

INSTRUCCIONES ABREVIADAS
PARA EL USO DE LA
REGLA DE CALCULO
“ARISTO”

No. 10065

SYSTEM GRUTER



140143

COPYRIGHT 1952 BY MAX ALFARO SOUTHWELL

LIMA - PERU

INSTRUCCIONES ABREVIADAS
PARA EL USO DE LA
REGLA DE CALCULO
“ARISTO”

No. 10065

SYSTEM GRUTER

COPYRIGHT 1952 BY MAX ALFARO SOUTHWELL

LIMA - PERU

INSTRUCCIONES ABREVIADAS
PARA EL USO DE LA
REGLA DE CALCULO "ARISTO"
No. 10065
SYSTEM GRUTER

Esta novedosa regla de cálculo, difiere de las reglas de cálculo corrientes, por el hecho de tener regletas de distintas especialidades intercambiables y construídas de tal forma, que estando colocada en la regla de cálculo cualquiera de las regletas especiales, se pueden hacer siempre operaciones corrientes, además de la especialidad correspondiente.

La regleta original de esta regla de cálculo es la regleta de precisión con la cual se obtiene una aproximación **10 veces mayor** en las multiplicaciones, divisiones y logaritmos, comparado con reglas de cálculo corrientes del mismo tamaño o sea 25 cms. de largo.

Como no es el propósito del autor, que el presente folleto sea un manual completo sobre las reglas de cálculo, no se expondrá en él los fundamentos teóricos en que se basen la construcción de las distintas escalas de esta regla, así como también el manejo de la regla de cálculo corriente, limitándome sólo a explicar el uso de las distintas regletas a base de ejemplos prácticos.

Ing°. Antonio Grüter.

Copyright 1952 by Max Alfaro Southwell

Lima - Perú

1.—Aplicación de la Regleta de Precisión.— (Fig. N° 1).

Esta regleta ofrece la ventaja, de dar una aproximación **diez veces mayor** en los resultados de operaciones de multiplicación, división, multiplicaciones y divisiones combinadas, así como en operaciones en las que es preciso hallar los logaritmos de los números; esta mayor aproximación que se puede obtener en los cálculos mencionados, se debe a que las diez escalas que se han grabado en la regleta, denominadas desde el 0 hasta el número 9, corresponden en realidad, colocadas una a continuación de otras en el orden citado, a una escala de 2.5 mts. de longitud, habiéndose adoptado la disposición fraccionada, para hacer posible su empleo en la regla de 25 centímetros de módulo.

a). MULTIPLICACION.

Antes de iniciar la ejecución de operaciones con esta regla de cálculo, conviene familiarizarse con la disposición de las escalas a fin de evitar en lo posible equivocaciones al situar los factores respectivos.

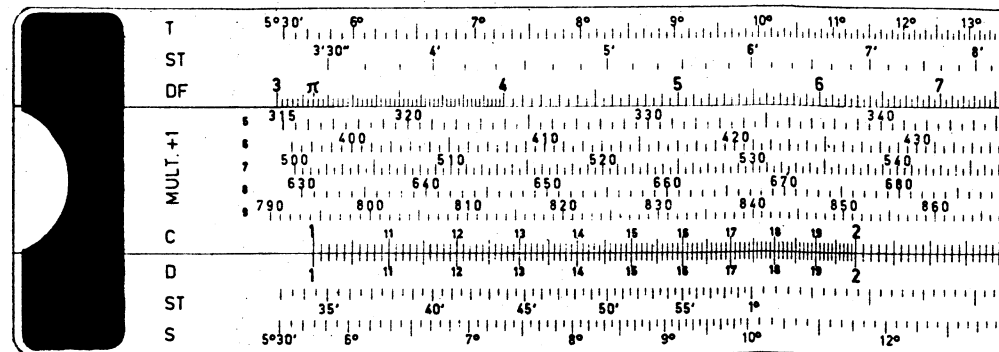
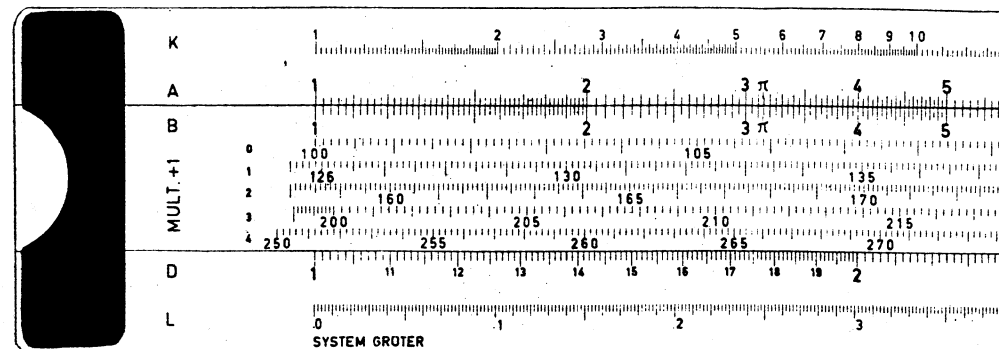
Como primer paso, colóquese la regleta, de manera que los índices extremos de las escalas A y B coincidan, debiendo coincidir automáticamente todas las graduaciones intermedias así como las de las escalas C y D. A esta posición, usando cualquiera de las regletas, llamaremos en adelante POSICION INICIAL.

Por ejemplo, colóquese el cursor señalando el número 10042 (dicho número se encuentra en el anverso de la regla sobre la escala 0), como comprobación el índice del cursor debe coincidir con el valor 0.018 de la escala L.

Ubique mediante el cursor el número 1420, sobre la escala 1 y se tendrá sobre la escala K el valor 37.

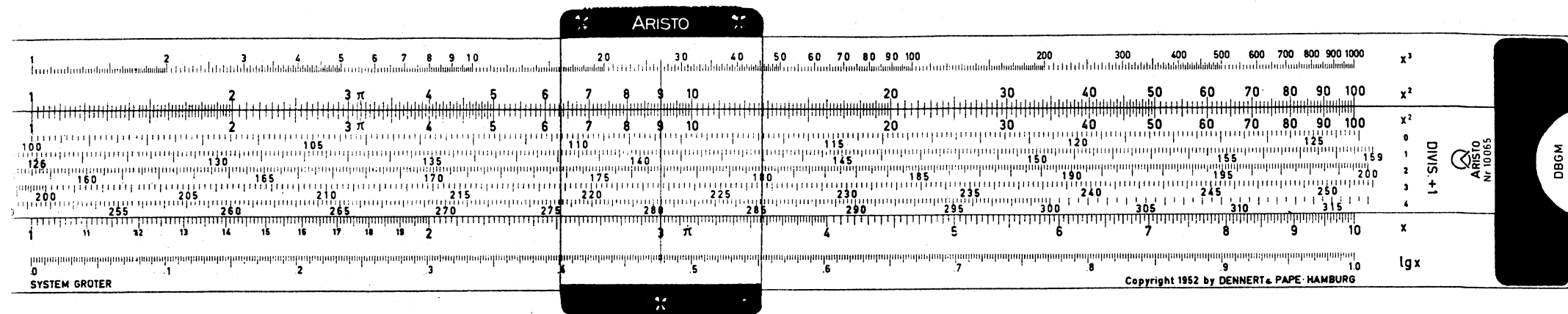
Ejemplo No. 1. Efectuar la siguiente multiplicación:

$$17.385 \times 81.69 = ?$$

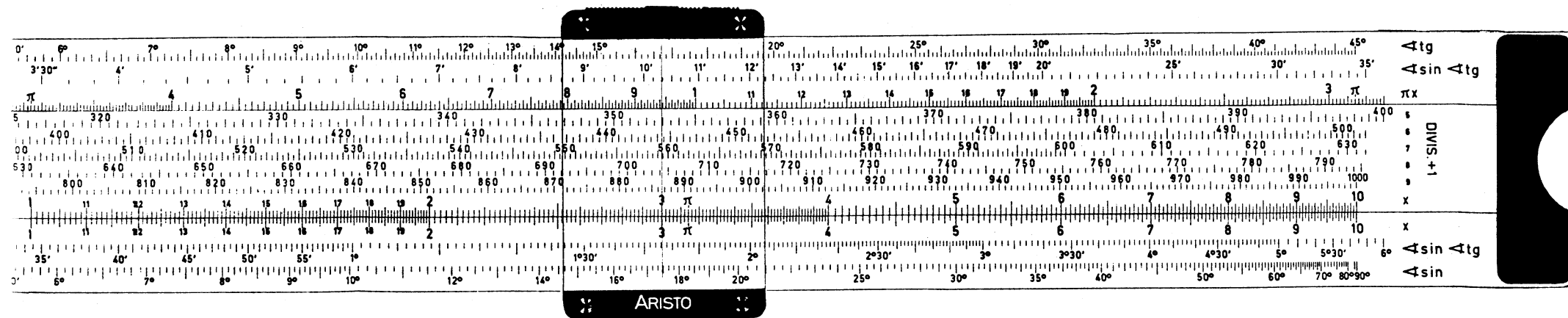


REGLETA DE PRECISION

(Posición Inicial)



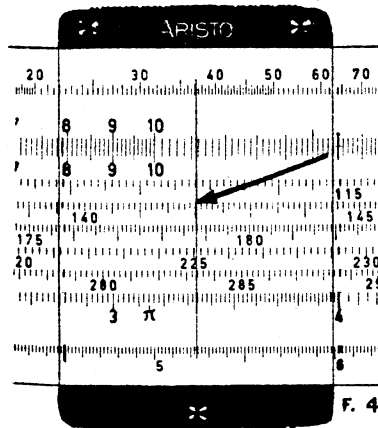
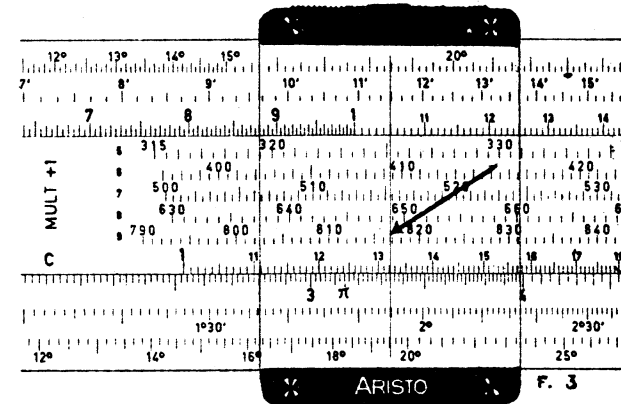
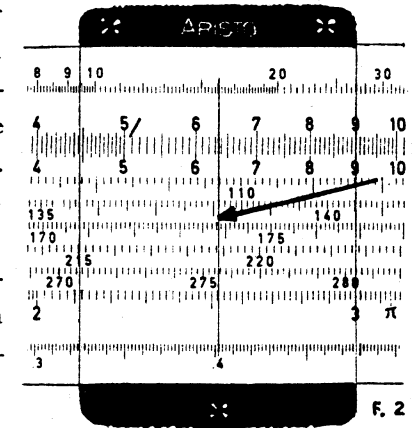
Anverso



Reverso.

