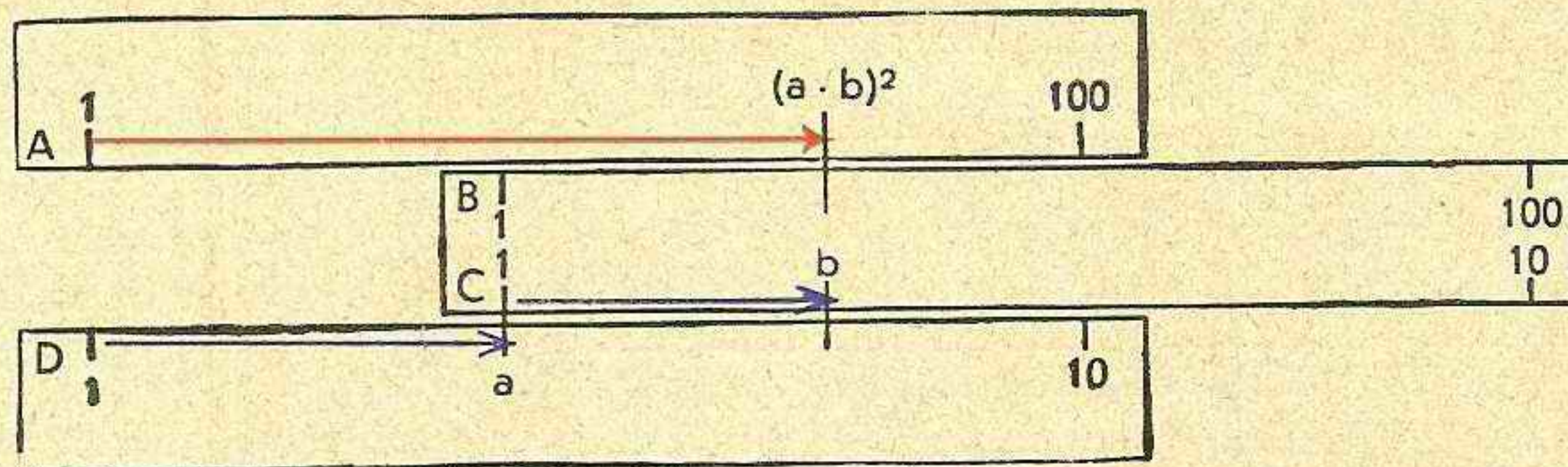


fig. 17

$$(a \cdot b)^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2$$

fig. 18

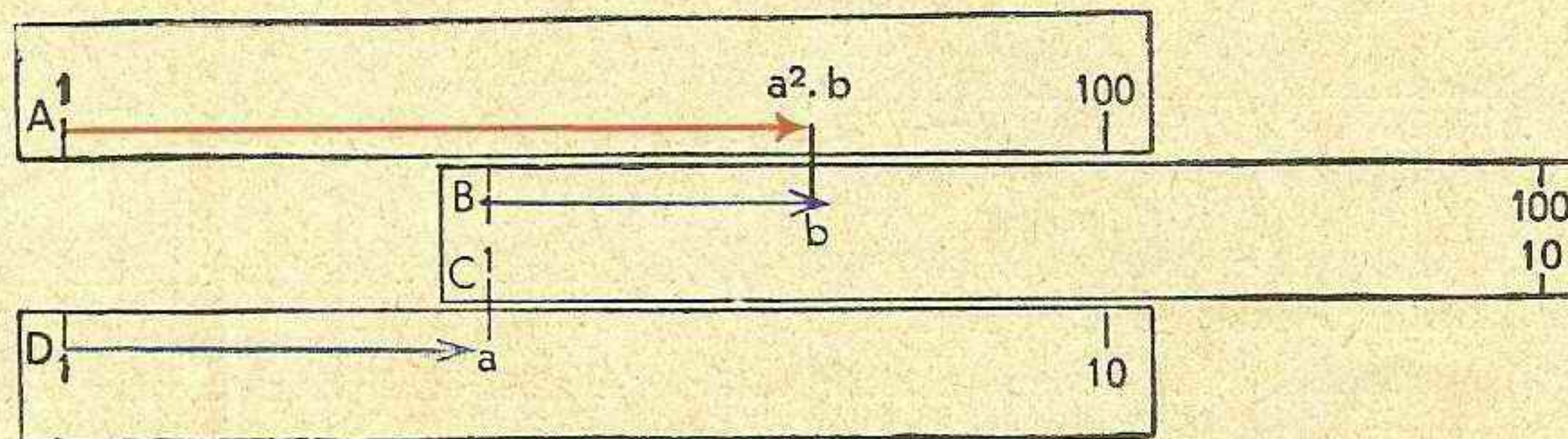
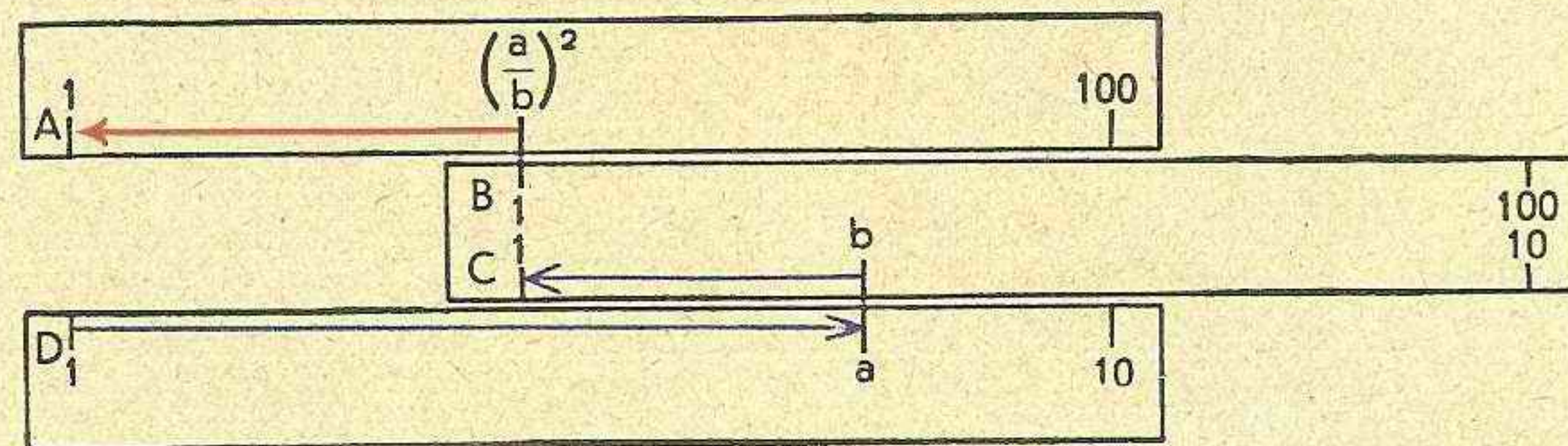


fig. 19

$$a^2 \cdot b$$

$$\frac{a^2}{b}$$

fig. 20

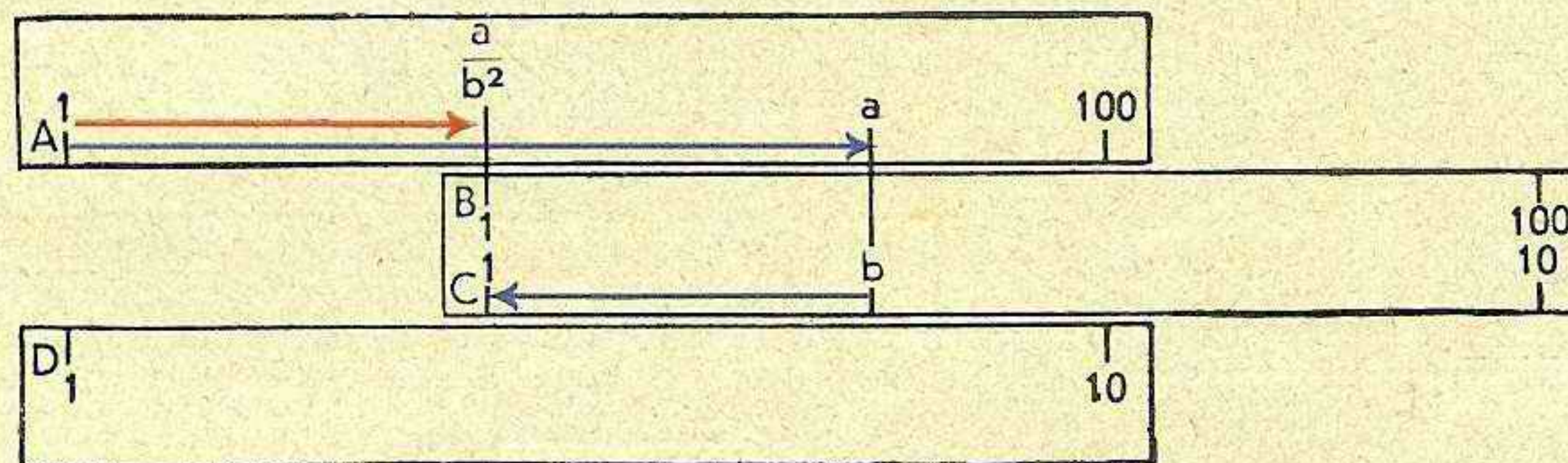
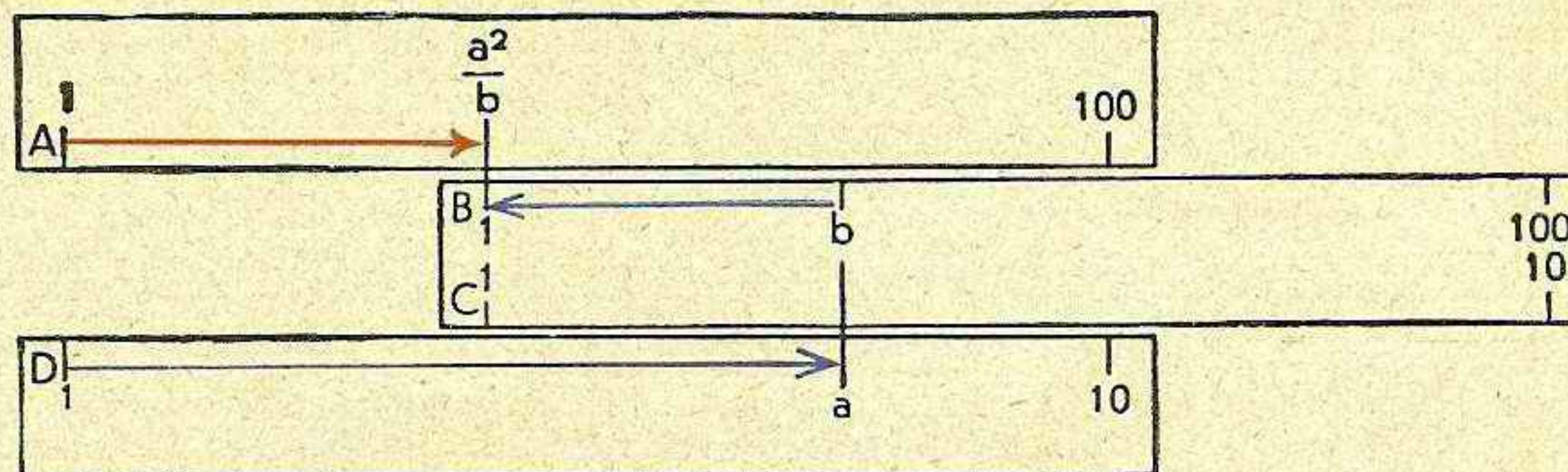
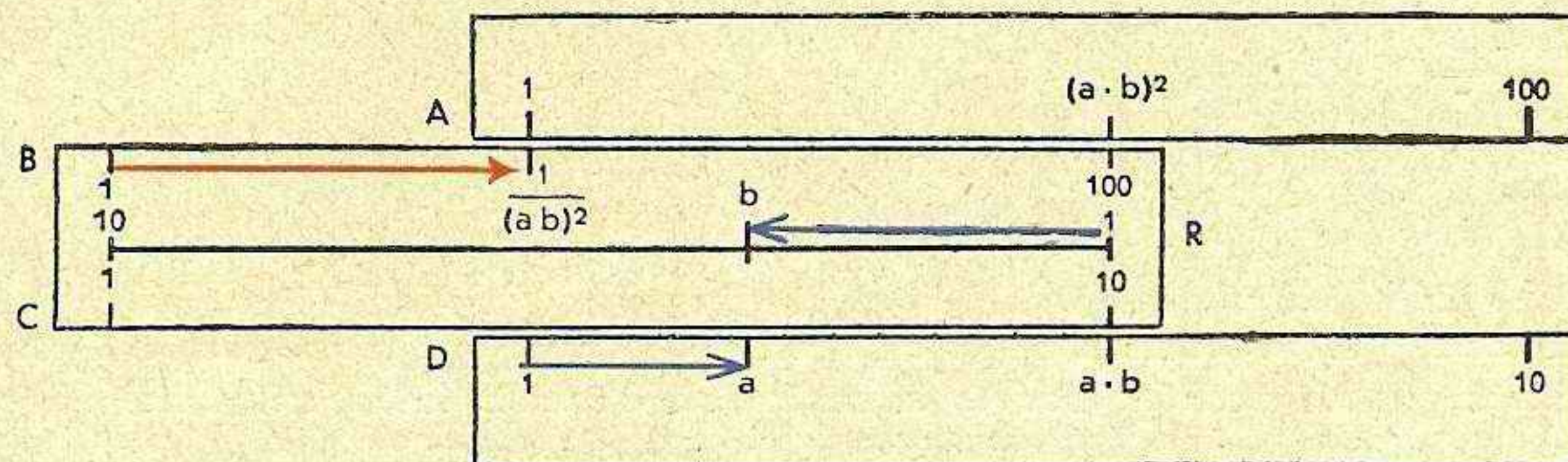


