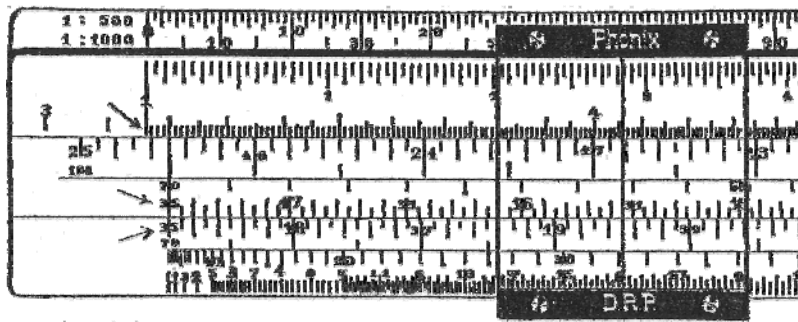


Instrucciones de Uso

para la regla de cálculo "Py-Lo"

publicado en el "Diario de Topografía" del 15 de Mayo de 1924, y en las "Noticias Generales de Topografía" del 1 de Agosto de 1924



La presente regla de cálculo ha sido diseñada por el Sr. Seifert, agrimensor oficial y agente ferroviario, de Saarbrücken. Está diseñada principalmente para los cálculos más comunes de la práctica geodésica.

Se ha dado especial importancia a lograr la precisión suficiente para cumplir los requisitos necesarios en los cálculos geodésicos. Esto se ha logrado en parte dividiendo las escalas por la mitad y colocando respectivamente una mitad por encima o por debajo de la otra.

La longitud total de cada escala es de 625 mm. Por lo tanto, la exactitud se incrementa considerablemente en comparación con la regla de cálculo común con una longitud de 250 mm. Esto es del todo suficiente, por ejemplo, en los cálculos de superficies por extrapolación, a condición de que éstos se descompongan en factores alrededor de 100,00.

Además, el instrumento con su funda se puede colocar fácilmente en un maletín, de modo que también se puede utilizar en el trabajo de campo.

El instrumento consta de dos sistemas de escalas fundamentalmente diferentes y no relacionadas, que son:

1. El sistema de escalas logarítmico (Lo): combinación de las partes superiores del cuerpo y la reglilla. En éstas se marcan a escala las mantisas de los logaritmos. Se utilizan para la multiplicación, división, potencias y raíces cuadradas.

2. El sistema de escalas pitagóricas (Py): combinación de las partes inferiores del cuerpo y la reglilla. En éstas se marcan a escala los cuadrados de los números. Se utiliza para calcular el teorema de Pitágoras de la forma más sencilla, leyendo directamente uno de los lados de un triángulo rectángulo tras colocar los otros dos lados, con un solo movimiento.

En ambos sistemas las escalas en la reglilla están invertidas respecto a las del cuerpo, es decir, van de derecha a izquierda, mientras que en el cuerpo, como es normal, éstas van de izquierda a derecha, lo cual hay que tener en cuenta al leerlas. Esta disposición tiene la ventaja de que para los cálculos más comunes con la regla, como son la multiplicación y la obtención de la hipotenusa a partir de los catetos, se puede evitar el error de alineación, y el resultado se puede leer siempre sin más movimientos de la reglilla.

Con objeto de simplificar las explicaciones a partir de ahora, se ha asignado letras a las diferentes escalas, tal como se ve en las figuras. Pero en el instrumento estas letras no existen.

1.- LAS ESCALAS "LO"

Consta de las escalas A y B en la franja superior del cuerpo, y de las C y D en la reglilla. La escala B es la continuación de la escala A, y la escala D continúa la escala C (ver figuras).

1.1.- Multipliación

Situar los dos factores verticalmente uno sobre el otro con la ayuda del cursor y leer el resultado contra la línea larga marcada con una flecha. No importa si el primer factor se sitúa en el cuerpo y el segundo en la reglilla o, viceversa, el segundo en el cuerpo y el primero en la reglilla. Ambos llevan al mismo resultado.