Fig. No. 1

Modo de operar.—En primer término coloque la regleta en su POSICION INICIAL, luego se coloca el cursor en 17385, valor que se halla en la escala 2. Según (Fig. N°. 2). En seguida y teniendo cuidado de que el cursor no se mueva de esta última posición, coloque el índice izquierdo de la escala B en coincidencia con el índice del cur-



sor; como el otro factor (81,69) se halla en la escala 9 del reverso de la regleta, se le dará vuelta a la regla y se llevará el cursor sobre el valor 81,69 (Fig. N°. 3). Para leer el resultado de esta multiplicación se colocará la regleta en su POSICION INICIAL sin desplazar el cursor y en la escala 1 se lee el resultado buscado 1420.20.

Ahora bien, para saber en qué escala se debe leer el valor del producto, se observará la regla siguiente:

“Se suman los valores de los números que sirven para designar las escalas en las que ubican los factores respectivos (en nuestro Ejemplo N°. 1 ubican los factores en las escalas 2 y 9 respectivamente así que $2 + 9 = 11$), si el total resulta mayor que 10, se le restará 10. (En nuestro ejemplo tenemos $11 - 10 = 1$.) Este valor indicará la escala en la que se debe leer el resultado. Por cada vez que se hace la multiplicación desplazando la regleta a la izquierda se agregará una unidad a esta suma, tal como se indica en la regleta, lado izquierdo, Mult. + 1”. Como en este Ejemplo N°. 1 la multiplicación se efectuó con un movimiento a la derecha no se agrega nada y la lectura se efectúa en la escala 1 ó sea 1420.20 (Fig. 4.)

Para determinar el número de cifras enteras del resultado se recomienda hacer una multiplicación mental de factores aproximados y enteros. Por ejemplo en nuestro caso se haría como sigue: $20 \times 80 = 1600.0$ ó sea que habrá 4 cifras enteras, luego el resultado buscado es 1420.20.

Ejemplo No. 2. Efectuar la multiplicación $19.678 \times 8.666 \times 0.023145 = ?$

Modo de operar.—De manera análoga como se ha procedido en el caso del ejemplo N°. 1. se ubicarán los factores mediante el índice del cursor necesitándose ahora hacer tres desplazamientos y quedando igualmente fijo el cursor en la última posición (o sea al ubicar el último factor) en tanto que se lleva la regleta a su POSICION INICIAL para leer el resultado.

Para determinar en qué escala se debe leer el resultado de la operación, se seguirá la regla anterior, teniéndose en este caso, que el primer factor (19.678) se halla en la escala o línea N°. 2, el segundo factor (8.666) en la escala N°. 9, tomando nota que para ubicar este último factor ha sido necesario desplazar la regleta a la izquierda y por lo tanto se agregará una unidad a la suma de los números que designan las escalas, como lo está indicando la inscripción en la regleta MULT. + 1. en el extremo izquierdo. Ubicado el último factor (0.023145) en la escala N°. 3 mediante el cursor tenemos;

$$\begin{array}{rccccccc} 19.678 & \times & 8.666 & \times & 0.023145 \\ \text{Escala N°. 2.} & & \text{Escala N°. 9.} & & \text{Escala N°. 3} \\ 2 & + & 9 + (1) & + & 3 & = 15 - 10 = 5 \end{array}$$

ó sea que el resultado debe leerse en la escala N°. 5, hallando así el valor 3947. Para determinar la posición del punto decimal hacemos la siguiente operación mental aproximada; $20 \times 8 \times 0.02 = 3.2$ de manera que el resultado buscado será de una cifra entera o sea = 3.947.

b). DIVISION.-

Ejemplo No. 3.—Efectuar la división siguiente:

$$271.65 : 75.15$$

Modo de operar.—Estando la regleta en su POSICION INICIAL, se desplaza el cursor hasta que su índice señale la división correspondiente al dividendo (271.65) que se hallará sobre la escala N°. 4; luego sin mover el cursor se desplaza la regleta hasta que el valor del divisor (75.15) quede en coincidencia con el índice del cursor; en nuestro ejemplo dicho valor ubica en la escala N°. 8 del reverso de la regleta. En seguida se desplaza el cursor hasta que su índice coincida con el de la regleta (10 de la escala C), colocando a continuación la regleta en su POSICION INICIAL para hacer la lectura del cociente, mediante el índice del cursor.

Para determinar la escala en la que debe leerse el valor del cociente, se seguirá la presente regla;

Se resta del número que designa la escala en la que ubica el dividendo, el número que corresponde a la escala en que se encuentra el divisor; en el caso que resulte el primer número menor que el segundo se le agregará 10 unidades al primer número a fin de hacer posible la resta. También se debe tener en cuenta que si la última colocación del cursor se hace usando el índice derecho de la regleta se debe sumar una unidad al número que designa la escala en la que se halla el divisor; por este motivo lleva la Regleta la inscripción Divis + 1 en su extremo derecho.

Aplicando esta regla al ejemplo N°. 3 tenemos lo que sigue:

$$\begin{array}{rcl} 271.65 & : & 75.15 \\ \text{Escala N°. 4} & & \text{Escala N°. 8} \\ 4 + (10) & - & 8 + (1) = 14 - 9 = 5 \end{array}$$

Por lo tanto el resultado o cociente buscado debe leerse en la escala N°. 5, mediante el índice del cursor, el que no se desplazó de la última posición al colocar la regleta en su POSICION INICIAL, y así hallamos el valor 36148.

Para determinar el número de cifras enteras del cociente, se recomienda, al igual que en la multiplicación, hacer una operación mental con valores enteros aproximados; en este ejemplo como sigue:

$300 : 100 = 3$, ó sea una cifra entera, de modo que el valor del cociente de la operación propuesta en el Ejemplo N°. 3 será **3.6148**.

Ejemplo No. 4.

$$\frac{285.46 \times 0.8976 \times 5.417}{125.67 \times 8.999} = ?$$

Modo de operar.—Cuando se trata como en este caso de operaciones de multiplicación y división combinadas, se recomienda hacer en primer término un cálculo con valores aproximados de los factores mediante las escalas A y B o C y D, permitiendo esta operación conocer el valor aproximado del resultado y así se sabrá en qué línea o escala se hará la lectura del resultado buscado. Este ejemplo se podrá escribir en primer término como sigue:

$$\frac{285 \times 0.9 \times 5.4}{125 \times 9} \approx 1.23$$

De este modo sabemos que el resultado final se hallará en la escala 0 de la regleta y el número de cifras será una cifra entera.

Para resolver el problema propuesto con la regleta de precisión, se colocará ésta en su POSICION INICIAL, se llevará el cursor hasta que su índice quede sobre el primer factor (28546); enseguida se hará la división por el número 12567, para lo cual se desplazará la regleta hacia la izquierda hasta que este número quede debajo del cursor, siguiendo la operación se multiplicará con el segundo factor del dividendo 8976, en la forma conocida y a continuación se divide por el segundo divisor (8999); por último se multiplicará por el tercer factor del dividendo 5417. Como este valor en la regleta queda afuera de la regla, es necesario colocar el cursor en el índice derecho de la regleta y luego para multiplicar se coloca el índice izquierdo de la regleta debajo del cursor y enseguida se multiplica con el valor 5417. Para leer el resultado se colocará la regleta en su POSICION INICIAL y en la escala (0) debajo del índice del cursor se encontrará el resultado final o sea **1.2273**.

Como se ve en el ejemplo N°. 4. empleando la regleta de precisión se opera al igual como si fuera una regla de cálculo corriente, multiplicando y dividiendo alternativamente sin preocuparse de los resultados intermedios. La única diferencia respecto a la regla de cálculo corriente consiste en el hecho de colocar la regleta en su POSICION INICIAL, al iniciar una operación y para hacer la lectura final.

Ejemplo No. 5.

$$\frac{\pi \times 7.8 \times 37.665 \times 1.7854}{0.7985 \times 12.667 \times 9.247} = ?$$

Modo de operar. Se escribe en primer término esta operación con cifras bastante aproximadas para resolver primeramente este problema con la regla de cálculo corriente o sea con las escalas C y D en la forma como sigue:

$$\frac{\pi \times 7.8 \times 37.7 \times 1.8}{0.8 \times 12.7 \times 9.2} = 17.8$$

Con este dato ya sabemos que el resultado final tendrá que encontrarse en la escala 2 de la regleta cerca al valor 17.8. Para obtener buena

aproximación en sus cálculos debe Ud. colocarse siempre con la regla de cálculo de tal manera que se vea en forma muy nítida el índice del cursor.

Practicando con esta regleta de precisión puede Ud. resolver en distintas formas este problema, hasta llegar a familiarizarse con su uso y la mejor forma de realizar esta clase de operaciones evitando movimientos inútiles de la regleta. Colocando en primer término el cursor en $\pi = 3.1416$ llegará Ud. siempre al resultado final de **17.618**.

c). LOGARITMOS.-

Con esta regleta de precisión se puede efectuar operaciones en las que es preciso hallar los logaritmos de los números sin tener que mover la regleta de su POSICION INICIAL, obteniéndose cuatro cifras decimales exactas y una cifra más por aproximación.

Ejemplo No. 6.—Hallar el logaritmo del número 9.765

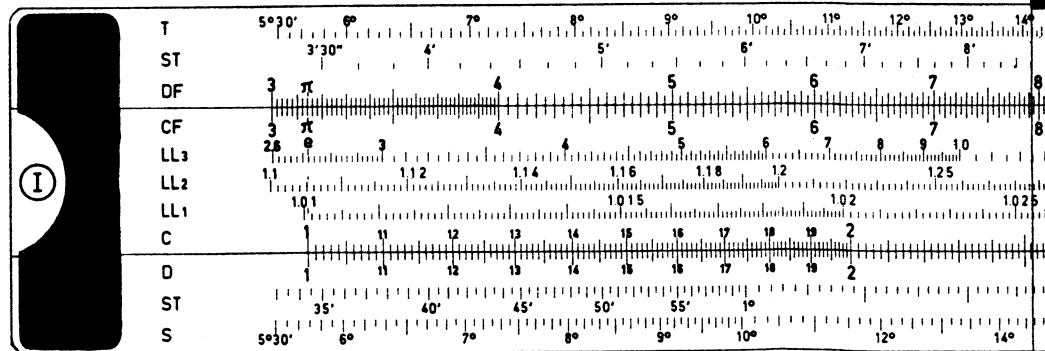
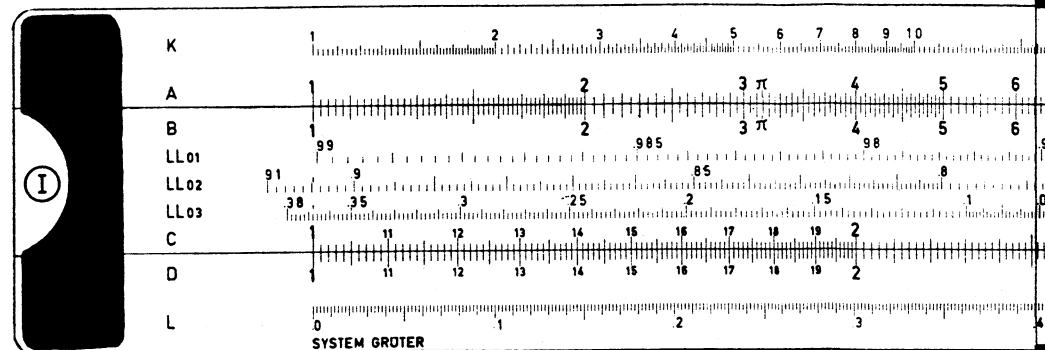
Modo de operar.—Estando la regleta de precisión en su POSICION INICIAL, se desplaza el cursor hasta que su índice coincida con el valor 9765, el que ubica en la escala 9 del reverso de la regleta. La característica del logaritmo buscado es 0; la primera cifra de la mantisa es 9, por el hecho que el número 9765 ubica en la línea 9 de la regleta, las cifras restantes de la mantisa se leen en la escala L (lg.x) de la regla de cálculo mediante el índice del cursor. En la escala L se puede apreciar el valor 8965, por lo tanto el logaritmo buscado es **0.98965**.