fig. 21

$$\frac{a}{b^2}$$

$$\frac{1}{(a \cdot b)^2}$$

fig. 22



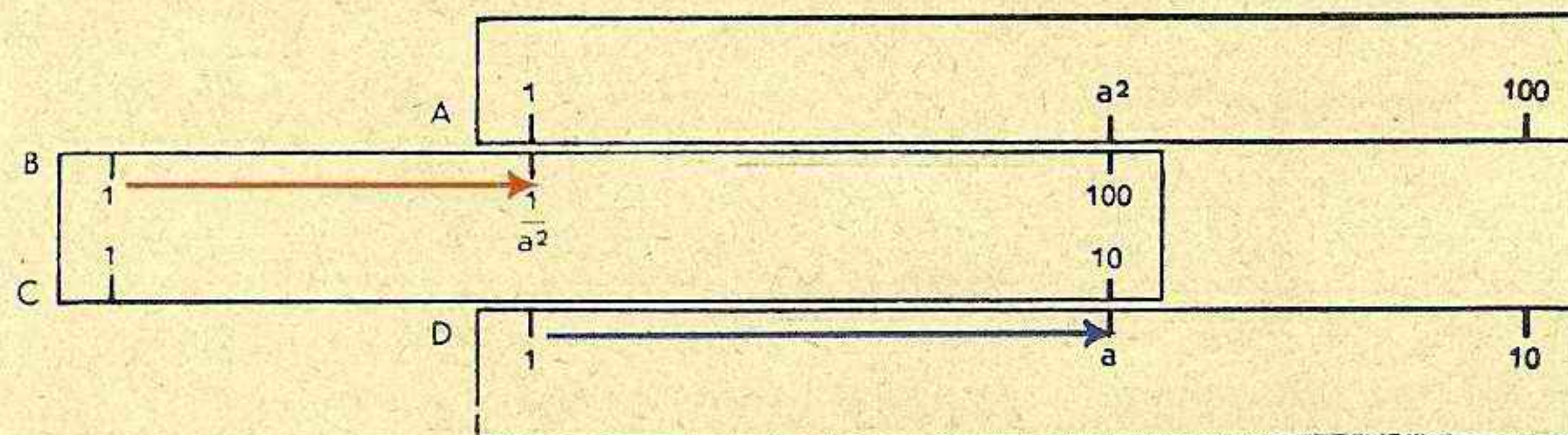


fig. 23

$$\frac{1}{a^2}$$

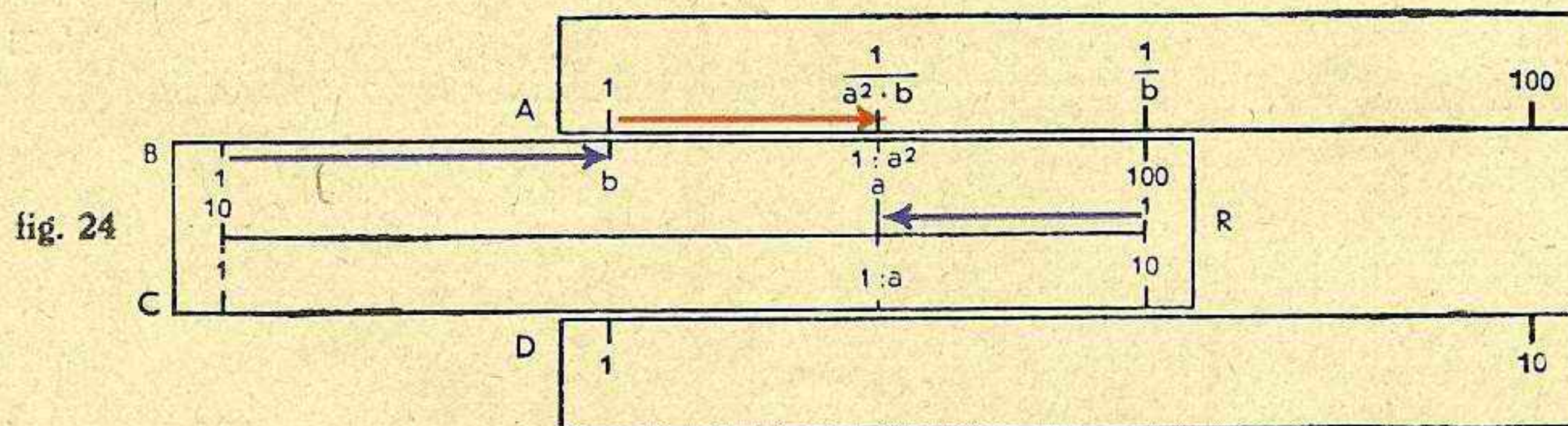


fig. 24

$$\frac{1}{a^2 \cdot b}$$

Par contre si au cours d'un calcul il s'agit d'extraire une racine carrée, il faut commencer sur les échelles supérieures, pour pouvoir trouver la racine sur l'échelle inférieure. Faire attention de choisir le carré dans la moitié de l'échelle A ou B qui convient dans le cas précis.