Entonces hay que seguir esta regla sencilla: si los dos factores están en A y D o en B y C hay que leer hacia la derecha del cursor, y si están en A y C o en B y D entonces leer hacia la izquierda del cursor.

En términos generales, si entre las escalas en que se encuentran los factores hay otra escala, entonces leer el resultado hacia la izquierda del cursor, junto a ↗ o ↘; y si entre ambos hay dos escalas o ninguna, entonces leer el resultado hacia la derecha del cursor, junto a ↗ o ↘. Esta regla se menciona de un modo similar en ambas revistas mencionadas. Ejemplos:

a) $17,37 \times 26,22 = 455,4$ figura 1

Cursor a 17,37 en la escala A y llevar 26,22 en C bajo el cursor moviendo la reglilla (ver en los triángulos negros ▲), o cursor (línea punteada) a 26,22 en A (en ▲) y llevar 17,37 en C bajo el cursor (en ▲); leer 455,4 a la izquierda junto a ↗ en B.

b) $17,37 \times 8,29 = 144,0$ figura 1

Cursor a 17,37 en A (en △), y llevar 8,29 en D bajo éste (en ▽), o cursor a 8,29 en B (en ▽), y llevar 17,37 en C bajo éste (en △); leer 144,0 hacia la derecha junto a ↘ en C.

c) $7,08 \times 32,25 = 228,3$ figura 2

Cursor a 7,08 en B (en ▼), y llevar 32,25 en D bajo éste (en ▼), o cursor a 32,25 en B (en ▼), y llevar 7,08 en D bajo éste (en ▼); leer 228,3 hacia la izquierda junto a ↘ en C.

d) $7,08 \times 102,0 = 722,2$ figura 2

Cursor a 7,08 en B (en ▽), y llevar 102,0 en C bajo éste (at △), o cursor a 102,0 en A (en △), y llevar 7,08 en D bajo éste (en ▽); leer 722,2 hacia la derecha junto a ↘ en B.

1.2.- Naturalmente, los productos de múltiples factores se pueden calcular sin leer los resultados intermedios

Ejemplo: $17,37 \times 8,29 \times 2,316 = 333,5$

Calcular primero $17,37 \times 8,29$ como en b). No se lee el resultado intermedio 144,0 hacia la derecha junto a ↘. Mover el cursor a la izquierda hasta la línea junto a ↗, y por tanto a 144,0 en A.

Con el número marcado en A, llevar 2,316 en C bajo la línea del cursor, y, dado que entre A y C hay sólo una escala, leer 333,5 junto a ↗ en B.

No se explica ningún método para determinar la posición de la coma. Tampoco existe tal en las reglas de cálculo precedentes. Pero el número de dígitos puede determinarse fácilmente por medio de cálculo mental.

1.3.- División

Habiendo estudiado bien el método de multiplicar, el método de dividir ya no es un problema. Una de las líneas marcadas por las flechas se coloca en el dividendo y el cursor se coloca sobre el divisor en la reglilla.

Pero ahora queda la duda de en qué parte de la escala está el cociente. Usaremos una regla análoga a la usada para la multiplicación. Así, si al dividendo se le coloca una línea con la flecha simple (↗ o ↘), entonces debe haber una escala entre el divisor (en la reglilla) y el cociente (en el cuerpo). Y si es la de ↗ o ↘, debe haber dos escalas o ninguna.

Ejemplo: $73,4 : 8,7 = 8,435$

Mover la reglilla hacia la derecha de modo que la línea junto a ↗ quede bajo 73,4 en B, colocar el cursor sobre 8,7 en D, y entonces, como hemos usado la flecha simple, debe haber una escala entre los números y el resultado es 8,435 encontrado en B bajo el cursor.