característica de 9.765	—	línea o escala donde	—	valor que se lee
0	—	se encuentra 9765	—	en la línea L
		9		8965

log. buscado = **0.98965**

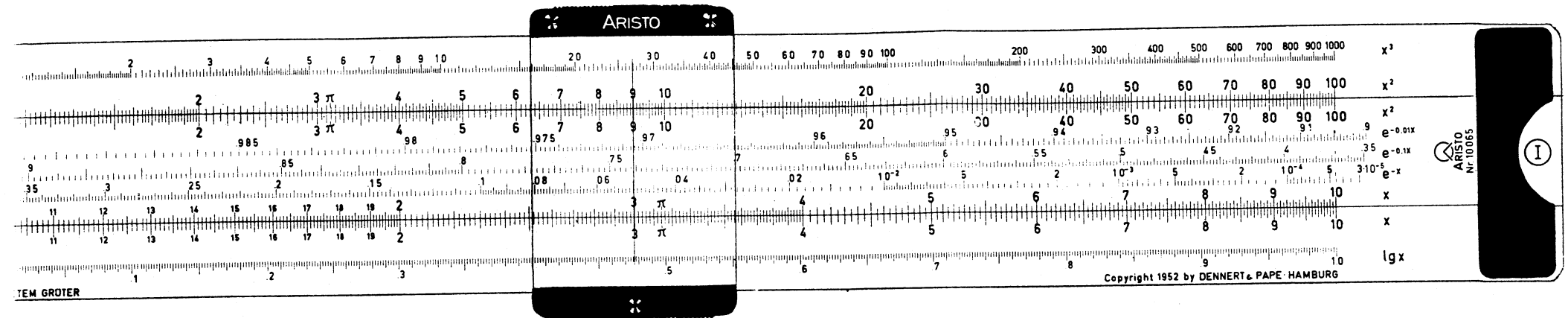
Ejemplo No. 7.—Hallar el antilogaritmo correspondiente al log. 0,6325

Modo de operar.—Debe estar en su POSICION INICIAL la regleta; enseguida colócase el índice del cursor en 325 sobre la escala L

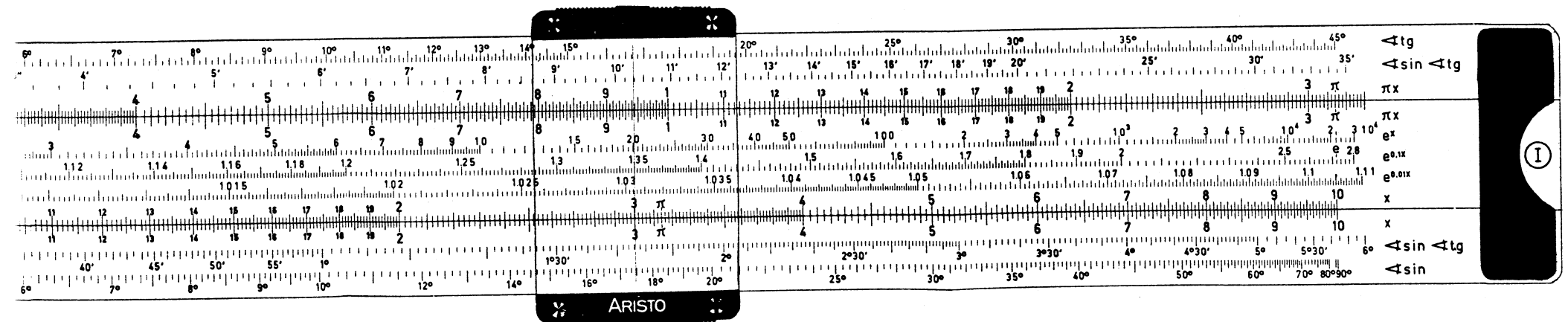


REGLETA DE CALCULO LOG. LOG. No. I.

(Posición Inicial).



Anverso.



Reverso.

Fig. No. 5.

de la regla de cálculo, luego se lee el resultado buscado en la escala 6; por el hecho que el primer número de la manisa es 6, en esta línea o escala N°. 6 se puede leer el valor de 4291. Luego como la característica del logaritmo dado es cero, el antilogaritmo tendrá una cifra entera y por lo tanto el número buscado es **4.291**.

Ejemplo No. 8.—Hallar el producto del Ejemplo N°. 1. usando logaritmos.

Modo de operar.—Ejemplo N°. 1: $17.385 \times 81.69 = ?$

17.385	17385	
Característica	— ubica en la —	Cursor en 17385
	escala o línea	lectura en L
1	— 2 —	402
		log. 17.385 = 1.24020
81.69	8169	
Característica	— ubica en la —	Cursor en 81.69
	escala o línea	lectura en L (log x)
1	9	1215
		log 81.69 = 1.91215
Sumando obtenemos el logaritmo del producto		log. = 3.15235

Colocando el cursor en 5235 de la escala L se lee en la escala

1 de la regleta el valor buscado **1420.2**

Ejemplo No. 9.—Encontrar el antilogaritmo de 9.97650 — 10.

Modo de operar.—Se coloca el cursor en 765 de la escala L (lgx) y en la escala 9 de la regleta se lee 9473; por consiguiente el antilogaritmo es **0.9473**.

2.—Aplicación de la Regleta Log. Log. No. I.—(Fig. N° 5).

Colocada la regleta Log. Log. en la regla de cálculo "ARISTO" System Grüter se tiene una Regla de Cálculo Log. Log. muy completa. La única diferencia que existe comparada con las demás Reglas Log. Log. consiste en que las divisiones logarítmicas se hallan en la regleta lo que exige su POSICION INICIAL para hacer las lecturas logarítmicas corrientes, en cambio para resolver ecuaciones logarítmicas esta forma es ventajosa.

El principal uso de esta regleta Log. Log. es hallar con rapidez las potencias fraccionarias de los números dentro de cierto límite práctico, y todas las demás operaciones que se pueden hacer corrientemente con otra Regla de cálculo de la misma precisión.

En el reverso de la regleta aparecen en color negro las escalas conocidas LL_1 , LL_2 , y LL_3 , las que se usarán para hallar las potencias de los números mayores que la unidad desde 1.01 hasta aquel cuya potencia no sea mayor que 3×10^4 .

En el anverso de la regleta se hallan grabadas las escalas LL_{o1} , LL_{o2} y LL_{o3} en color rojo, las que sirven para encontrar las respectivas potencias de los números menores que la unidad desde 3×10^{-5} hasta el número 0.99. Estos valores representan Log. a Ln a. Estas escalas han sido dibujadas por primera vez por Roget el año de 1815. Mediante estas escalas Log. Log. es posible hallar directamente los logaritmos naturales o neperianos de los números entre los límites mencionados.

a).—Aplicación de las escalas LL_1 , LL_2 , y LL_3 .

Cuando se trata de elevar a potencias números mayores que la unidad se seguirá la regla siguiente:

Para elevar un número "a" a una potencia de grado "n", se señala sobre la escala D mediante uno de los índices de la escala C de la regleta el valor correspondiente de "n"; luego se llevará el cursor hasta que su índice coincida con el valor "a" en una de las escalas LL; sin mover el cursor de esta posición, se colocará la regleta en su POSICION INICIAL y debajo del índice del cursor se leerá en la correspondiente escala LL el resultado.

La relación que existe entre las tres escalas también ayudará para la determinación del resultado por el hecho que cualquier número de la escala LL_3 representa la potencia de grado 10 del número que queda exactamente debajo sobre la escala LL_2 y del mismo modo los números de la escala LL_2 corresponden a las potencias de grado 10 de los números que aparecen directamente debajo de ellos sobre la escala LL_1 .

Ejemplo No. 1.—Resolver la ecuación $3.5^4 = x$,

Modo de operar.—Colóquese el índice izquierdo de la regleta C sobre el valor 4 de la escala D, en seguida se desplaza el cursor hasta que su índice señale el valor de 3.5 de la escala LL_3 de la regleta. Llevando luego la regleta a su POSICION INICIAL se lee debajo del cursor sobre la misma escala LL_3 el resultado buscado o sea 150.

Ejemplo No. 2.— $1.756^{7.5} = x$

Colóquese el índice derecho de la regleta en 7.5 de la escala D, llévase el cursor sobre 1.756 de la línea LL_2 ; colocando la regleta en su POSICION INICIAL se lee el valor de $x = 68.2$ en la línea LL_3 .

Ejemplo No. 3. $42^{(72/84)} = X$

Se hace en primer término la división del exponente mediante las escalas C y D, luego se multiplica con 42 de la escala LL_3 , llevando la regleta a su POSICION INICIAL se lee el resultado en la misma línea LL_3 ; $X = 24.6$.

Ejemplo No. 4.

$$\sqrt[6]{(69)^2} = X$$

También se puede escribir así la ecuación propuesta: $69^{(2/6)} = X$. Procediendo en la forma ya conocida se lee sobre la escala LL_3 el valor $X = 4.1$.

Ejemplo No. 5. $6.05^{0.08} = X$;

Sobre escala LL_2 se lee $X = 1.1549$.

Ejemplo No. 6. $e^{5.5} = X$;

En muchos cálculos interviene el factor e^x permitiéndonos esta regleta encontrar rápidamente el valor respectivo, sin tener que desplazar la regleta de su POSICION INICIAL. Por la disposición adoptada para las escalas LL_1 , LL_2 y LL_3 éstas representan respectivamente los valores de $e^{0.01x}$, $e^{0.10x}$ y e^x , por lo que será muy fácil deducir en qué escala se debe leer el resultado para una potencia dada de e .

Para resolver nuestro Ejemplo N°. 6 se coloca el cursor sobre 55 de la escala D y en la escala LL_3 se obtiene $X = 244$.