$$\sqrt{a \cdot b}$$

fig. 25

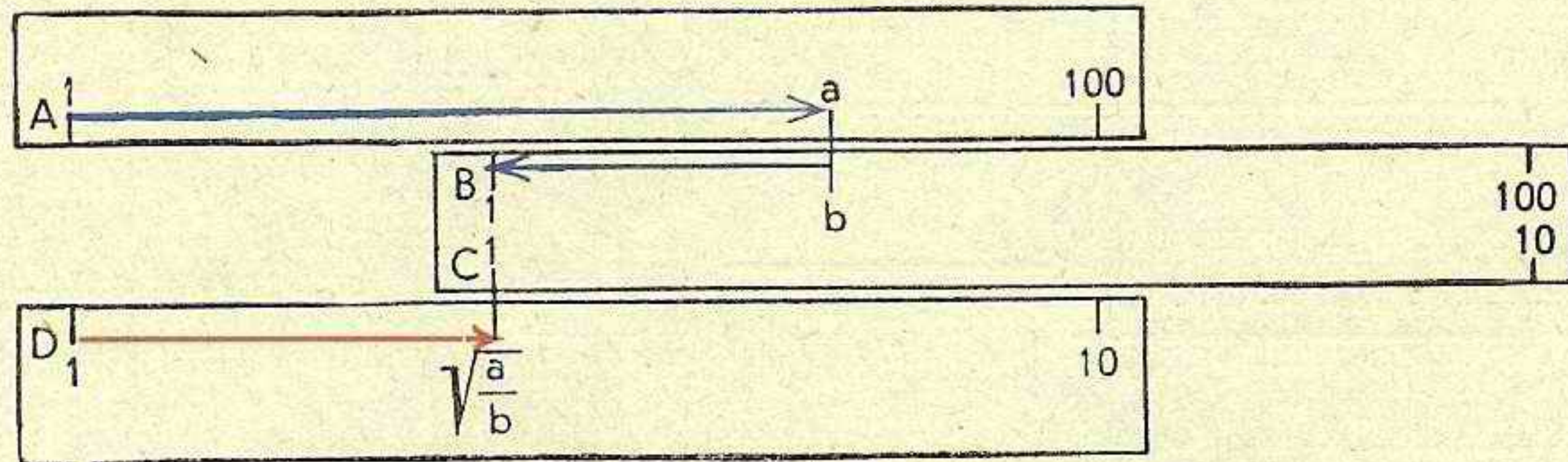
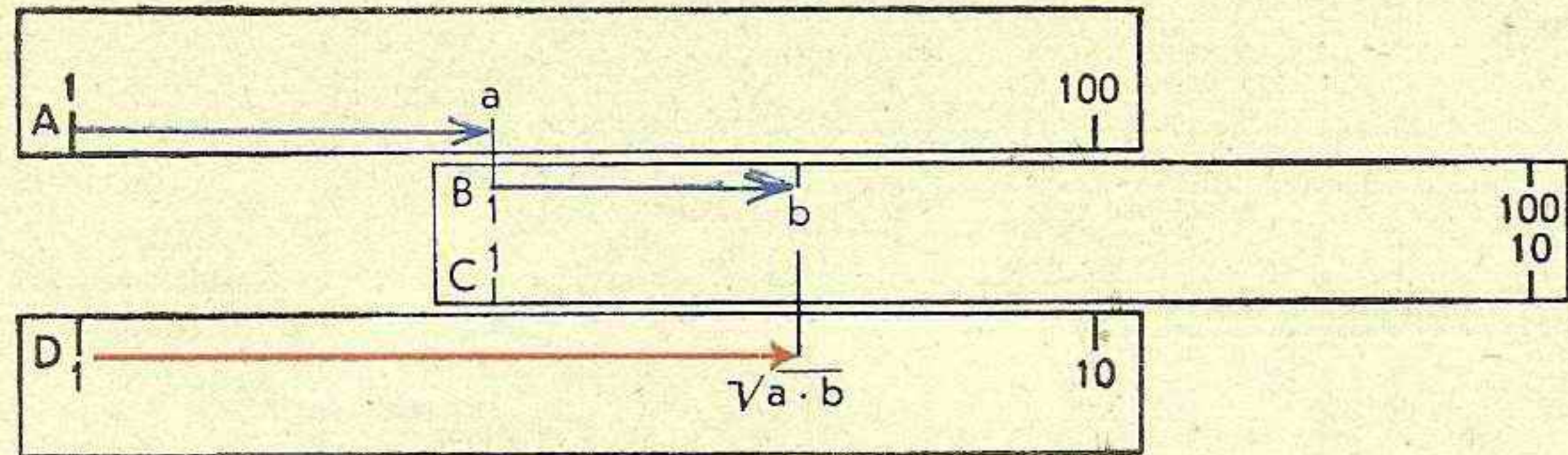
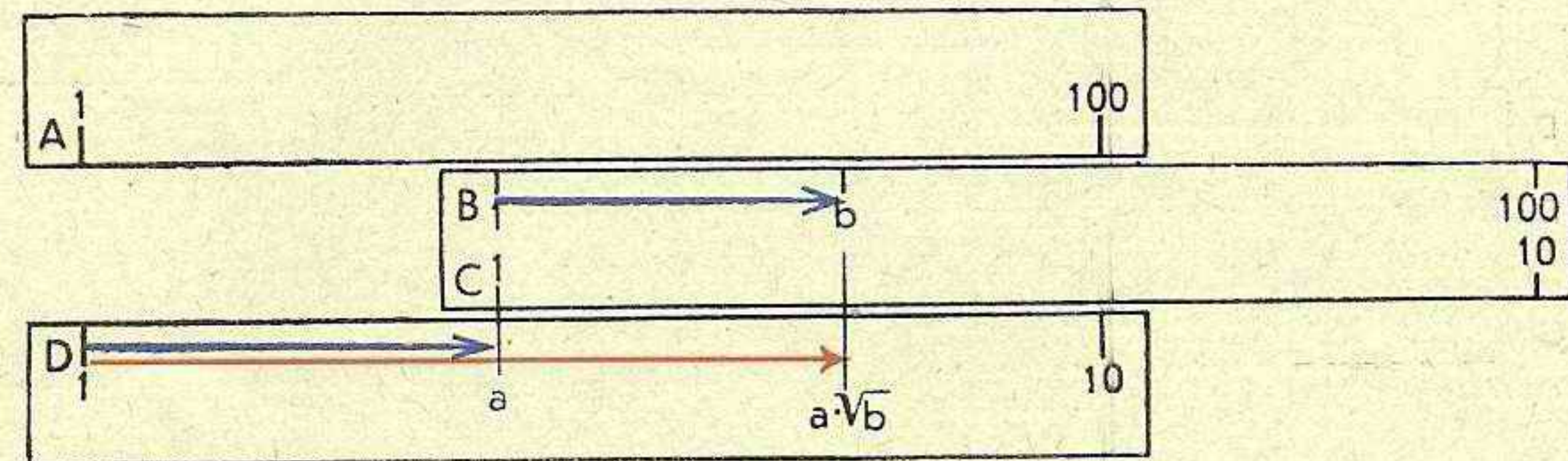