Al dividir pueden ocurrir errores. Por ejemplo si en el ejemplo previo se hubiera escogido mover la reglilla a la izquierda para que la línea junto a ↖ quedara bajo 73,4, entonces no se habría podido colocar el cursor sobre el divisor 8,7 en la reglilla. En cualquier caso, con un poco de práctica, a la vista del divisor es posible escoger bien hacia qué lado mover la reglilla.

1.4.- La combinación con la multiplicación se puede hacer sin leer el resultado intermedio

Ejemplo: $\frac{17,37 \cdot 26,22}{3,94} = 115,6$

Es siempre recomendable empezar con la división para evitar un desplazamiento posterior de la reglilla por medio del cursor. Así, mover la reglilla a la izquierda hasta que 17,37 en C quede bajo la línea junto a ↖. Llevar el cursor a 3,94 en D. El resultado intermedio queda ahora en B, pero no hace falta leerlo. Mover la reglilla de modo que 26,22 en C quede debajo del cursor, y leer el resultado 115,6 a la derecha en la línea junto a ↗ en C, puesto que no hay ninguna escala entre B y C.

1.5.- Valores Recíprocos

Situar la reglilla de modo que las líneas junto a las flechas estén exactamente una sobre la otra. Así, la regla se convierte en una tabla de recíprocos. A cada número en B su recíproco se encuentra debajo en C, y viceversa. Esto sirve, por ejemplo, para convertir pendientes dadas en 1:n a tantos por ciento.

1.6.- Potencias

a) Cuadrados: Multiplica el número por sí mismo de acuerdo a las reglas dadas en 1.1.

b) Del mismo modo, el cubo de un número puede determinarse de manera similar siguiendo las reglas dadas en 1.2.

1.7.- Raíces Cuadradas

Colocar la reglilla de modo que la línea junto a ↘ o ↗ apunte al radicando, y entonces mover el cursor hasta que bajo su línea se lea el mismo número en el cuerpo y en la reglilla. Esta es, así, la raíz cuadrada.

Ejemplo:

a) $\sqrt{453,5} = 21,3$

La línea de la reglilla junto a ↗ bajo 453,5 en B, y leer 21,3 en A y en C.

b) $\sqrt{45,35} = 6,735$

Usando la misma disposición que en a), pero ahora el resultado 6,735 está en las escalas B y D.

2.- LAS ESCALAS "PY"

Estas están dispuestas exactamente como las escalas "Lo". Las escalas divididas se identifican a partir de ahora empezando por abajo, estando a y b en el cuerpo y c y d en la reglilla.

Para obtener la necesaria precisión las escalas tienen una disposición singular que incluye tres series de numeración. La primera (números grandes) va de 0 a 25, la segunda (números impares pequeños) de 0 a 50, y la tercera (números pequeños por décadas), de 0 a 100. Para distinguir mejor entre las dos últimas series de números, es mejor marcarlas con tinta de distinto color. Para orientación en la lectura se incluyen divisiones auxiliares, sin numerarlas, para ser leídas en relación a las marcas principales de la escala.

La selección de la serie de números a usar depende del mayor número a ser sumado. Ver la tabla siguiente.

Serie de Números	Cuando el número mayor está entre		
0 - 25	10 - 25	o	100 - 250
0 - 50	25 - 50	o	0 - 5
0 - 100	50 - 100	o	5 - 10

Pero no se deben sumar números con diferente decalado decimal en la misma operación, tal como podía hacerse en las escalas "Lo". Si por ejemplo leemos 250 en lugar de 25, entonces hay que añadir un cero en la lectura de los otros números en la escala. El motivo de esto es que las escalas "Py" no son periódicas, como las escalas "Lo", sino que teóricamente crecen hasta infinito sin parar en ningún punto. Tampoco se deben usar números de series distintas en una operación, sino que se debe usar una única serie hasta leer el resultado en dicha serie inicialmente seleccionada.