Ejemplo No. 7. $13.2^x = 8.25$ que se puede escribir:
 $x \log 13.2 = \log 8.25$.

$$x = \frac{\log 8.25}{\log 13.2}$$

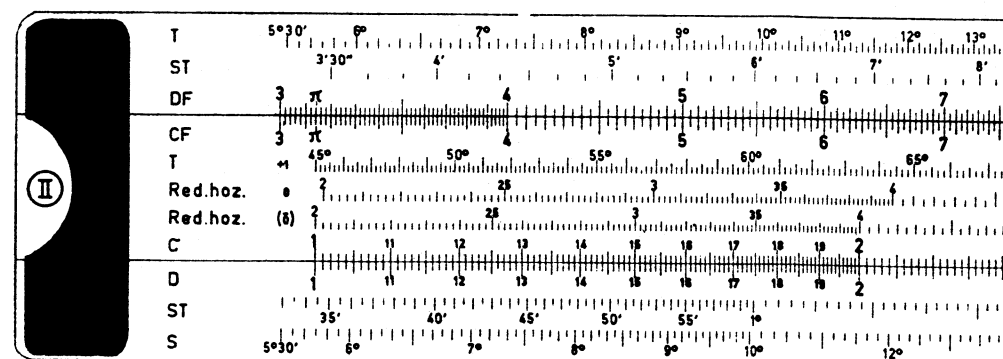
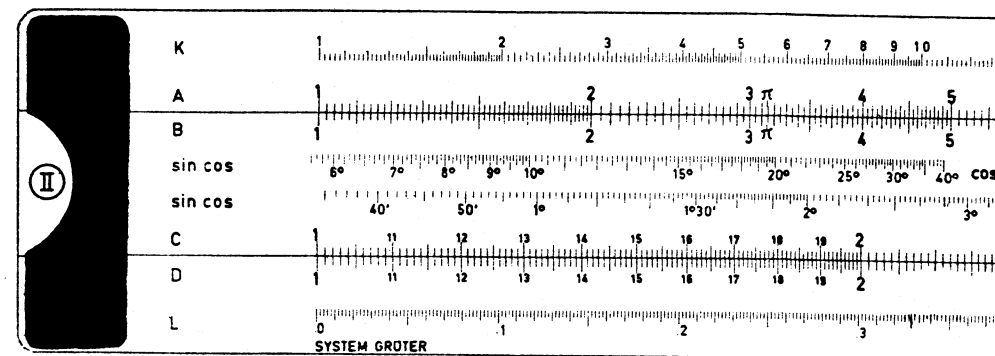
Para hallar x se divide 8,25 de la línea LL_3 con 13,2 de la misma línea y el valor $x = 0.818$ se lee debajo del índice de la regleta en la escala D.

Ejemplo No. 8. $x^{4.88} = 10$; lo que se escribe $4.88 \log x = \log 10$;

$$\text{ó } \log x = \frac{\log 10}{4.88}$$

Modo de operar.—Se coloca el cursor de manera que su índice señale el valor 10 de la escala LL_3 , estando desde luego la regleta en su POSICION INICIAL, luego se desplaza la regleta hasta que el valor 4.88 de la escala C quede debajo del índice del cursor moviéndose en seguida el cursor hasta que su índice coincida con el índice derecho de la escala C, ahora se llevará la regleta a su POSICION INICIAL para leer el resultado sobre la escala LL_2 obteniéndose de este modo el resultado $x = 1.603$.

Ejemplo No. 9.—Hallar el $\log_e$ de los valores siguientes; 3.53, 35.3 y 353.



Modo de operar.—Tratándose de números mayores que la unidad se usarán las escalas del reverso de la regla o sean LL_1 , LL_2 y LL_3 . Estando la regleta en su POSICION INICIAL se desplazará el cursor hasta ubicar con su índice el número cuyo logaritmo natural se desea en cualquiera de dichas escalas leyendo directamente sobre la escala D el valor del logaritmo.

Los valores buscados en el ejemplo N°. 9 son los siguientes;

$$\text{Log}_e \text{ de } 3.53 = 1.261; \text{ Log}_e \text{ de } 35.3 = 3.565; \text{ Log}_e \text{ de } 353 = 5.875.$$

b. Aplicaciones de las escalas $LL\ 01$, $LL\ 02$, $LL\ 03$.

Como ya se explicó en un párrafo anterior estas escalas que aparecen grabadas en color rojo en el anverso de la regleta sirven para hallar las potencias de los números menores que la unidad y directamente las potencias de “e”, apareciendo por este motivo grabados en los extremos derechos de estas escalas los valores:

$$e^{-x}, e^{-0.1x}, \text{ y } e^{-0.01x}.$$

Ejemplo No. 10. $0.75^{5.8} = X$

Modo de operar.—Análogamente como se explicará para el caso de las escalas LL_1 , LL_2 y LL_3 se procede a aplicar la regla conocida, teniendo cuidado, porque en estas escalas, las que también están en relación con las escalas C y D, aumentan de derecha a izquierda.

Para resolver el problema N°. 10 se coloca el índice derecho de la regleta en 5.8 de la escala D, luego se coloca el cursor sobre 0.75 de la línea $LL\ 02$. Colocando la regleta en su POSICION INICIAL se puede leer el resultado **X** = **0.1885** en la escala $LL\ 03$.

Ejemplo No. 10 (a.

$$0.75^{0.58} = X; \text{ en la escala } LL02 \text{ se lee } X = 0.8463$$

Ejemplo No. 10 (b.

$$0.75^{0.058} = X; \text{ en la escala } LL01 \text{ se lee } X = 0.98345.$$

Para hallar el resultado de estas operaciones deberá tenerse presente que cuando un número positivo menor que la unidad se eleva a una potencia mayor que la unidad el resultado será menor que el número propuesto y cuando el grado de esa potencia es menor que la unidad el resultado será mayor.

Ejemplo No. 11. $e^{-4.8} = X.$

Este resultado puede hallarse sin mover la regleta de su POSICION INICIAL con sólo desplazar el cursor sobre el valor 4,8 de la escala D de la regla; el resultado se puede leer directamente en la escala e^{-x} de la regleta o sea **X = 0.0082**

Ejemplo No. 11 (a) $e^{-0.48} = X$

En la escala $e^{-0.1x}$ de la regleta se leerá **X = 0.6185.**

Ejemplo No. 11 (b). $e^{-0.048} = X$; **X = 0.95315** (escala $e^{-0.01x}$)

Ejemplo No. 12. $0.612^{(32.5/7.45)} = X$

Modo de operar. — Con las escalas C y D se hace la división $32.5 : 7.45 = 4.36$ (exponente mayor que la unidad), este exponente se multiplica con el valor 0.612 el que ubica en la línea LL02. Colocando la regleta en su POSICION INICIAL se lee en la línea LL03 el valor buscado **X = 0.1175.**

3.—Aplicaciones de la regleta Taquimétrica No. II.—(Fig. N°. 6)

La regleta que se describe en este párrafo y cuyas aplicaciones se ilustran mediante ejemplos, será de suma utilidad para todo aquel que deba realizar trabajos topográficos, ya que le ahorrará tiempo al efectuar los cálculos evitando casi totalmente el empleo de tablas especiales dada la precisión que se obtiene, con un poco de práctica en el manejo, convirtiéndose, por las razones expuestas en un auxiliar indispensable de ingenieros y topógrafos.

Como será fácil observar, además de las escalas especiales se han considerado también las escalas más usuales.

En el anverso de la regleta N°. II aparecen las escalas especiales $\cos^2$ y $\sin x \cos x$ que se emplean respectivamente para determinar la distancia horizontal y la diferencia de nivel. La escala E-R, que se halla en este mismo lado de la regleta, sirve para encontrar la corrección por refracción y curvatura terrestre que debe aplicarse a la nivelación trigonométrica.

En el reverso de la regleta, están impresas las escalas CF y C para operaciones corrientes, la escala T para determinar el valor natural de las tangentes de los ángulos comprendidos entre 45° y $84^\circ 20'$, además las escalas especiales denominadas Reducción a la horizontal (Red. Hoz.), que por primera vez se emplean en una regla de cálculo y que como se verá con todo detalle, más adelante, facilitan la reducción a la horizontal de distancias inclinadas cuando se conoce el desnivel entre los dos puntos cuya distancia sobre un plano horizontal se desea.

Con el fin de familiarizarse en el empleo de esta regleta, se recomienda ejecutar los ejemplos que a continuación se exponen.

Ejemplo No. 1.—Realizar el siguiente cálculo:

$$\frac{14.5 \times \cos 37^\circ \times \operatorname{cosec} 21^\circ \times \cotg. 29^\circ}{21 \times \operatorname{tg} 51^\circ \times \sqrt{0.024}} = x$$

En primer término se escribirá esta ecuación del modo siguiente:

$$\frac{14.5 \times \text{sen } 53^\circ}{\text{sen } 21^\circ \times \text{tg } 29^\circ \times 21 \times \text{tg } 51^\circ \times \sqrt{0.024}}$$

Considerando las relaciones trigonométricas fundamentales:

$$\cos 37^\circ = \text{sen } 53^\circ$$

$$\text{cosec } 21^\circ = 1 / \text{sen } 21^\circ$$

$$\cotg 29^\circ = 1 / \text{tg } 29^\circ$$

Por encontrarse las escalas trigonométricas en la parte fija de la regla, se recomienda hallar primero los correspondientes valores naturales y reemplazarlos en la ecuación propuesta, obteniéndose de este modo la expresión siguiente:

$$\frac{14.5 \times 0.798}{0.358 \times 0.554 \times 21 \times 1.235 \times 0.155} = X$$

Reduciéndose así el cálculo a multiplicaciones y divisiones sencillas que se efectuarán en la forma conocida con las escalas C y D, encontrándose por resultado $X = 14.50$

Ejemplo No. 2.—Resolver la siguiente ecuación trigonométrica:

$$\frac{\text{tg. } 22^\circ 30'}{27.5} = \frac{\text{sen. A}}{34}$$

$$\text{sen A} = \frac{\text{tg. } 22^\circ 30' \times 34}{27.5}$$

En este caso se recomienda proceder así: colóquese el cursor sobre el valor $22^\circ 30'$ de la escala T; el valor natural de la tangente quedará señalado directamente en la escala D; dividiéndose luego este valor por 27.5 y multiplicando el resultado por 34 se obtendrá sobre la misma escala D el valor natural de sen A y mediante el índice del cursor se leerá sobre la escala S el valor correspondiente del ángulo $A = 30^\circ 48'$

Ejemplo No. 3.—Resolver la ecuación siguiente:

$$x = (287 \times \cotg. 76^\circ 30')^2$$

La ecuación propuesta se escribirá en la siguiente forma:

$$x = \left(\frac{287}{\text{tg. } 76^\circ 30'} \right)^2$$

Se colocará el cursor sobre 287 de la escala D, dividiéndose esta cantidad por el valor natural de tg. $76^\circ 30'$, para lo cual se lleva la división correspondiente al ángulo $76^\circ 30'$ de la escala T debajo del índice del cursor, volteando la regla se leerá sobre la escala A el valor 475.