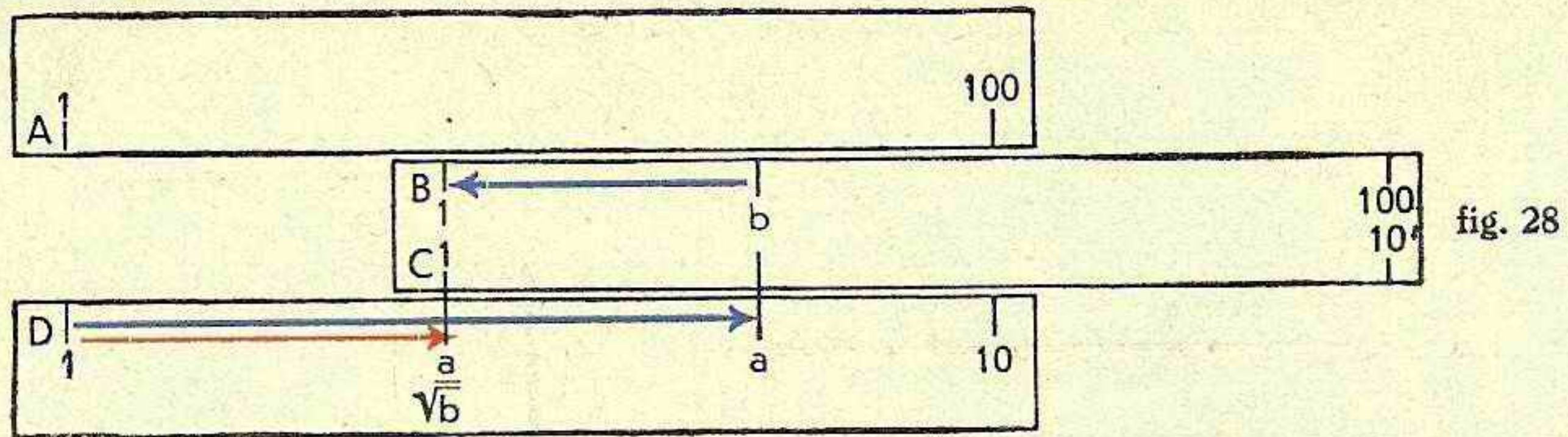
fig. 26

$$\sqrt{\frac{a}{b}}$$

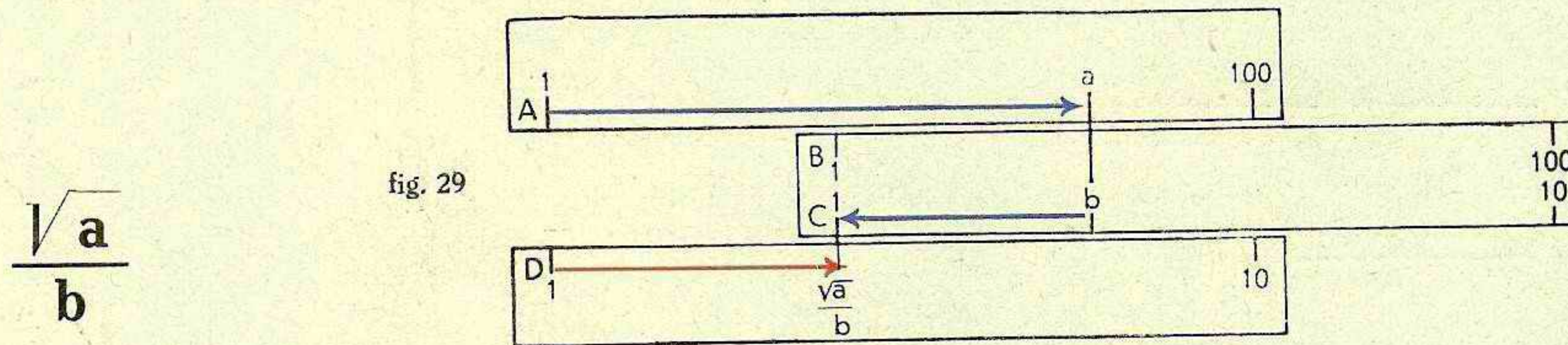
$$a \cdot \sqrt{b}$$

fig. 27

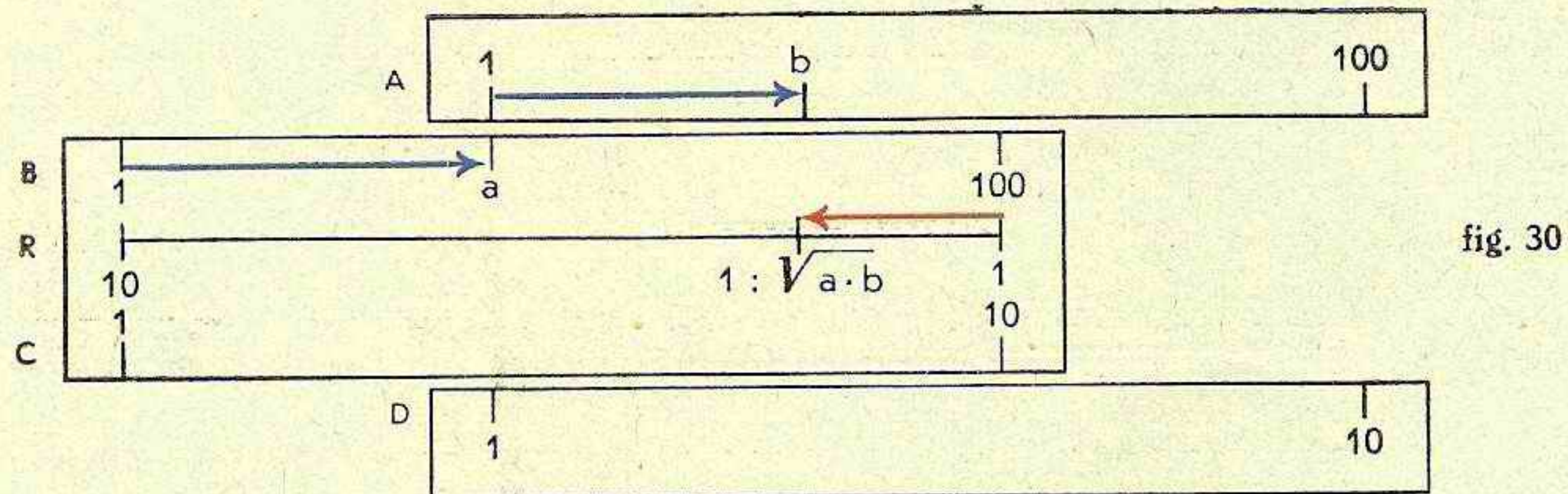




$$\frac{a}{\sqrt{b}}$$



$$\frac{\sqrt{a}}{b}$$



$$\frac{1}{\sqrt{a \cdot b}}$$

$$\frac{1}{a \cdot \sqrt{b}}$$

fig. 31

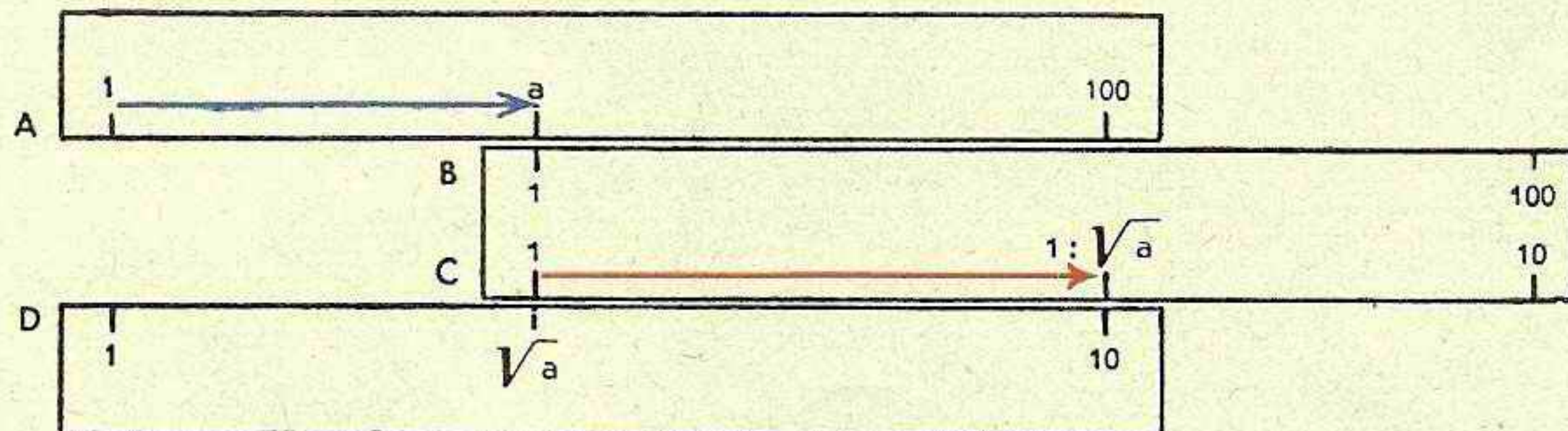
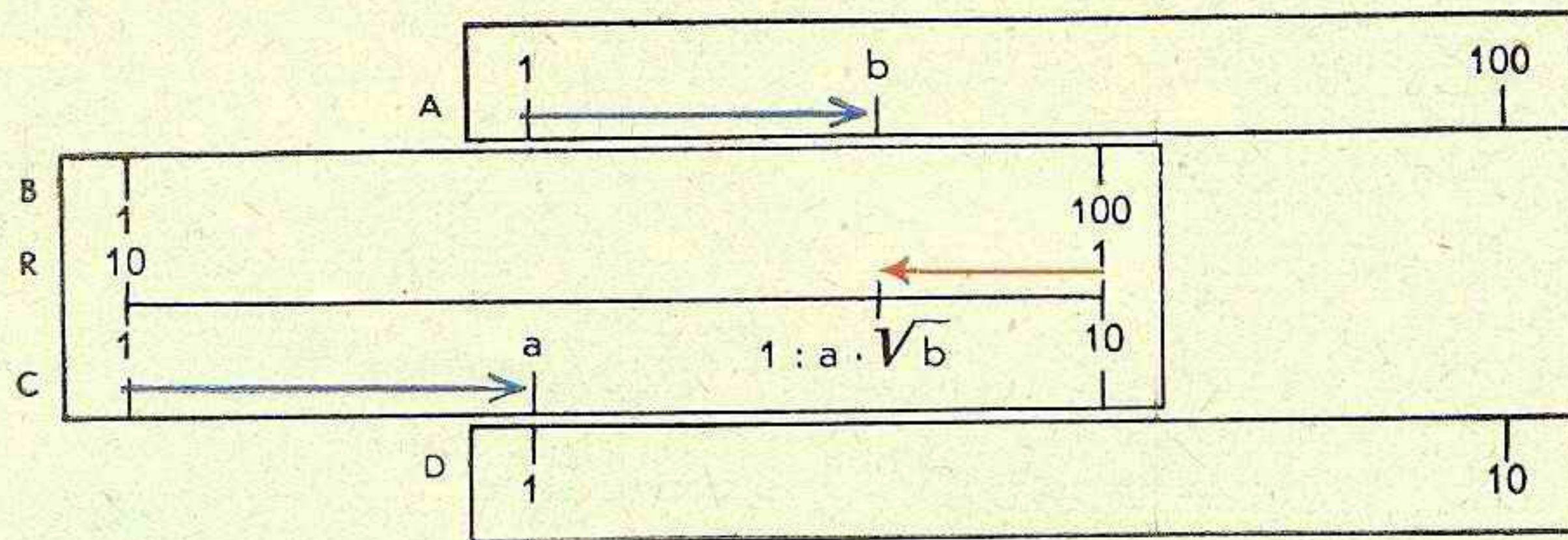


fig. 32

$$\frac{1}{\sqrt{a}}$$

2. Les échelles supplémentaires.

Pour faciliter les opérations plus complexes que multiplications, divisions, carrés et racines carrées, on se sert des échelles supplémentaires qui se réfèrent toutes à l'échelle principale **D**:

1) l'échelle uniforme **L**, se trouvant au bord supérieur en dessus de **A**, pour lire les logarithmes décimaux (fig. 33)

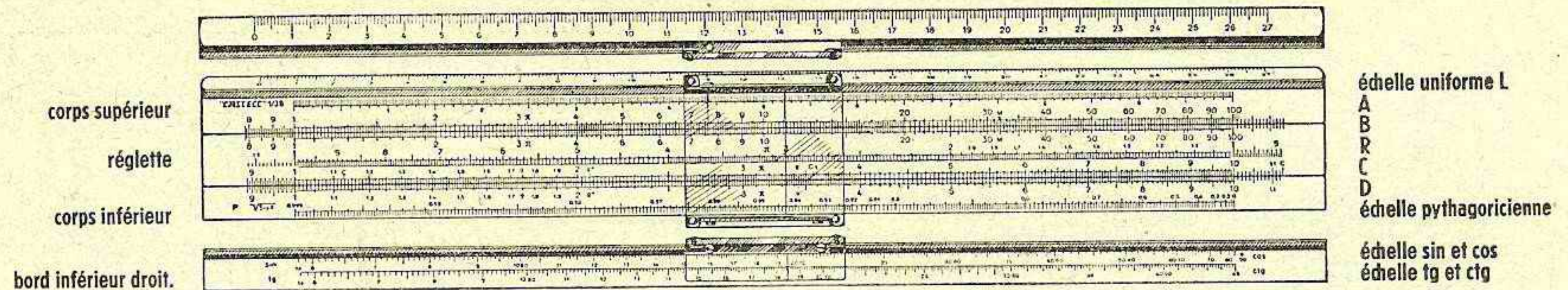


fig. 33

2. l'échelle pythagoricienne P ($\sqrt{1-x^2}$) sur le bord inférieur de la règle à calcul en dessous de D . Son emploi sera expliqué ultérieurement.
3. les échelles pour les 4 fonctions trigonométriques sur l'aplatis inférieur du corps de la règle.

a) l'échelle uniforme.

Cette échelle se rapporte à D et permet la lecture des **logarithmes décimaux**; elle remplace donc une **table de logarithmes à trois chiffres**. On n'y trouve que les mantisses. Comme sur une table, on doit ajouter la caractéristique.

Exemple: $\log 52 = 1,716$ (fig. 34) $\log x = 3,574$ $x = 3750$

$\log x$

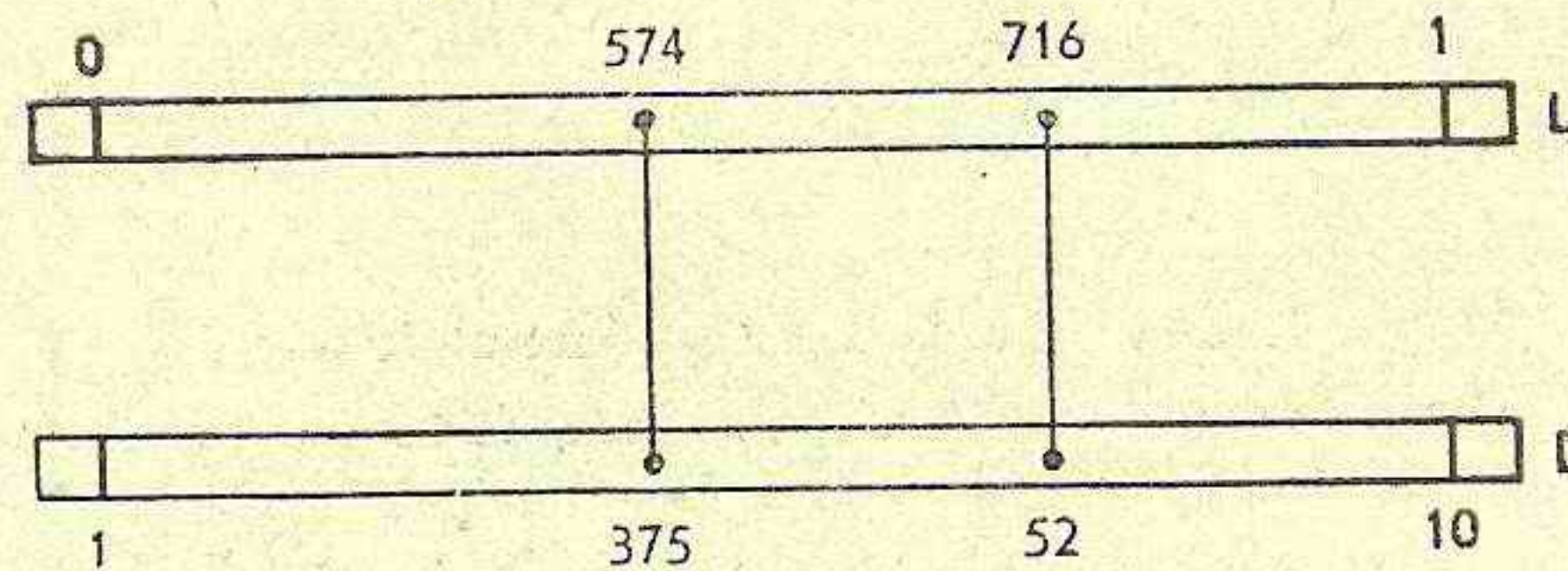
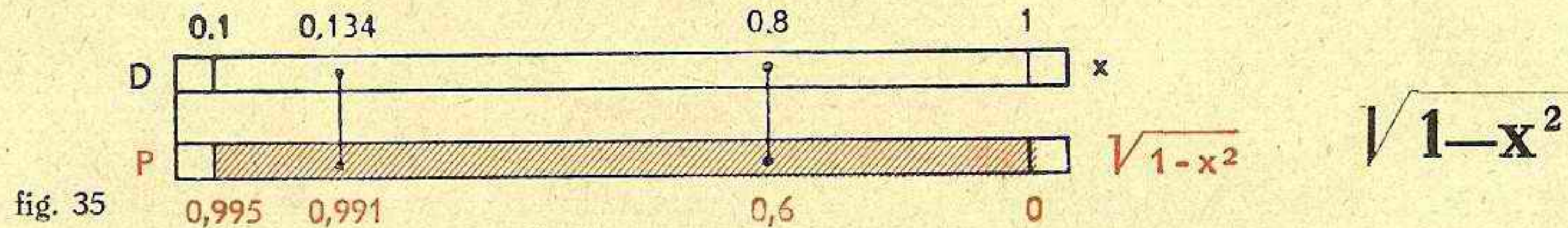