2.1.- La hipotenusa a partir de los catetos

Proceder exactamente igual que con la multiplicación en las escalas "Lo". Regla: Si los catetos están en las series a y d o en las series b y c, entonces leer hacia la derecha junto a ↗; si éstos están en a y c, entonces leer hacia la izquierda junto a ↖ o ↘. En otras palabras: si hay una escala entre las dos escalas donde se han seleccionado los catetos, entonces leer hacia la izquierda junto a ↘ o ↖, pero si hay dos escalas o ninguna entre ambas, entonces leer hacia la derecha junto a ↗.

Ejemplos:

a) $\sqrt{21,94^2 + 9,46^2} = 23,89$ figura 3.

¡Usar la escala 0 - 25! A 21,94 en b (en ▲), enfrentar 9,46 en c (en ▼) o a 9,46 en a (en ▼) (línea punteada) enfrentar 21,94 en d (en ▲), y leer el resultado hacia la derecha junto a ↗. Naturalmente, este ejemplo también puede calcularse con las series 0 - 50 o 0 - 100, pero con mucha menor precisión.

b) $\sqrt{31,36^2 + 28,52^2} = 42,39$ figura 4.

¡Usar la escala 0 - 50! A 31,36 en a (en ▼) enfrentar 28,52 en c (en ▼), o viceversa. Leer el resultado hacia la izquierda junto a ↖.

c) $\sqrt{32,3^2 + 51,9^2} = 61,14$ figura 5.

¡Usar la escala 0 - 100! A 32,3 en a (en ▼) poner 51,9 en C (en ▼) o viceversa. Leer el resultado a la izquierda junto a ↖.

Sólo son posibles estas tres combinaciones de escalas. Si los catetos están en b y d entonces no se puede hallar la hipotenusa en la escala. Debe usarse una serie de números mayor.

Si un cateto es muy pequeño comparado con el otro, entonces veremos que su localización en la escala respectiva es muy impreciso. Pero es fácil entender que un error en el cateto pequeño tiene poco efecto sobre el valor de la hipotenusa.

2.2.- El cateto mayor a partir de la hipotenusa y el cateto menor

El procedimiento es como el de la división en las escalas "Lo".

Ejemplo: $\sqrt{23,89^2 - 9,46^2} = 21,94$

Situar la línea de la reglilla junto a ↗ en 23,89 de la escala b, poner el cursor en 9,46 de la escala c, y leer 21,94 en b. La disposición aquí es como en la figura 3.

Naturalmente también se puede calcular el cateto menor, pero no se recomienda por razones ya conocidas, y raramente es necesario.

2.3.- Expresiones del tipo $\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$, o más largas, pueden calcularse sin leer resultados intermedios

Esto se corresponde exactamente al cálculo de la fórmula $\frac{a \cdot b}{c}$ en las escalas "Lo".

Ejemplo: $\sqrt{392,5^2 - 421,3^2 + 364,6^2} = 330,9$

Se empieza siempre con la resta, al igual que con la división, evitando así un cambio de la reglilla con el cursor.

Usar la serie 0 - 50 (500); llevar la reglilla a la derecha para poner ↘ en 392,5 de la escala b, mover el cursor a 421,3 en la escala d. Recordar la escala b. Ahora llevar 364,6 de la escala d bajo el cursor, y leer el resultado 330,9 a la izquierda en ↗, por haber una escala (c) entre b y d.

Naturalmente, el resultado imaginario intermedio $\sqrt{392,5^2 - 421,3^2}$ no se puede hallar con la escala, sólo será marcado por el cursor.

2.4.- Las expresiones combinadas del tipo $\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$ como las multiplicaciones en las escalas "Lo"

Cuando no se sabe cuan grande será el resultado, de modo que no se puede escoger a priori la serie de números adecuada, entonces hay que tener cuidado en cada cálculo de que el resultado respectivo no se salga fuera del fin de la serie de números escogida. De ser así habrá que leer el resultado intermedio previo y trasladarlo a la serie de números siguiente para continuar los cálculos.

$$\text{Ejemplo: } \sqrt{9,24^2 + 10,9^2 + 13,5^2 + 15,14^2 + 15,3^2} = 29,15$$

Usar primero la serie 0 - 25. Cuando se llega a incluir 15,14 entonces hay que leer el resultado intermedio 24,81 y cambiar a la escala 0 - 50 para el cálculo final $\sqrt{24,81^2 + 15,3^2} = 29,15$. Sin embargo, cuando se conoce de antemano que el resultado final será mayor que 25, entonces se escoge la serie 0 - 50 desde el inicio y esto ahorra la lectura de resultados intermedios.