Para determinar el número de cifras enteras del resultado, se tendrá en cuenta que el valor natural correspondiente a tg. $76^\circ 30'$ tiene una cifra entera (indicado en la regleta con + 1 en los dos extremos de la escala T) y por leerse el resultado final, en la mitad derecha de la escala A el resultado tendrá el doble número de cifras enteras, que el valor indicado sobre D por el índice de la regleta, teniendo entonces como resultado final $x = 4750.00$

Ejemplo No. 4.—Dado el triángulo de la figura N.º 7, en el que se conocen los lados a y c, hallar los valores correspondientes del lado b y del ángulo A.

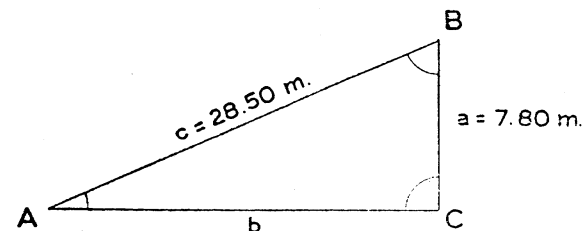


Fig. N.º 7

Con la regla de cálculo corriente se resolverá este problema empleando la relación fundamental:

$$\frac{\text{sen A}}{a} = \frac{\text{sen B}}{b} = \frac{\text{sen C}}{c}$$

Como $C = 90^\circ$ $\text{sen } C = 1$ y

$$\text{sen } A = \frac{7.8}{28.5} = 0.2735 \quad A = 15^\circ 53'$$

$$b = c \cdot \cos. A = 28.5 \times \text{sen } 74^\circ 07' = 27.40 \text{ m.}$$

En problemas como el que se acaba de ver, se podrá apreciar la enorme ventaja que proporcionan las escalas Red. hoz. de la regleta II tanto por la precisión que es dable alcanzar, como por la rapidez con que se puede realizar el cálculo.

Otra forma de resolver el problema que antecede (Ejemplo N°. 4), sería la siguiente: conocida la distancia inclinada entre los puntos A y B y la diferencia de nivel entre ellos encontrar la distancia entre los dos puntos, proyectada sobre un plano horizontal tal como AC.

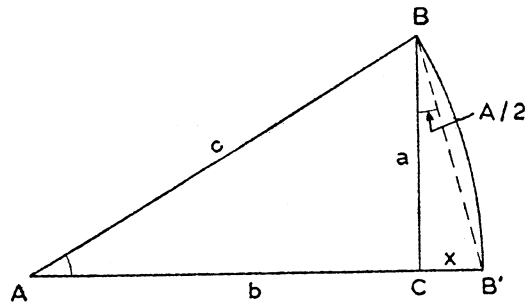


Fig. N° 8

Si se rebate el lado c del triángulo rectángulo de la Figura N°. 8, sobre el lado horizontal b girando en torno del vértice A, se tendrá una diferencia de longitudes que llamaré x , así que dado el valor del lado c , basta encontrar el valor de x para restarlo de c y hallar de este modo el valor de b .

Basándome en relaciones trigonométricas fundamentales he diseñado las escalas denominadas de Reducción a la Horizontal.

Para los triángulos ABC y BCB' de la figura N°. 8 se tiene:

$$\text{sen } A = \frac{a}{c}; \quad x = a \cdot \text{tg } (A/2)$$

En las escalas Red. hoz. diferenciadas por las inscripciones 0 y ($\bar{0}$) que aparecen en sus extremos respectivos, las divisiones representan los

valores naturales de $\text{tg } (A/2)$, pero su designación median te los números que figuran sobre esas divisiones se ha hecho con los que corresponden a los valores naturales de $\text{sen } A$ con el fin de facilitar la operación con la regla.

Resolveremos el problema del Ejemplo N°. 4 usando las escalas especiales Red. hoz. del reverso de la regleta, las que están en relación con las escalas C y D.

Mediante las escalas C y D se hace la división $7.8/28.5 = 0.2735$ ($\text{sen } A$). Sin mover el cursor de la primera posición para ubicar el factor 7.8, se coloca el índice derecho de la regleta coincidiendo con el índice del cursor y se multiplica así 7.8 con 0.2735 de la escala Red. hoz. 0, el producto que se obtiene será el valor de la corrección buscada x , para el ejemplo 1.088 sobre la escala D. La distancia horizontal o sea el lado b del triángulo propuesto será $28.500 - 1.088 = 27.412 \text{ m.}$

En forma muy sencilla se ha obtenido el resultado con una mayor aproximación ya que analíticamente el resultado con cuatro cifras decimales exactas es 27.4118.

Para determinar el número de cifras enteras del resultado deben observarse las reglas ya conocidas para los casos de multiplicación y división corrientes. Cuando el valor respectivo de $\text{tg } A/2$ se encuentra sobre la escala Red. Hoz. 0, debe considerarse para la determinación del número de cifras enteras del resultado, que dicho valor tiene 0 cifras enteras. Para el caso del ejemplo se tiene:

$$\begin{array}{rcl} 7.8 \times 0.2735 & (\text{Esc. Red. hoz. 0}) & = 1.088 \\ (1 \text{ cifra}) + (0 \text{ cifras}) & & = (1 \text{ cifra}) \end{array}$$

Al hacer la operación que antecede, puede ser que haya incertidumbre en determinar en cual de las escalas Red. hoz. debe ubicarse el resultado de la primera división, entonces debe tomarse en cuenta lo siguiente:

a).—Si la primera cifra significativa, después del punto decimal en el valor de $\text{sen } A$, es 2 o un número mayor, se procederá a ubicar dicho valor en la escala Red. hoz. 0 con el fin de efectuar la multiplicación respectiva.

b) —Si la primera cifra significativa, después del punto decimal en el valor de sen A, es menor de 2 se usará la escala Red. hoz. ($\bar{0}$). Para determinar en este último caso el número de cifras con que interviene este número en el producto y poder determinar así el número de cifras del resultado y sólo con este fin, se divide mentalmente el valor que se obtuvo para sen A. entre 2 y de ese resultado dependerá el número de cifras con que intervenga en el producto; así por ejemplo se tiene:

$$\begin{aligned}\text{sen A} &= 0.2735 \text{ (0.137) (0) cifras Esc. Red. hoz } 0 \\ \text{sen A} &= 0.1462 \text{ (0.073) (-1) cifra Esc. Red. hoz } (\bar{0}) \\ \text{sen A} &= 0.0186 \text{ (0.009) (-2) cifras Esc. Red. hoz } (\bar{0})\end{aligned}$$

Ejemplo No. 5.—Calcular la distancia horizontal entre los puntos A y F, conociendo las distancias inclinadas parciales y las diferencias de nivel entre cada dos puntos intermedios con una precisión de tres cifras decimales exactas.

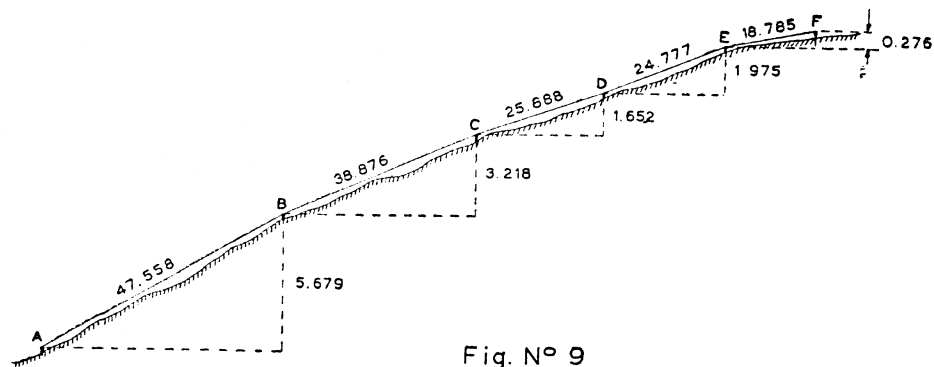


Fig. N° 9

Tramo	Dif. nivel a (mts.)	Dist. Incl. c (mts.)	sen A a/c	x (mts.)	Dist. Horiz. con la regla	Dist. Horiz. valor analít.	Error
A-B	5.679	47.558	0.1193	0.340	47.218 0	47.217 7	
B-C	3.218	38.876	0.08275	0.1333	38.742 7	38.742 3	
C-D	1.652	25.888	0.0638	0.0528	25.835 2	25.835 2	
D-E	1.975	24.777	0.0799	0.0790	24.698 0	24.698 0	
E-F	0.276	18.785	0.0147	0.0020	18.783 0	18.783 0	
					155.276 9m	155.276 2m.	0.0007m.

Tramo A-B

$$\text{sen A} = \frac{5.679}{47.558} = 0.1193 \quad 1 - 2 (+ 1) = 0 \text{ cifras enteras.}$$

$$x = 5.679 \times 0.1193 = 0.340\text{m. (Esc.Red.Hoz. } (\bar{0})) \quad 1 + (-1) = 0 \text{ cifras.}$$

Tramo E-F

$$\text{sen A} = \frac{0.276}{18.785} = 0.0147 \quad 0 - 2 (+ 1) = -1 \text{ cifra}$$

$$x = 0.276 \times 0.0147 = 0.002 \text{ 04 (Esc.Red.hoz. } (\bar{0})) \quad 0 + (-1) + (-1) = -2 \text{ cif.}$$

Cuando la diferencia de longitudes entre la distancia inclinada y la horizontal correspondiente no es mayor de 2 mts. se pueden leer, mediante un poco de práctica en el manejo de la regla, hasta cuatro cifras o sea que se tiene una aproximación al milímetro.

Ejemplo No. 6.

Se desea conocer como en el ejemplo anterior la distancia horizontal entre los puntos A y C. Fig. N° 10.

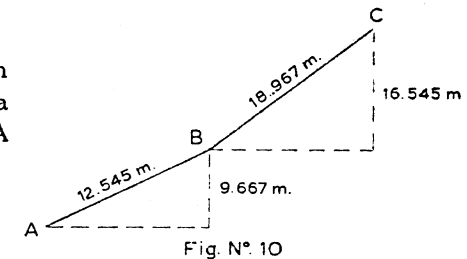


Fig. N° 10

Tramo	Dif. Nivel a (mts.)	Dist. Incl. c (mts.)	sen. A a/c
A-B	9.667	12,545	0.771
B-C	16.545	18.967	0.872
x	Dist. Horiz. con la regla	Dist. Horiz. valor anlit	Diferencia
4.550	7.995	7.995	0
9.690	9.277	9.274	3 mm.

En el tramo A-B a pesar de la fuerte inclinación no hay diferencia de milímetros entre los dos resultados y sólo hay una diferencia de 3 mm. en el tramo B-C en el que la inclinación es de 87.3 %

Ejemplo No. 7.—

Hallar el valor de **b** conociendo el lado **c** del triángulo y el ángulo **A**.