fig. 34

b) l'échelle pythagoricienne P

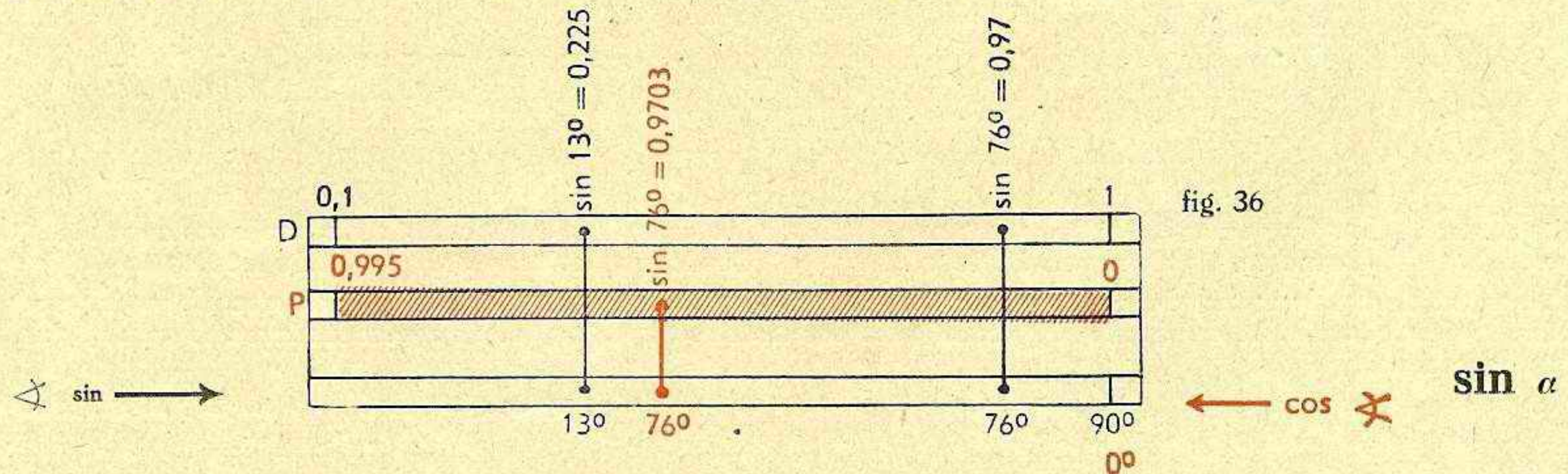
Cette échelle représente la fonction $y = \sqrt{1-x^2}$. Elle se rapporte à **D** ($=x$) où il faut lire les valeurs de 0,1 jusqu'à 1. Cette échelle se lit de droite à gauche et elle est coloriée en rouge. Voir également pages 20 et 21.

Exemple: $x = 0,8$ $y = 0,6$ $\sin \alpha = 0,134$ $\cos \alpha = 0,991$ (fig. 35)



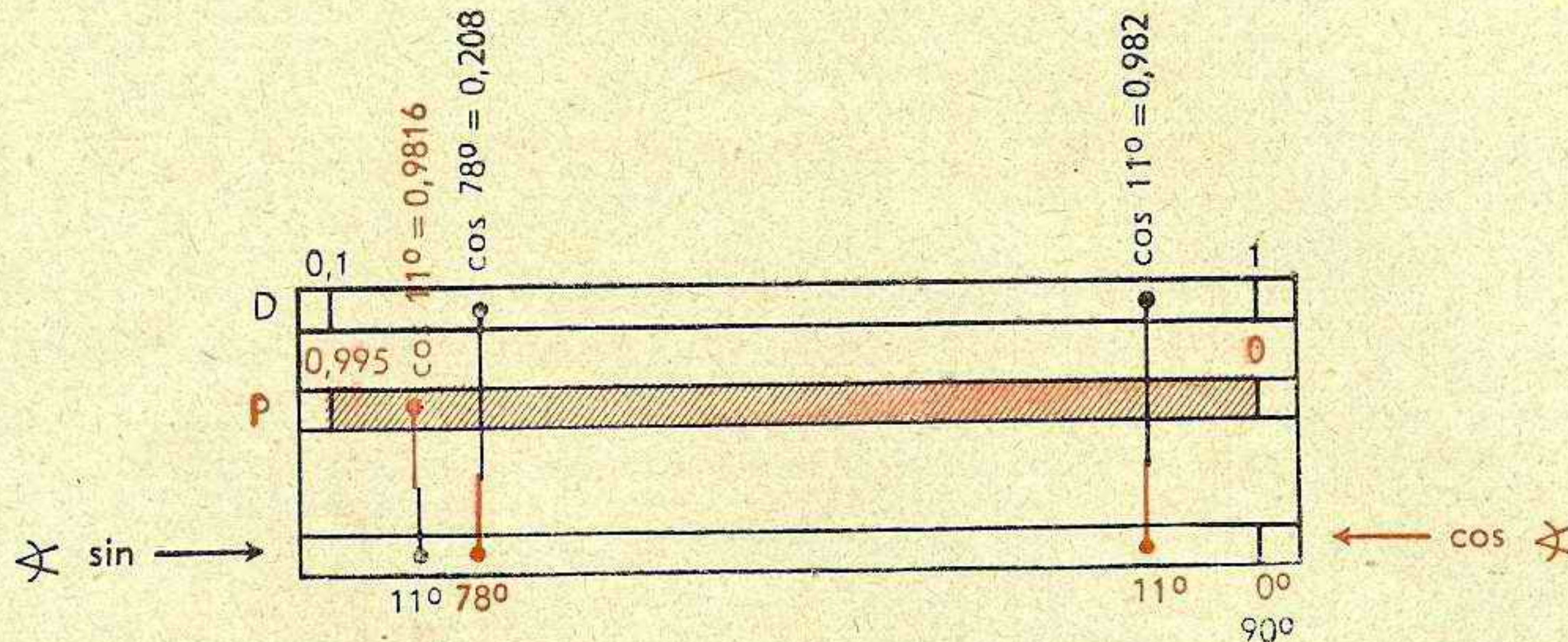
c) les échelles trigonométriques avec subdivisions décimales.

Si on lit l'échelle sin-cos de gauche à droite avec les chiffres noirs, elle représente avec **D (noir)** une table de sinus; si on la lit de droite à gauche avec les **chiffres rouges** elle présente avec **P (rouge)** également une table de sinus. Pour des petits angles le premier procédé est plus précis, pour les grands angles c'est le second. Dans la fig. 36 on lit pour $\sin 76^\circ$ une fois 0,97, et la seconde fois, plus précise, 0,9703.



Si on lit l'échelle sin-cos de droite à gauche avec les **chiffres rouges**, elle présente avec **D (noir)** une **table de cosinus**; si on la lit de gauche à droite avec les **chiffres noirs**, elle présente avec **P (rouge)** également une **table de cosinus**.

Pour des grands angles le premier procédé est plus précis, pour des petits angles c'est le second. Dans la fig. 37 on lit $\cos 11^\circ$ une fois 0,982 et l'autre fois, plus précise, 0,9816.



COS α

fig. 37

Il est facile de se rappeler les différentes possibilités de lecture à l'aide de la **règle de couleurs** suivante :

Couleurs égales: on lit le sinus, **Couleurs différentes: on lit le cosinus.**

Si on lit l'échelle tg-ctg de gauche à droite avec les **chiffres noirs**, elle présente avec **D (noir)** une **table de tangentes**. Si on la lit de droite à gauche avec les **chiffres rouges**, elle représente avec **D (noir)** une **table de cotangentes**.

A première vue il semble qu'on puisse lire les valeurs de tangentes seulement pour des angles inférieurs à 45° et les valeurs de cotangentes supérieurs à 45° . Mais comme $\text{tg } \alpha$ et $\text{ctg } \alpha$ sont des valeurs réciproques, l'emploi de l'échelle **R** permet de lire toutes les valeurs (voir les exemples fig. 38). Car il faut assembler

tangentes	en dessous de 45° en dessus de 45°	chiffres noirs et D ou C chiffres rouges et R
cotangentes	en dessous de 45° en dessus de 45°	chiffres noirs et R chiffres rouges et D ou C

Il existe donc une **règle des couleurs** également pour ces fonctions :

Couleurs identiques : on lit les tangentes,
couleurs différentes : on lit les cotangentes.

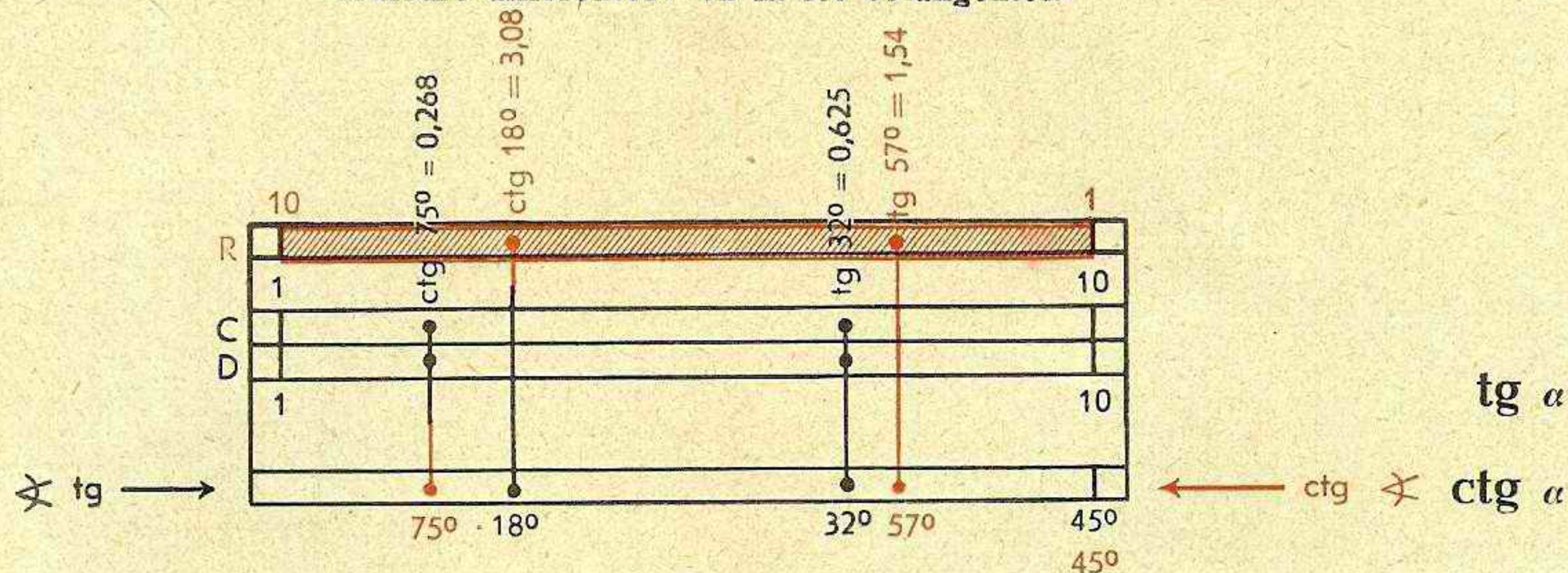


fig. 38

Fonctions de petits angles.