2.5.- Finalmente, los cálculos siguientes se refieren a triángulos rectángulos isósceles

$$a = b \cdot \sqrt{2} = \sqrt{b^2 + b^2} \quad y$$

$$b = a \cdot \sqrt{2} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

El primero se calcula simplemente como en 2.1. El segundo igual que la raíz cuadrada en las escalas "Lo". Poner la reglilla tal que la hipotenusa

quede en ↗ o ↘, siempre hacia la izquierda, nunca en ↗, y mover el cursor hasta que marque los mismos valores en la escala a (cuerpo) y la escala c (reglilla).

$$\text{Ejemplo: } 23,69 : \sqrt{2} = 16,75$$

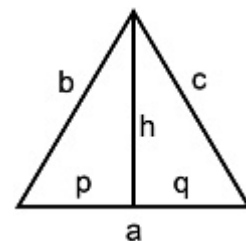
↘ a 23,69 en la escala b, y el resultado 16,75 en las escalas a y c.

3.- APLICACIONES

Con éstas se muestra el valor añadido de la regla al combinar el uso de las escalas "Lo" y "Py".

3.1.- Altura y su intersección en un triángulo

Fórmulas:



$$1) m = \sqrt{a^2 - c^2 + b^2} \quad n = \sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$$

con las escalas "Py" como en 2.3

$$2) p = \frac{m}{2a} \cdot m \quad q = \frac{n}{2a} \cdot n$$

con las escalas "Lo" como en 1.4

Nota: $p + q = a$, ¡posible distribución proporcional de errores!

$$h = \sqrt{b^2 - p^2} = \sqrt{c^2 - q^2}$$

con las escalas "Py" como en 2.2

$$\text{Ejemplo: } a = 46,23 \quad b = 40,37 \quad c = 37,78$$

$$m = 48,37 \quad n = 43,99 \quad \text{¡Usar la serie 0 - 50!}$$

$$p = \frac{25,30 + 1}{46,21 + 2} \left| \begin{array}{l} 25,31 \\ 20,92 \\ 46,23 = a \end{array} \right. \quad h = \frac{31,46}{31,42}$$

3.2.- Cálculo de coordenadas para puntos (y también transformación de coordenadas)

1) $s = \sqrt{(y_n - y_1)^2 + (x_n - x_1)^2}$ con las escalas "Py"

2)
$$\left. \begin{aligned} o &= \frac{y_n - y_1}{s} & a &= \frac{x_n - x_1}{s} \end{aligned} \right\} \text{ Con las escalas "Lo"}$$

3) $\Delta y = o \cdot \Delta s \quad \Delta x = a \cdot \Delta s$

En la fórmula 3, el cursor se queda en o o en a respectivamente durante todo el cálculo.

Nota: $[\Delta y] = y_n - y_1 \quad [\Delta x] = x_n - x_1$

Teóricamente el error acumulado debe distribuirse proporcionalmente al cuadrado de las diferencias de coordenadas. Pero siempre será tan pequeño que se puede hacer la distribución sin ningún cálculo especial.

3.3.- Error medio

$$\mu = \sqrt{\frac{[v^2]}{n - v}}$$

Calcular primero $w = \sqrt{[v^2]}$ con las escalas "Py" como en 2.4. Entonces

$\mu = \frac{w}{\sqrt{n - v}}$ con las escalas "Lo". $n - v$ es siempre un entero inferior a 20.

Para facilitar el uso frecuente de las raíces de estos números, hacer una tabla y pegarla en el reverso del instrumento.