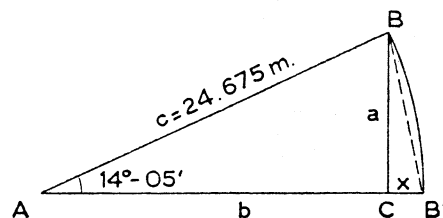


Fig. N° 11

En este caso pueden emplearse también las escalas Red hoz para encontrar la corrección **x** que debe restarse al valor de **c**.

En el triángulo de la figura N°. 11 se tienen las siguientes relaciones trigonométricas:

$$a = c \cdot \sin A, \quad x = a \cdot \operatorname{tg} (A/2)$$

$$\text{luego: } x = \sin A \cdot \operatorname{tg} (A/2) \cdot c.$$

Colocando el índice del cursor sobre el valor 14° 05' de la escala S, se obtiene directamente sobre la escala D, el valor 0.2435, que es el valor natural de $\sin A$; se llevará en seguida el índice izquierdo de la regleta, debajo del índice del cursor y se multiplicará dicho valor con 0.2435 de la escala Red. hoz. 0, multiplicándose a su vez el resultado por el valor de **c** que es la distancia inclinada. (24.675 m.) obteniéndose como resultado el valor 742.

Determinaremos el número de cifras enteras como sigue:

$$\sin 14^\circ 05' = 0.2435$$

Tiene 0 cifras y se leerá sobre la escala D.

$$0.2435 (0.2435 \cdot 2) = 0.1237$$

Tiene 0 cifras y se leerá sobre la escala Red. hoz. 0

Haciendo la operación con la regla de cálculo se tiene:

$$0.2435 \times 0.2435 \quad (\text{Esc. Red. hoz. 0}) \times 24.675 \quad = 0.742 \text{ mts.}$$

$$0 + 0 (-1) (\text{Mult. a la derech.}) + 2(-1) (\text{Mult. a la derech.}) = 0 \text{ cifras}$$

Siendo el valor de la corrección $x = 0.742$ mts.

$$b = 24.675 - 0.742 = b = 23.933 \text{ mts.}$$

Ejemplo No. 8.—

Datos: $c = 29,560$ mts. **Incógnita:** **b**

$$A = 21^\circ 35'$$

Mediante la regla se encuentra que $\sin A = 0.368$

$$x = 0.368 \times 0.368 (\text{Esc. Red. hoz. 0}) \times 29.560 = 2.070 \text{ mts.}$$

$$0 + 0 (-1) (\text{Mult. derecha}) + 2 = 1 \text{ cifra.}$$

El valor de **b** será: $29,560 - 2.070 = 27.490$ mts. (El resultado por el procedimiento analítico es 27.487 5).

Nivelación Trigonométrica.—Cuando median distancias apreciables entre puntos cuya diferencia de nivel se busca, se hace necesario aplicar una corrección a las alturas halladas trigonométricamente con el fin de tomar en cuenta los efectos de la curvatura terrestre y la refracción. La fórmula que nos da el valor de dicha corrección y que ha servido para construir la escala respectiva es la siguiente:

$$c = \frac{(1 - k)}{2R} \cdot d^2$$

Siendo **k** el coeficiente de refracción cuyo valor medio es 0.13 ; **R** el radio de curvatura medio de la superficie terrestre es igual a 6400 Km.; **d** la distancia que hay entre los dos puntos cuya diferencia de nivel se desea encontrar y **c** representa la corrección total por curvatura terrestre y refracción

Al aplicar esta corrección al cálculo de una diferencia de nivel, conviene siempre agregarlo al valor de la altura del instrumento sobre el punto de estación.

Ejemplo No. 9.—Hallándose el operador con su teodolito en estación sobre el punto A de una red de triangulación y cuya cota es 4675.45 mts., se desea calcular las cotas de los vértices B, C, y D, habiendo visado la parte superior de las respectivas señales sobre cada uno de los vértices, al medir el ángulo vertical correspondiente. La altura de los postes de señal sobre cada uno de los puntos visados es de 2.50 mts y la altura del eje del anteojo del teodolito sobre el vértice de estación A es 1.45 mts.

Datos.—

Angulo vertical al punto B	— 04° 17' 20"
„ „ „ „ C	+ 15° 18' 10"
„ „ „ „ D	+ 02° 56' 30"
Dist. horizontal A-B	= 2476.45 mts.
„ „ A-C	= 1822.60 „
„ „ A-D	= 3250.00 „

Se comienza por calcular las diferencias de altura respectivas:

$$\begin{aligned}
 2476.45 \times \text{tg. } (-04^\circ 17' 20'') &= -185.70 \text{ mts.} \\
 1822.60 \times \text{tg. } 15^\circ 18' 10'' &= 498.50 \text{ „} \\
 3250.00 \times \text{tg. } 02^\circ 56' 30'' &= 167.00 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Para ángulos comprendidos entre 3° y 5° 30' hay que tener en cuenta que las divisiones respectivas de la regla, corresponden al promedio entre las que corresponden al sen y tg. y por lo tanto tratándose de tangentes habrá que tomar un valor ligeramente mayor, corrección que con un poco de práctica será fácil realizar. Llevando el índice del cursor sobre la graduación 5° 30' de la escala S se podrá ver la diferencia que existe con la graduación para el mismo valor angular en la escala T.

Luego hallaremos el valor de la corrección por refracción y curvatura terrestre, para lo cual usaremos la escala E-R de la regleta sabiendo que dicha escala está en relación con la escala A, sobre la cual se ubicarán las distancias en kilómetros, encontrándose mediante el índice del cursor directamente sobre la escala E-R el valor de la corrección en metros. Así se tiene para el caso propuesto:

Distancia A-B	2.476 Km.	E-R = 0.42 mts.
„ A-C	1.822 „	E-R = 0.23 „
„ A-D	3.250 „	E-R = 0.72 „

$$\begin{aligned}
 \text{Cota de B} &= 4675.45 + (1.45 + 0.42) - (185.70 + 2.50) = 4489.12 \text{ m.} \\
 \text{„ „ C} &= 4675.45 + (1.45 + 0.23) + (498.50 - 2.50) = 5173.13 \text{ „} \\
 \text{„ „ D} &= 4675.45 + (1.45 + 0.72) + (167.00 - 2.50) = 4842.12 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Ejemplo No. 10.—Con un taquímetro cuya constante de adición (c+f) es cero y cuya constante de multiplicación para la estadía es k = 100, se toman los siguientes datos:

Lectura con la estadía sobre la mira	= 1.92 mts.
Angulo vertical	= + 18° 35'

Se desea encontrar la diferencia de nivel entre los dos puntos (el ocupado por la mira y el de estación del teodolito), así mismo se quiere encontrar la distancia horizontal entre los puntos indicados.

(Al medir el ángulo vertical, el hilo central del retículo se ubicó sobre la mira a una altura igual a la del instrumento)

Para hallar la diferencia de nivel se usará la escala sen. cos. la que se halla en relación con la escala A; así, se llevará el índice izquierdo de la regleta a coincidir con la división correspondiente a 192 en la escala A, luego se desplaza el cursor hasta que su índice quede sobre la graduación correspondiente a 18° 35' en la escala mencionada sen. cos. entonces mediante el índice del cursor en esta posición se lee sobre la escala A el valor 58. mts.

Sin mover la regleta se desplaza el cursor hasta que su índice señala el valor $18^{\circ} 35'$ sobre la escala $\cos^2$ que aparece en color rojo y en la escala A se lee 172.50 mts.

La determinación del número de cifras enteras de los resultados se hace con gran facilidad sabiendo que para valores angulares comprendidos entre $35'$ y $5^{\circ} 50'$ el valor natural de $\sin \cos$ tiene (-1) cifra, es decir que la primera cifra significativa corresponderá a los centésimos y para valores de los ángulos entre $5^{\circ} 50'$ y 40° se tendrá que el respectivo valor natural tiene 0 cifras enteras. Para la escala $\cos^2$ se considerará que todos los valores tienen 0 cifras.

Ejemplo No. 11.— $(c+f) = 0$ $K = 100$

Lectura con la estadía sobre la mira = 2.85 mts.

Angulo vertical = $3^{\circ} 12'$

Hallar la diferencia de nivel y la distancia horizontal correspondientes.

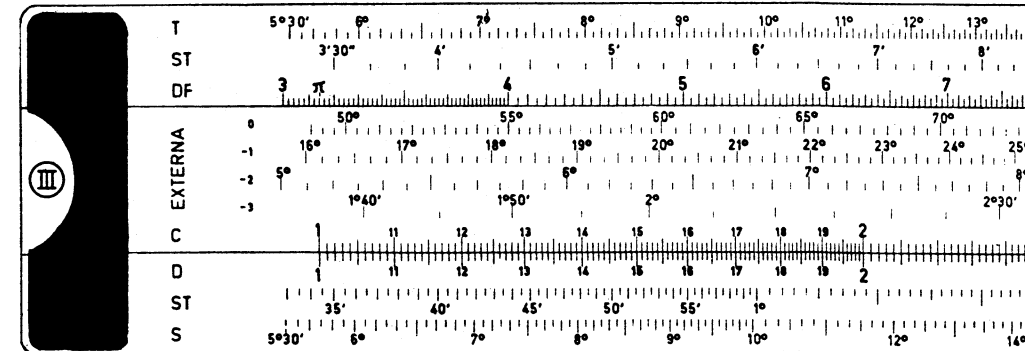
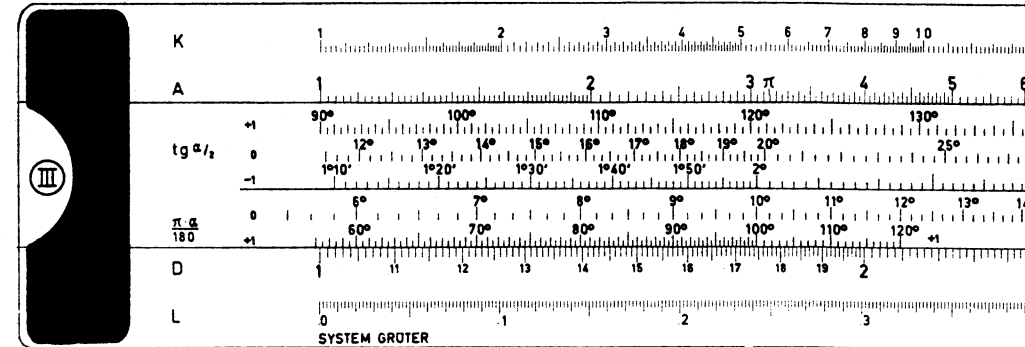
Como en el ejemplo anterior, se multiplica el valor 285 de la escala A con $3^{\circ} 12'$ de la escala $\sin \cos$, encontrándose mediante el cursor el valor 159 sobre la escala A y para la distancia horizontal el valor 284.