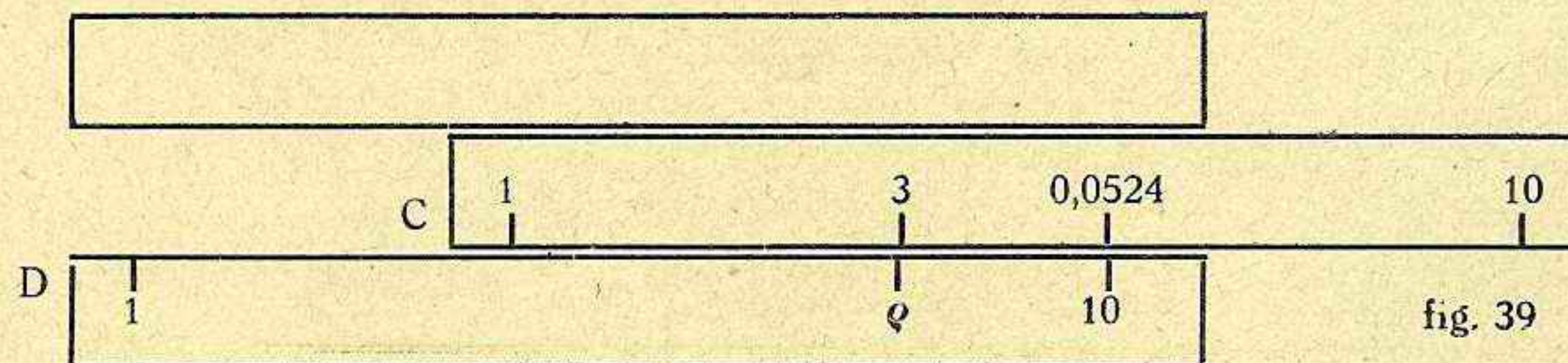
On peut obtenir de la façon précédente les valeurs trigonométriques jusqu'à env. $5,7^\circ$, car $\sin 5,7^\circ \approx \text{tg } 5,7^\circ \approx 0,1$. Si l'on veut obtenir des valeurs pour des angles encore plus petits on se sert des relations

$$\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \text{arc } \alpha \approx \frac{\alpha}{\rho}$$

Près de 5—7—3—0, sur l'échelle D, se trouve la marque φ de sorte qu'on peut lire selon fig. 39:
 $\sin 3^\circ \approx \operatorname{tg} 3^\circ \approx \operatorname{arc} 3^\circ \approx 0,0524$.

Précision: mieux que $2,5\text{‰}$

Des règles à calcul d'un modèle ancien avec échelle de 360° ont la marque φ près de 1—7—4—5 sur les échelles inférieures. L'exemple précédent sera traité, à l'aide de cette marque, comme suit: on place C 1 en face de D φ et on lit en dessous de C 3 la suite des chiffres 5—2—4.



Pour trouver le cosinus d'un petit angle on utilise

$$\cos \alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{(\operatorname{arc} \alpha)^2}{2} \approx 1 - 1,52 \cdot 10^{-4} \alpha^2,$$

$$\text{pour la ctg } \alpha \quad \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \approx \frac{1}{\operatorname{arc} \alpha} \approx \frac{57,3}{\alpha}$$

La nouvelle échelle d'angles (400 g)

La règle à calcul est livrée avec des échelles trigonométriques de la nouvelle graduation (l'angle droit a 100 g.) Les exemples précédents ont été basés sur l'ancienne graduation, mais il n'y a aucune difficulté à leur appliquer la nouvelle graduation. A la place de l'angle 45° on met logiquement 50g et le reste est automatique.

Exemples:	$\sin 73g = 0,911$, plus précis 0,9114	$\operatorname{tg} 32g = 0,549$
	$\sin 14g = 0,218$	$\operatorname{tg} 57g = 1,248$
	$\cos 14g = 0,976$, plus précis 0,9759	$\operatorname{ctg} 18g = 3,44$
	$\cos 81g = 0,294$	$\operatorname{ctg} 75g = 0,414$

La marque φ .

Les échelles trigonométriques ne s'étendent que jusqu'à $6,38^\circ$, car $\sin 6,38^\circ \approx \text{tg } 6,38^\circ \approx 0,1$.

Afin de pouvoir lire les fonctions d'angles plus petits la marque φ est apposée entre C 63 et C 64.

S'il s'agit d'angles **tellement** petits, les fonctions trigonométriques sinus et tangente ne peuvent pas être pratiquement séparées de l'arc.

$$\text{Exemple: } \sin 0,17^\circ \approx \text{tg } 0,17^\circ \approx \text{arc } 0,17^\circ = 0,00267.$$

On pose C 17 en face de la marque φ et on trouve la fonction au dessus de D 10. Parfois on lit également le résultat au dessus de D 1.

$$\text{Exemple: } \sin 0,0085^\circ \approx \text{tg } 0,0085^\circ \approx \text{arc } 0,0085^\circ = 0,0001336.$$

On pose C 85 en face de la marque φ et on trouve la fonction au dessus de D 1.

Le calcul avec les échelles trigonométriques.

Si on veut passer du sinus d'un angle à son cosinus (ou vice-versa) il est inutile de lire cet angle. Sur D et P ces couples de valeur se trouvent en face. On peut également éviter de lire l'angle lorsqu'on passe de la tangente à la cotangente, car ces couples de valeur se trouvent en face à C et R. La lecture de l'angle est seulement nécessaire, si on veut passer du sinus ou cosinus à la tangente ou à la cotangente.

Comme on lit ces fonctions sur les échelles D ou R il est possible dans beaucoup de cas de continuer immédiatement avec des multiplications ou des divisions. Seulement lorsqu'on fait la lecture en P, la valeur doit être transposée sur les échelles principales.

3. Les échelles spéciales tachéométriques

Dans les calculs tachéométriques il s'agit de calculer les produits

$$E \cdot \cos^2 \alpha \text{ et } E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

A cet effet on se sert des trois échelles spéciales qui se trouvent au dos de la règle à calcul. On retire entièrement la réglette, la retourne et l'introduit à nouveau dans la coulisse, de sorte qu'on trouve ces échelles entre A et D.

Les échelles spéciales sont :

1. **une échelle sin-cos**: elle se compose de deux bandes. La première se trouve au bord coulissant inférieur et s'étend de $0,5^\circ$ jusqu'à 6° ; elle continue un peu plus haut sur une deuxième bande qui commence par 5° pour se terminer à 20° . (Dans les règles à calcul à graduation à 400g ces bandes s'étendent de $0,6$ à 7 et de 6 à $22g$).
2. **Une échelle $\cos^2$** , qui se trouve tout à fait à la droite de 20° à 5° (pour graduations de 400g de 25 à $5g$).
3. **une échelle pour $1-\cos^2$** , se trouvant au bord de glissement supérieur. Elle se compose d'une bande de $5,7^\circ$ à 20° , directement au bord, et d'une deuxième bande, immédiatement en dessous, de $1,85^\circ$ à $5,7^\circ$. (Dans les règles pour 400g la bande supérieure va de 6 à $22g$ et l'inférieure de 2 à $7g$).

La valeur E , qui constitue le facteur du départ doit être calculée généralement d'abord par $E = c + k \cdot l$. Dans cette équation :

- 1) c est une constante d'addition, c.à.d. la distance du sommet de l'angle principal de l'axe vertical de l'instrument tachéométrique ($0 \leq c < 60$ cm).
- 2) k est une constante de multiplication, généralement $99,50 < k < 100,50$,
plus rarement $199,00 < k < 201,00$.

Pour k on cherche d'obtenir la valeur 100 (ou 200) mais on n'y arrive pas en général. Il est donc utile de calculer E par

$$E = 100 l + (k - 100) \cdot l + c \text{ ou}$$
$$E = 200 l + (k - 200) \cdot l + c.$$

La valeur à former $100 \cdot l$ (ou $200 \cdot l$) doit par conséquent être augmentée de la petite somme $(k - 100) \cdot l + c$ ou bien $(k - 200) \cdot l + c$. Sur le dos de la règle à calcul est imprimée une table suffisante, partant de k et $100 \cdot l$ et de k et $200 \cdot l$, dans laquelle on peut, si nécessaire avec interpolation, prendre la somme à ajouter $(k - 100) \cdot l$ ou $(k - 200) \cdot l$. A chaque instrument correspond une certaine ligne de cette table.

- 3) l est la section de la mire qui correspond à la distance des deux fils horizontaux, mesurant la distance. Les mesures peuvent être effectuées avec une mire verticale ou horizontale.

a) calculs avec mire verticale.

Si on détermine $E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$, on obtient la différence de niveau de deux points; $E \cdot \cos^2 \alpha$ indique leur distance horizontale. Pour l'utilisation des échelles tachéométriques nous faisons les remarques suivantes :

1. la multiplication s'effectue de la même manière que sur les règles ordinaires; on multiplie en additionnant les distances de l'échelle correspondant aux logarithmes de E et $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$;
2. les échelles tachéométriques correspondent à l'échelle inférieure D ;
3. elles ont des subdivisions décimales et progressent toujours de $0,05^\circ$. Si l'on veut obtenir des subdivisions encore plus précises, on peut ajouter des cinquièmes et travailler de cette sorte avec des centièmes de degré, ou bien on ajoute des tiers et on travaille avec des minutes.
4. Comme toujours avec une règle à calcul, l'opérateur doit indiquer lui-même la position de la virgule. Dans la plupart des cas cette position ressort clairement des données du problème; dans le cas contraire on s'aidera des instructions qui suivent.

Calcul de la différence de niveau. $E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Pour estimer la position de la virgule :

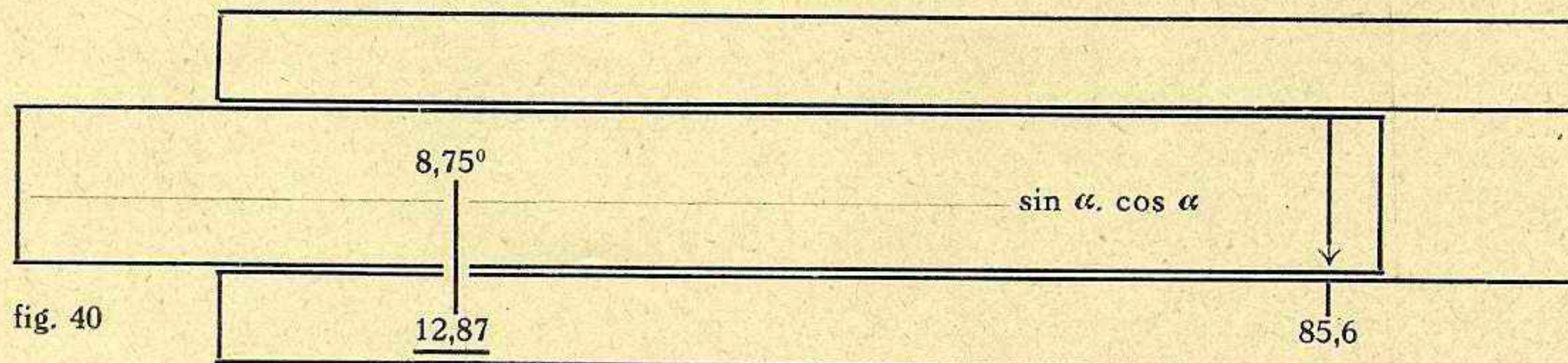
$$\sin 6^\circ \cdot \cos 6^\circ \approx 1/10,$$

$$\sin 0,6^\circ \cdot \cos 0,6^\circ \approx 1/100.$$

Pour réaliser la multiplication $E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ on a le choix entre deux positions de la règlette, soit

réglette vers la gauche comme pour multiplier $3 \cdot 4$ sur C et D et
 règlette vers la droite comme pour la multiplication $2 \cdot 4$ sur C et D .

réglette vers la gauche; basé sur l'index de droite



Exemples pour la graduation 360°.

Donné: $E = 85,6$ m et $\alpha = 8,75^\circ$.

On place l'index droit, le trait traversant de haut en bas, sur D 85,6, on place le trait du curseur sur $8,75^\circ$ de l'échelle de hauteur (dans la bande supérieur) et on lit en dessous, sur D, les chiffres 1—2—8—7. Comme la différence de niveau doit être plus grand que 10% , le résultat est: 12,87 m.

Autres exercices:	$E = 246,5$ m	$\alpha = 3,1^\circ$	Résultat: 13,31 m	$E = 337,5$ m	$\alpha = 4,4^\circ$	Résultat: 25,8 m
	$E = 192,1$ m	$\alpha = 5,16^\circ$	" 17,21 m	$E = 137,0$ m	$\alpha = 5^\circ$	" 11,89 m

Règlette vers la droite; basé sur l'index de gauche.

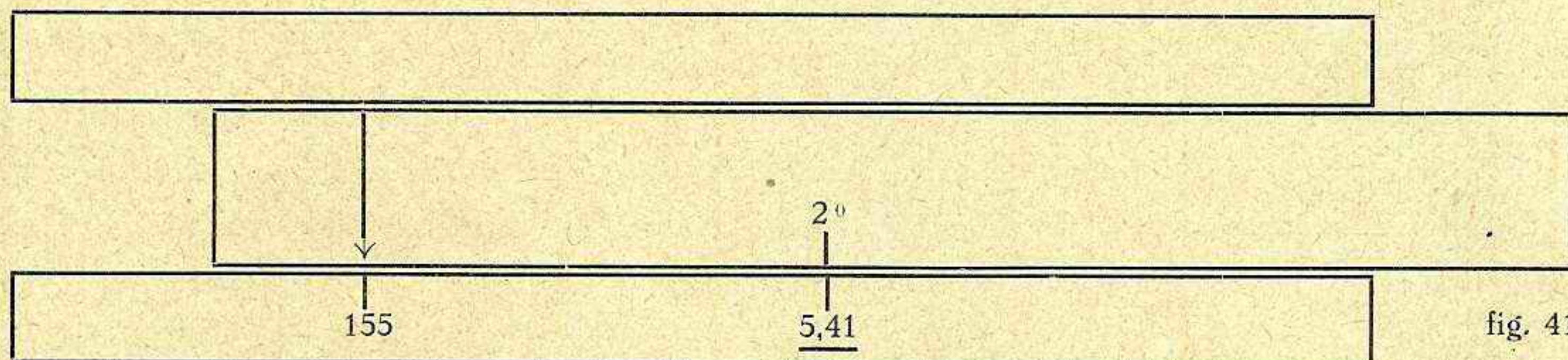


fig. 41

Si, en tirant la règle vers la gauche, on ne peut plus faire de lecture en dessous de α , il faut se baser sur l'index gauche, et tirer la règle vers la droite.

Soit $E = 155$ m et $\alpha = 2^\circ$.

On place l'index gauche sur D 155, glisse le trait du curseur sur 2° de l'échelle sin-cos, et on lit en dessous du curseur sur D les chiffres 5 4 1. La différence de niveau est beaucoup plus petite que 10% de E , mais supérieure à 1% , elle est donc de 5,41 m.

Soit $E = 182,4$ m et $\alpha = 6,07^\circ$.

On place l'index de gauche sur D 182,4, on glisse le trait du curseur sur $6,07^\circ$ de l'échelle sin-cos, qu'on trouve maintenant dans la bande supérieure, et on lit en dessous en D les chiffres 1 9 1 8. Le résultat doit être d'environ 10% de E , la différence de niveau est donc 19,18 m.

D'autres exercices: $E = 275,3 \text{ m}$ $\alpha = 1,72^\circ$ résultat: 8,26 m
 $E = 61,5 \text{ m}$ $\alpha = 7,15^\circ$ " 7,6 m
 $E = 208 \text{ m}$ $\alpha = 2,05^\circ$ " 7,44 m

$E = 192,1 \text{ m}$ $\alpha = 5,16^\circ$ résultat: 17,21 m
 $E = 137,0 \text{ m}$ $\alpha = 5^\circ$ " 11,89 m

Exemples pour graduation à 400g.

$E = 137 \text{ m}$ $\alpha = 5g$ différence de niveau: 10,72 m
 $E = 85,6 \text{ m}$ $\alpha = 8,75g$ " 11,62 m
 $E = 246,5 \text{ m}$ $\alpha = 3,1g$ " 11,98 m
 $E = 192,1 \text{ m}$ $\alpha = 5,16g$ " 15,50 m
 $E = 337,5 \text{ m}$ $\alpha = 4,4g$ " 23,25 m

$E = 275,3 \text{ m}$ $\alpha = 1,72g$ différence de niveau: 7,43 m
 $E = 61,5 \text{ m}$ $\alpha = 7,15g$ " 6,85 m
 $E = 208 \text{ m}$ $\alpha = 2,05g$ " 6,69 m
 $E = 85,6 \text{ m}$ $\alpha = 12,2g$ " 16 m

Calcul de la distance horizontale $E \cdot \cos^2 \alpha$.

Il y a deux façons d'effectuer cette multiplication.

On peut se servir de la petite échelle supplémentaire $\cos^2$, qui se trouve à droite sur la règle. On procède comme pour toutes les multiplications; toute fois la règle doit toujours être tirée vers la gauche, parce qu'on ne peut se baser que sur l'index de droite.

Soit $E = 81,5 \text{ m}$ et $\alpha = 16,5^\circ$.

On place l'index de droite à D 81,5, donc on tire la règle un peu vers la gauche. Ensuite on lit sur l'échelle $\cos^2$ sous $16,5^\circ$ le résultat 74,9 m. La position de la virgule s'obtient sans difficulté, car la diminution est toujours minime. (fig. 42)

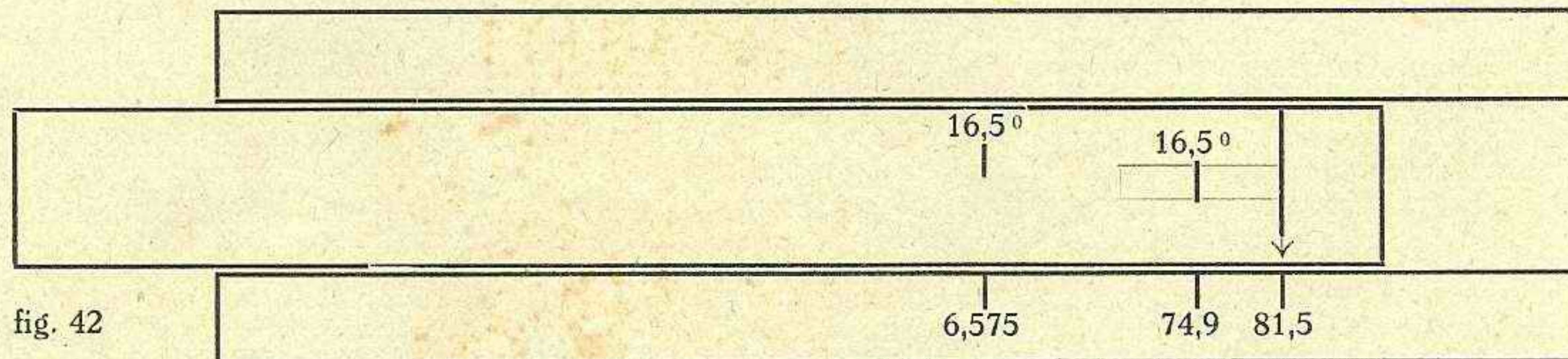


fig. 42

D'autres exercices: $E = 66,5 \text{ m}$ $\alpha = 12^\circ$ distance horizontale: 63,6 m
 $E = 354 \text{ m}$ $\alpha = 9^\circ$ " 345,5 m
 $E = 137 \text{ m}$ $\alpha = 5^\circ$ " 136 m

Mais cette façon de procéder ne satisfait pas. Comme α est toujours un angle assez petit, $\cos \alpha$ est placé très près de 1 et $\cos^2 \alpha$ est également toujours une valeur près de 1. Il est donc préférable de transposer ces calculs dans le domaine des petits nombres, c. à d. de ne pas calculer directement la distance horizontale, mais de trouver la somme qu'il faut retrancher de E. On se sert à cet effet de l'échelle pour $1 - \cos^2 \alpha$. Si l'on cherche dans la position indiquée dans la fig. 42, sur l'échelle $1 - \cos^2$, l'angle $16,5^\circ$, on trouve en dessous, sur D, la diminution de 6,575 m, ce qui permet de calculer avec beaucoup plus de précision la distance horizontale, soit 74,925.