Para determinar el número de cifras enteras del resultado, se tiene:

El número 285 tiene 3 cifras, mientras que el valor natural del seno de $3^{\circ} 12'$ tiene (-1) cifras, así que el resultado tendrá 2 cifras enteras.—

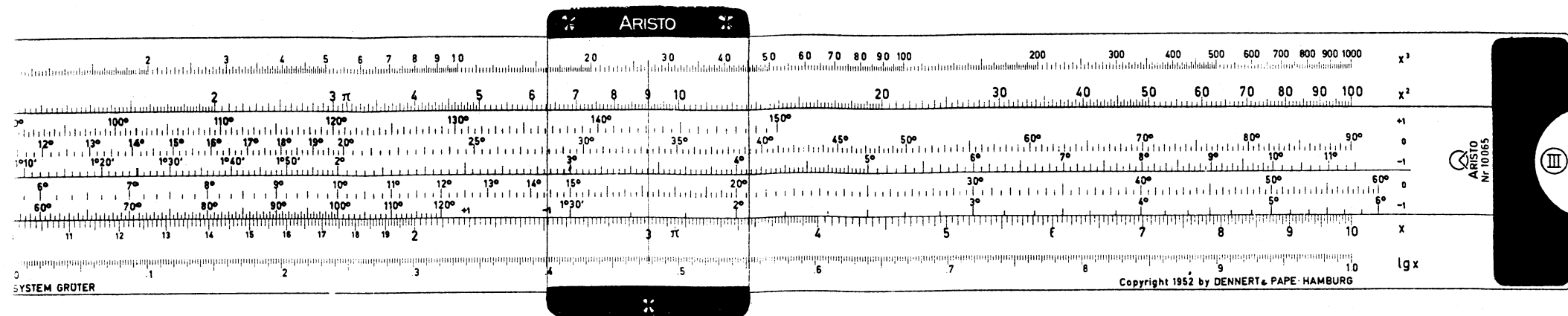
y por lo tanto la diferencia de nivel será **15.9 mts.**

NOTA.—Aunque al hacer la multiplicación la regleta salió a la derecha no se considerará (-1) cifra por este hecho, puesto que el resultado se leyó en la mitad derecha de la escala A lo que equivale para el caso, haber hecho la multiplicación con el otro índice de la regleta o sea con el derecho y la lectura hacia la mitad izquierda.

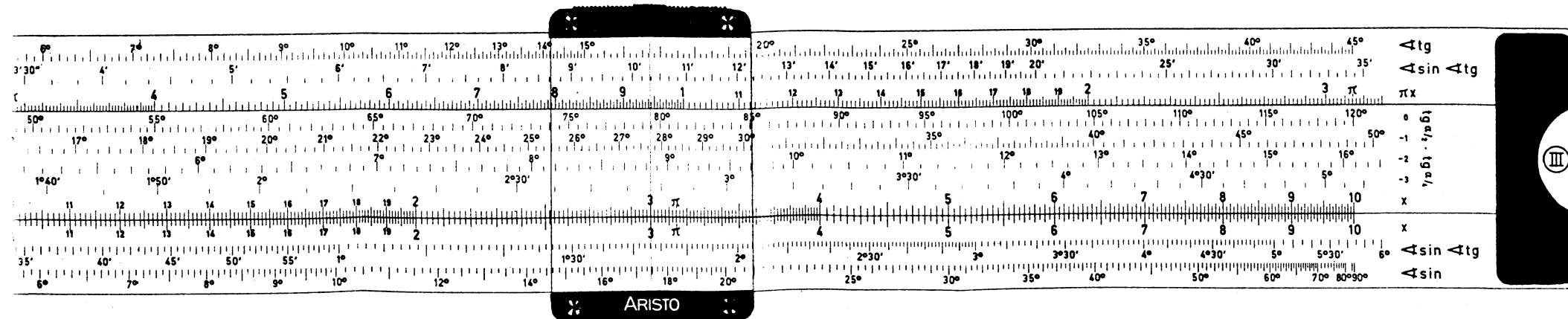


REGLETA DE CALCULO PARA CURVAS CIRCULARES No. III.

(Posición Inicial)



Anverso



Reverso.

Fig. No. 12.

4.—Aplicaciones de la Regleta para curvas circulares

No. III.—(Fig. N°. 12).

Esta regleta, será de gran utilidad para el trazador de caminos y canales y en general para todo trazo de curvas circulares ya que es más fácil de operar con ella en el campo, que con las tablas conocidas, además su empleo representa una economía de tiempo.

Tratándose de trazados para líneas férreas o carreteras de primer orden se puede emplear esta regla para los cálculos preliminares, puesto que la precisión que se exige es mayor que en carreteras de segundo orden y canales para regadío, pudiéndose usar satisfactoriamente en los últimos casos citados.

Ejemplo No. 1.—

Conocidos, el ángulo de intersección de las tangentes y el valor de la external, hallar todos los elementos necesarios para el trazado de la curva circular de enlace de dichas tangentes.

$$\text{Ang. de intersec. } I = 43^{\circ} 25'$$

$$\text{External } E = 4.00 \text{ mts. (valor aproximado).}$$

El primer elemento que se buscará será el radio de la curva, mediante las escalas que se han titulado en la regleta N°. III con la palabra Externa; dichas escalas están en relación con la escala D.

Dividiendo el valor de la external dada 4 mts. por el valor $43^{\circ} 25'$ de la escala (-1) se obtiene mediante el cursor el valor 524. Para determinar el número de cifras enteras del resultado se procederá en forma similar a las operaciones de multiplicación o división, teniendo en cuenta los números con su signo, grabados en los extremos de la regleta, así para el ejemplo anterior tendremos:

$$R = 4 : \text{Externa } (43^{\circ} 25') = 52.4 \text{ mts.}$$

$$1 \text{ cifra — } (-1) \text{ cifra} \quad \doteq \quad 2 \text{ cifras enteras}$$

Se puede adoptar, si se desea tener un radio con un número entero de metros, el valor 52 mts. debiendo por lo tanto calcular el nuevo valor de la external y el de los demás elementos de la curva.

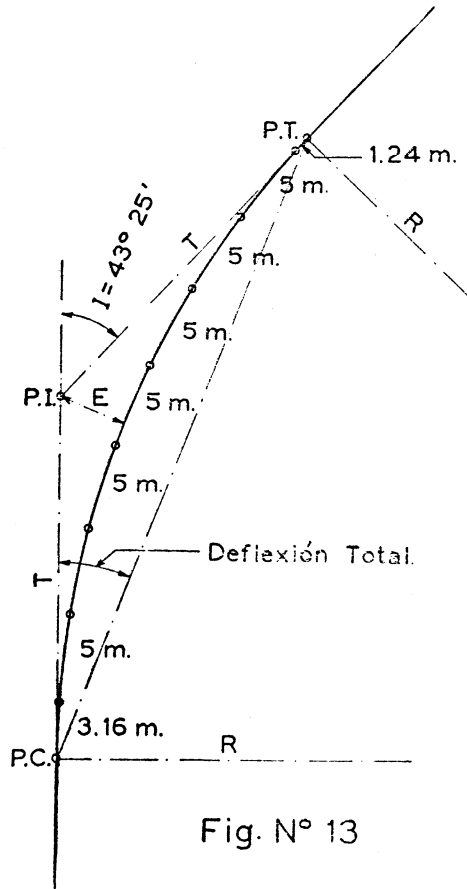


Fig. N° 13

Multiplicando el valor 52 de la escala D con el valor $43^{\circ} 25'$ que aparece en la escala (-1) para las externas, se encuentra como resultado $E = 3.97$ mts.

Para hallar el valor de las tangentes respectivas, se usan las escalas que aparecen en el otro lado de la regleta denominadas $\text{tg. } \alpha/2$,

estando diferenciadas las tres escalas con los números 1, 0 y -1 que hay en los extremos de cada una de ellas.

$$T = \frac{52}{2} \times \text{tg. } \alpha/2 (43^{\circ} 25') = 20.70 \text{ mts.}$$

$$2 + 0 = 2 \text{ cifras.}$$

El valor de la longitud de la curva se encuentra mediante las esca-

las inferiores de la regleta y designadas con la expresión $\left(\frac{\pi \times \alpha}{180} \right)$.

Se procede análogamente como en el caso anterior para encontrar el valor de la tangente, multiplicando el valor del radio 52 m. por $43^{\circ} 25'$ de la escala 0 ya mencionada, y tenemos:

$$C = \frac{52}{2} \times (43^{\circ} 25') = 39.40 \text{ mts.}$$

$$2 + 0 = 2 \text{ cifras.}$$

Luego para trazar la curva por deflexiones con la ayuda de un teodolito se deberá calcular las deflexiones angulares correspondientes a las cuerdas respectivas.

Siguiendo el estacado del trazo, la primera estaca de la curva debe quedar a 3.16 m. del punto denominado P. C o sea donde empieza la curva, por lo tanto la primera cuerda para la que hay que calcular su respectiva deflexión tiene una longitud de 3.16 m. siguiendo cuerdas con una longitud de 5 m. cada una y por último una cuerda de 1.24 m. para llegar al punto P.T. de empalme con la segunda tangente.

El ángulo de deflexión se calculará mediante la fórmula: $\text{sen } d = \frac{\text{cuerda}}{2R}$

Para la cuerda de 3.16 m. tendremos:

$$\frac{3.16}{2 \times 52} = 0.0304 \text{ y sobre la escala ST leemos } 1^{\circ} 44'.4.$$

$$\frac{5.00}{2 \times 52} = 0.0481 \text{ y sobre la escala ST leemos } 2^\circ 45'.2$$

$$\frac{1.24}{2 \times 52} = 0.0119 \text{ „ „ „ „ „ „ } 0^\circ 41'.0$$

Como comprobación tenemos lo siguiente:

cuerda de 3.16 m. con un ángulo de deflexión de		1° 44'.4	1° 44'.4
7	„ „ 5.00	„ „ „ „ „ „	2° 45'.2 19° 16'.4
	„ „ 1.24	„ „ „ „ „ „	0° 41'.0 0° 41'.0
Deflexión total			21° 41'.8
43° 25'			21° 42'.5
El ángulo de deflexión total debe ser I/2 =		$\frac{43^\circ 25'}{2}$	=
Error de cierre			00'.7

Ejemplo No. 2 —

Elementos conocidos de la curva: I = 62° 30'
T = 20.00 mts.

Se desea conocer: el radio, la longitud del arco y el valor de la externa.

$$\begin{aligned} R &= 20 : \text{tg. } \alpha/2 (62^\circ 30') = 33.00 \text{ mts. Se usa la escala tg. } \alpha/2 (0) \\ E &= 33 \times \text{Externa } (62^\circ 30') = 5.60 \text{ mts. „ „ „ „ Externa } (0) \\ C &= 33 \times (62^\circ 30') = 36.00 \text{ mts. „ „ „ „ } \frac{\pi \times \alpha}{180} (1) \end{aligned}$$

Ejemplo No. 3.—

Elementos conocidos de la curva: I = 94° 20'
C = 50.00 mts.