Pour situer la virgule :

	pour	10^0 ,	la diminution	est d'env.	$3^0/0$,
"		6^0	"	"	$1^0/0$,
"		2^0	"	"	$1^0/00$,

Si on prend le deuxième exemple susindiqué, on obtient une diminution de 2,875 m, donc une distance horizontale de 63,625 m. Pour ce dernier exemple il faut chercher l'angle sur la bande inférieure de l'échelle $1-\cos^2$; on trouve la diminution 1,04 m de sorte que la distance horizontale est, plus précise, de 135,96 m. Pour ce dernier exemple une lecture n'est possible que si l'on se base sur l'index gauche (diminution 8,66 m; distance 345,34 m). Il peut devenir nécessaire de faire deux prises d'index pour obtenir une lecture approximative et une lecture précise.

D'autres exemples :

deux lectures avec un réglage

E = 85,6 m	$\alpha = 8,75^{\circ}$	1,98 m	83,62 m
E = 192,1 m	$\alpha = 5,16^{\circ}$	1,554 m	190,546 m
E = 61,5 m	$\alpha = 7,15^{\circ}$	0,953 m	60,547 m

il faut deux réglages

$$E = 182,4 \text{ m} \quad \alpha = 6,07^\circ \quad 2,04 \text{ m} \quad 180,36 \text{ m}$$

Si les angles sont inférieurs à 5° on peut se servir uniquement du réglage plus précis.

E = 155 m	$\alpha = 2^0$	0,189 m	154,811 m
E = 246,5 m	$\alpha = 3,1^0$	0,721 m	245,779 m
E = 208 m	$\alpha = 2,05^0$	0,266 m	207,734 m
E = 275,3m	$\alpha = 1,72^0$	0,28 m	275,02 m
E = 337,5 m	$\alpha = 4,4^0$	1,985 m	335,515 m

Si l'on calcule pour un même E et α aussi bien la différence de niveau que la distance horizontale on s'aperçoit qu'on peut presque toujours les trouver avec un seul réglage de la règlette. Dans la plupart des cas on peut également trouver avec le même réglage la solution approximative de la distance qu'on utilise pour déterminer la virgule.

Exemples pour règles à graduation 400g :

E = 182,4 m	$\alpha = 6,07^{\circ}$	diminution 1,653 m	distance 180,747 m
E = 155 m	$\alpha = 2^{\circ}$	" 0,1525 m	" 154,8475 m

E = 246,5 m	$\alpha = 3,1g$	diminution 0,583 m	distance 245,917 m
E = 208 m	$\alpha = 2,05g$	" 0,216 m	" 207,784 m
E = 137 m	$\alpha = 5g$	" 0,843 m	" 136,157 m
E = 192,1 m	$\alpha = 5,16g$	" 1,259 m	" 190,841 m
E = 61,5 m	$\alpha = 7,15g$	" 0,773 m	" 60,727 m
E = 337,5 m	$\alpha = 16,2g$	" 21,4 m	" 316,1 m
E = 85,6 m	$\alpha = 8,75g$	" 1,607 m	" 83,993 m

Procédé pour de très petits angles.

Les deux échelles tachéométriques ne s'étendent que jusqu'à 20° (pour les graduations de 400g jusqu'à 22 ou 24 g) parce qu'on rencontre très rarement d'angles plus importants. Par contre il peut se présenter un angle inférieur à $1,85^\circ$ de sorte que l'échelle $1 - \cos^2$ devient inutilisable. Pour les angles en dessous de $0,5^\circ$ l'échelle sin-cos deviendrait également inutilisable. Mais on arrive même dans ces cas à un résultat. Pour les petits angles on peut (avec la précision générale de la règle à calcul) admettre $\cos \alpha \approx 1$ et on peut poser $\text{arc } \alpha$ pour $\sin \alpha$. Ces petits angles sont toujours indiqués en minutes; un angle α' a la valeur d'arc $\frac{\pi \cdot \alpha'}{180 \cdot 60} = \frac{\alpha'}{3438}$. La valeur de 3438 est marquée sous la

marque φ' sur les échelles inférieures. $E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ devient donc $\frac{E \cdot \alpha'}{\varphi'}$ ce qui est généralement trouvé avec un seul réglage de la règle.

Exemple: $E = 97,4 \text{ m}$ $\alpha = 1,8^\circ = 108'$.

On divise 97,4 par φ' et multiplie immédiatement par 108; on lit alors sous C 108 sur D la différence niveau: 3,06 m. La diminution est appr. 1 ‰ donc $0,0974 \approx 0,1 \text{ m}$, de sorte que la distance horizontale est de 97,3 m. Par le calcul logarithmique on obtient 3,0579 et 97,304 m.

Exemple: $E = 173,5 \text{ m}$ $\alpha = 23'$.

On pose C φ' en face de D 173,5 et on lit en dessous de C 23' la différence de niveau: 1,161 m. La diminution serait d'env. 1 ‰ pour 2° ; pour 23' elle est donc tellement insignifiante qu'on ne l'aperçoit plus. Par le calcul logarithmique on obtient 1,1608 et 173,492 m.

Procédé pour des graduations de 400g.

Avec la précision générale de la règle à calcul on peut admettre $\cos \alpha \approx 1$ et poser $\sin \alpha$ pour $\text{arc } \alpha$. Un angle αg a comme valeur d'arc $\frac{\pi \cdot \alpha g}{200} = \frac{\alpha g}{63,662}$. La valeur de 63,662 est marquée φ sur les échelles inférieures.

Example: $E = 97,4 \text{ m}$ $\alpha = 1,8^\circ$

Example: $E = 173,5 \text{ m}$ $\alpha = 23^\circ$

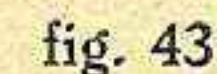
Par le calcul logarithmique on trouve 0,6268 m et 173,498 m.

Dans la tachéométrie de précision on utilise les formules suivantes :

$$E - 2 E \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

Ici il est inutile de se servir des échelles tachéométriques. L'emploi de la marque ϱ' suffit.

On pose $\frac{\alpha}{2} = 1^{\circ} 7' = 67'.$



On place φ' de l'échelle C en face de D 67', puis on lit en dessous de C 1 sin 67' (fig. 43) donc en dessus de B 1 sin²67' et si l'on multiplie encore par 2, en dirigeant le trait du curseur sur B 351,4 on trouve en dessus en A la diminution 13,3 cm. La distance horizontale résultante: 175,567 m.

Pour le même réglage on trouve également la différence de niveau. Puisqu'on peut remplacer pour les petits angles $\sin \alpha$ par $2 \sin \frac{\alpha}{2}$ il suffit de régler sur C 2 E = 351,4. En dessous on lit la différence de niveau: 6,85 m.

Exemple: E = 74,30 m $\alpha = 4^{\circ}48'$.

La marque φ' est posée sur D 144, car $\frac{\alpha}{2} = 2^{\circ}24' = 144'$. La valeur $\sin \frac{\alpha}{2}$ se trouve maintenant en-dessous de C 10 et en dessus on trouve en A $\sin^2 \frac{\alpha}{2}$. Le curseur va sur B 148,6 et indique en dessus la diminution 26 cm. La distance horizontale est donc de 74,04 m.

Pour trouver la différence de niveau il aurait fallu lire sous C 148,6, ce qui exigerait un „recul“ de la réglette. On peut éviter cette complication, en lisant sous C 74,3 et en doublant le résultat.

On peut donc déterminer les deux valeurs dans tous les cas avec une seule position de la réglette.

Exemples pour la graduation de 400g :

E = 175,7 m	$\alpha = 1,34g$	distance 175,661 m	différence de niveau 3,7 m
E = 74,3 m	$\alpha = 2,88g$	distance 74,224 m	différence de niveau 3,36 m

c) Calcul de l'influence totale de la courbure de la terre et de la refraction.

Si l'on veut tenir compte, dans une mesure de niveau trigonométrique, de l'influence totale de la courbure de la terre et de la refraction, il faut déterminer la correction de l'horizon $v_h = \frac{1-k}{2r} \cdot s^2$. Dans cette formule $k = 0,13$ ($1 \pm \frac{1}{4}$), $r = 6371$ km (rayon de la terre), „s“ est la distance respective entre les deux points de mesure. Le facteur de s^2 est 0,0683 et il est indiqué sur le curseur par le petit trait secondaire, en haut et à gauche. L'application est simple. Voir les exemples.

La distance est 16,85 km, Quelle est la valeur de v_h ? On pose le trait principal du curseur sur D 16,85, le trait secondaire donne sur A le résultat pour $v_h = 19,4$ m.

Quelle est la visibilité pour deux signaux, hauts respectivement de 20,5 m et 14,2 m?

On met le petit trait du curseur, en haut à gauche, sur 20,5 et on lit sur D la distance 17,3 km. Ensuite on place le petit trait sur A 14,2 m et on trouve la distance 14,4 km.

Il en résulte que les deux signaux doivent être distants au maximum de 31,7 km.

Les inscriptions de l'échelle A ne sont donc pas utilisables pour les réglages et lectures de h. Pour la position de la virgule on note :

pour une distance de 10 km	$v_h = 6,83$ m,
pour 3,16 ($= \sqrt{10}$) km	$v_h = 0,683$ m,
pour 1 km	$v_h = 0,0683$ m,

Quelles réparations sont possibles pour une règle à calcul ?

On peut remplacer le curseur. Lors de la commande d'un nouveau curseur il faut toujours indiquer le numéro d'ordre, qui se trouve imprimé sur la partie médiane de la règle, en dessous de la réglette. On peut obtenir des curseurs dans tous les magasins qui vendent des règles à calcul (magasins d'optique, et d'accessoires pour dessinateurs et bureaux, etc.). On peut renouveler également le tableau des constantes qui se trouve sur le dos de la règle. Il est utile d'effectuer ce travail dans l'usine, où sera en même temps appliquée la couche protectrice, si utile, en vernis.

Ne sont pas livrables :

les réglottes isolées, parceque les graduations des réglottes et des corps de règle sont imprimées en même temps ;
une bande de celluloid avec échelle logarithmique.

Comment faut-il traiter une règle à calcul **CASTELL** ?

Il faut la placer à un endroit sec et frais et le protéger des influences des changements brusque et d'humidité ; il ne faut pas non plus l'exposer à la lumière du soleil. De temps en temps on peut nettoyer les échelles. A cet effet on utilise un chiffon, légèrement imbibé de pétrole ou d'essence. **En aucun cas utiliser de l'alcool**, car celui dissout le celluloid et enlève la couleur de la graduation.

De temps en temps on applique de la vaseline pure sur les bords glissants de la réglette, pour que celle-ci glisse toujours régulièrement.

Les cigarettes se posent sur le cendrier et non sur la règle à calcul. Il n'est pas possible de remplacer des parties brûlées.