Se desea conocer: R, T y E

$$\begin{aligned} R &= 50 : (94^\circ 20') = 30.40 \text{ mts. Usando la escala } \frac{\pi \times \alpha}{180} (1) \\ T &= 30.4 \times (94^\circ 20') = 32.80 \text{ „ „ „ „ tg. } \alpha/2 (1) \\ E &= 30.4 \times (94^\circ 20') = 14.30 \text{ „ „ „ „ Externa } (0) \end{aligned}$$

Ejemplo No. 4.

Elementos conocidos de la curva: I = 16° 45'
T = 40.00 mts.

Calcular los valores de: R, E y C.

$$\begin{aligned} R &= 40 : (16^\circ 45') = 272.00 \text{ mts. Usando la escala tg. } \alpha/2 (0) \\ E &= 272 \times (16^\circ 45') = 2.93 \text{ mts. „ „ „ Externa } (1) \\ C &= 272 \times (16^\circ 45') = 79.40 \text{ mts. „ „ „ } \frac{\pi \times \alpha}{180} (0) \end{aligned}$$

Ejemplo No. 5.—Esta regleta, también se puede usar para hallar la distancia horizontal entre dos puntos, cuando se conoce la distancia inclinada y el ángulo vertical correspondiente.

En este caso se usará la fórmula: $x = \text{sen } A \cdot c \cdot \text{tg. } A/2$ fórmula que se ha deducido en la Pág. N° 24 del presente folleto y que nos da la corrección que hay que aplicar a la distancia inclinada para tener la respectiva distancia horizontal; como se verá, la facilidad de la operación y la precisión que se alcanza son similares a las obtenidas con la regleta N° II, como se ve a continuación al repetir el Ejemplo N° 8 de la pág. 25.

$$x = \text{sen } 21^\circ 35' \times \text{tg. } A/2 (21^\circ 35') \times 29.56 = 2.07 \text{ mts.}$$

$$0 + 0 + (-1) \text{ mult. derech. } + 2 = 1 \text{ cifra.}$$

Luego la distancia horizontal será : 29.56 — 2.070 = **27.490 mts.**

Ejemplo No. 6.—

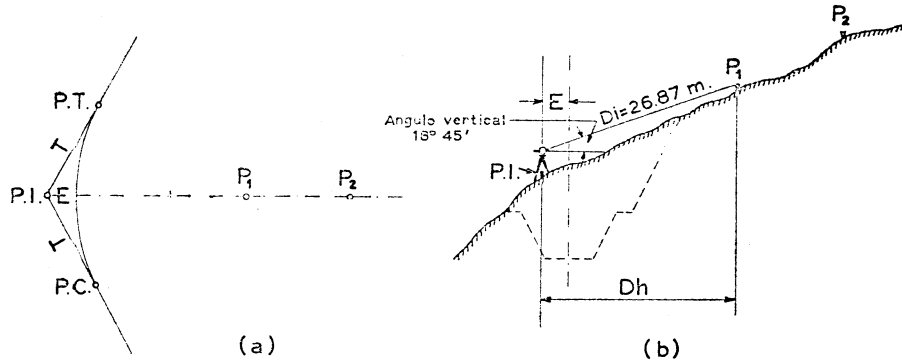


Fig. N° 14

Un problema que se presenta con frecuencia en el trazado de carreteras y canales, es el siguiente: La estaca correspondiente al P.I. o sea al punto de intersección de las tangentes, queda ubicada dentro de la zona de trabajo, de excavación y por lo tanto es difícil conservarla en su posición y corrientemente se pierde, lo cual dificulta el replanteo del trazo; por este motivo sugiero el siguiente procedimiento a fin de poder restituir en su posición correspondiente la estaca del P. I.

Al efectuar el trazo del eje del canal o carretera, etc., y antes de abandonar la estación P. I. respectiva, se ubica dos estacas auxiliares como se indica en la figura N° 14 (a) y que llamaré P1 y P2 sobre la bisectriz del ángulo formado por las dos tangentes y a una distancia tal que queden fuera de la zona de trabajo a fin de asegurar su permanencia. Estas dos estacas nos dan la dirección en la que podremos ubicar más tarde el P.I. Se medirá así mismo el ángulo vertical correspondiente a la cabeza de la estaca P1 y la distancia inclinada que hay entre la estaca y el mismo teodolito, lo cual se hará mejor directamente con la ayuda de una cinta graduada de las empleadas corrientemente en estos trabajos, calculándose después la distancia horizontal respectiva.

Supongamos así que en un cierto trabajo, se ha medido en la forma indicada un ángulo vertical de 18° 45' y una distancia de 26.87 mts; calcularemos la respectiva distancia horizontal, en la forma acostumbrada y tendremos:

$$x = \text{sen } 18^\circ 45' \times 26.87 \times \text{tg } A/2 (18^\circ 45') = 1.426 \text{ mts.}$$

$$0 + 2(-1) + 0 = 1 \text{ cifra.}$$

Luego:

$$Dh = 26.870 - 1.426 = 25.444 \text{ mts.}$$

resultado que se anotará en la libreta de trazo.

Ejemplo No. 7.—

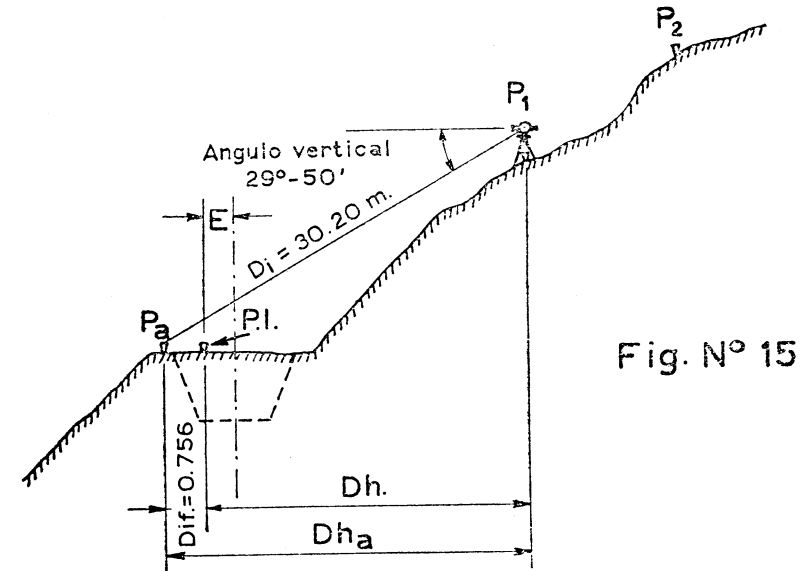


Fig. N° 15

Suponiendo que hecha ya la excavación de la plataforma para proceder luego a la excavación para el canal propiamente dicho, se quiere replantear el trazo y restituir en el terreno el P.I. del ejemplo anterior. De la libreta respectiva se obtiene la distancia horizontal:

$$Dh = 25.444 \text{ mts.}$$

Se hace estación con el teodolito sobre la estaca P1 y se toma el alineamiento que da la estaca P2 y basculando el anteojó, se coloca sobre la plataforma una estaca provisional que llamaremos Pa sobre el alineamiento que da el instrumento y a una distancia que

se puede estimar muy aproximadamente con un poco de práctica. Se medirá en seguida el ángulo vertical que corresponde a la cabeza de la estaca P_a y también la distancia inclinada que hay entre la estaca P_a y el teodolito, distancia que es mejor tomarla directamente con una cinta, luego con la regla de cálculo se encuentra la distancia horizontal en la forma ya explicada; obteniéndose en el caso del presente ejemplo:

$$x = \text{sen } (29^\circ 50') \times 30.20 \times \text{tg } A/2 (29^\circ 50') = 4.00 \text{ mts.}$$

(Analíticamente se halla para x el valor : 4.002 mts.)

$$Dh_a = 30.20 - 4.00 = \mathbf{26.20 \text{ mts.}}$$

Pero como sabemos que la distancia horizontal entre las estacas P_1 y $P.I.$ es de 25.444 mts. encontraremos la diferencia que es:

$$26.200 - 25.444 = \mathbf{0.756 \text{ mts.}}$$

Ahora resulta muy sencillo medir horizontalmente, la distancia 0.756 m. y clavar sobre el alineamiento $P_1 - P_2$ la estaca que corresponde al $P. I.$ del trazo del eje del canal.

Ejemplo No. 8.—Estacar en el terreno una distancia horizontal de 100 mts. dado el punto de partida y el alineamiento correspondiente.

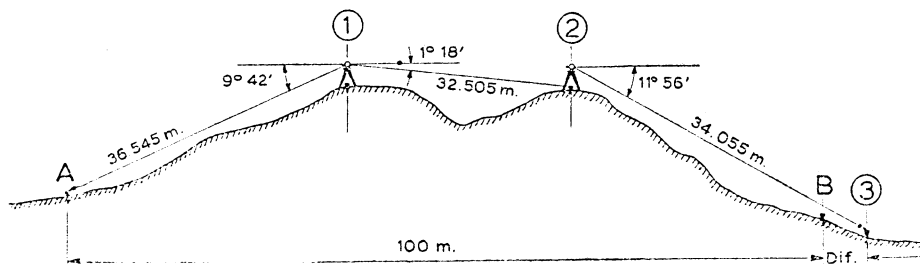


Fig. N° 16

El problema se reduce a colocar sobre el terreno y en alineamiento dado tantas estacas auxiliares como sean necesarias y permitan medir con precisión las distancias y ángulos verticales sobre las cabezas de dichas estacas.

Las mediciones hechas en el caso del ejemplo se indican en la fig. N° 16.

Luego se calculan las diferencias entre las distancias inclinadas y las horizontales correspondientes siguiendo el procedimiento acostumbrado y así se tiene:

$$\text{Tramo A-1 } x = \text{sen } 9^\circ 42' \times \text{tg } A/2 (9^\circ 42') \times 36.545 = 0.522 \text{ mts.}$$

$$,, \quad 1-2 \quad x = \text{sen } 1^\circ 18' \times \text{tg } A/2 (1^\circ 18') \times 32.505 = 0.0084 \quad ,,$$

$$,, \quad 2-3 \quad x = \text{sen } 11^\circ 56' \times \text{tg } A/2 (11^\circ 56') \times 34.055 = 0.736 \quad ,,$$

Las distancias horizontales correspondientes a las estacas 1, 2, y 3 serán:

$$\text{Tramo A-1} = 36.545 - 0.522 = 36.023 \text{ mts.}$$

$$,, \quad 1-2 = 32.505 - 0.008 = 32.497 \quad ,,$$

$$,, \quad 2-3 = 34.055 - 0.736 = 33.319 \quad ,,$$

$$\text{Distancia horizontal total A-3} \dots\dots\dots \mathbf{101.839 \text{ mts.}}$$

Por consiguiente de la última estaca N° 3 se descontará horizontalmente 1.839 mts. colocándose la estaca B y queda así ubicada en el terreno la distancia pedida.