3.4.- Medidas en polígonos y superficies por coordenadas

Los cambios de coordenadas se calculan con las escalas "Lo", donde los valores de los ángulos se pueden obtener de una tabla de cuatro dígitos. Pero será más sencillo usar las escalas "Py" cuando no se requiera un cálculo tan preciso de $s = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$.

Otras aplicaciones de la práctica topográfica, tal como el trazado de curvas, el cálculo de áreas, compensaciones o distribución de errores no necesitan una explicación particular. Una de las principales ventajas de la regla de cálculo es el trabajo de campo puede verse reducido substancialmente por medio del control fiable y rápido de los triángulos rectángulos.

En el reverso del instrumento se dan errores para medidas de longitud y algunas fórmulas de uso común. Si la información específica para el topógrafo ferroviario no fuera necesaria, entonces en su lugar se pueden pegar otras notas propias. Las 8 escalas para mapas en los laterales podrán ser de gran ayuda y al menos simplificarán la manipulación de instrumentos en el trabajo de campo.

En cuanto a la precisión se puede decir lo siguiente: a partir de una serie de ensayos de cálculo se ha encontrado que el error promedio de la estimación lineal es de $\pm 0,063$ mm, lo cual se puede aplicar a todas las partes de las escalas. Esto significa que para las escalas "Lo" el error del valor de un cálculo con 2 argumentos es de $\pm 0,4\%$ de la lectura, y para las escalas "Py" va desde $\pm 0,5\%$ (en el peor punto: 10,0 de la serie 0 - 25) hasta $\pm 0,1\%$. Para hipotenusas entre 100,0 y 125,0 el cálculo puede mejorarse notablemente si se doblan los catetos, leyéndose entonces el resultado entre 200 y 250 de la serie 0 - 25, el cual será entonces dividido por dos. El error medio se reduce así al rango de $\pm 0,15\%$ a $\pm 0,10\%$.

Con todo esto, la utilidad del instrumento debería quedar demostrada, y sus ventajas se pueden resumir como sigue:

- 1) Manejo igual que las reglas de cálculo corrientes de 25 cm.
- 2) Precisión que es suficiente para la completa práctica geodésica.
- 3) Velocidad y fiabilidad de los cálculos.
- 4) Versatilidad de uso, especialmente por medio de las tablas y fórmulas en el reverso, y de las 8 escalas para mapas.
- 5) Uso simple, con ambos sistemas compartiendo las mismas reglas.

Saarbrücken, Febrero de 1925,

Seifert

Figura 1

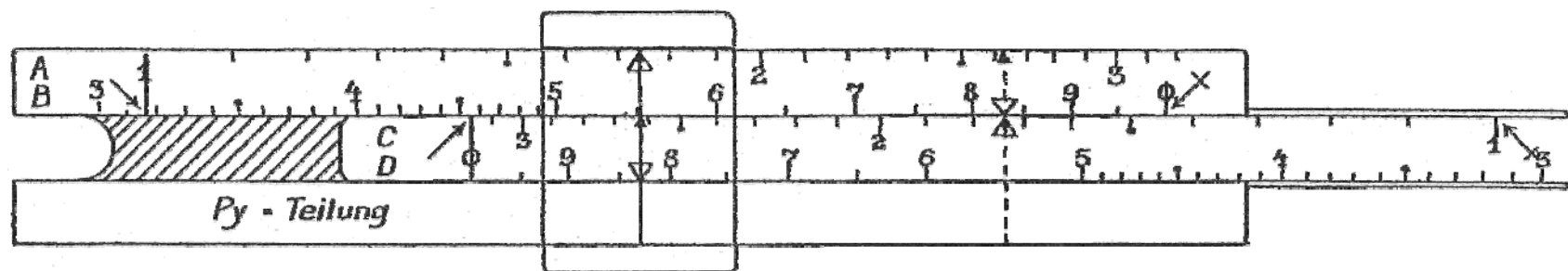


Figura 2

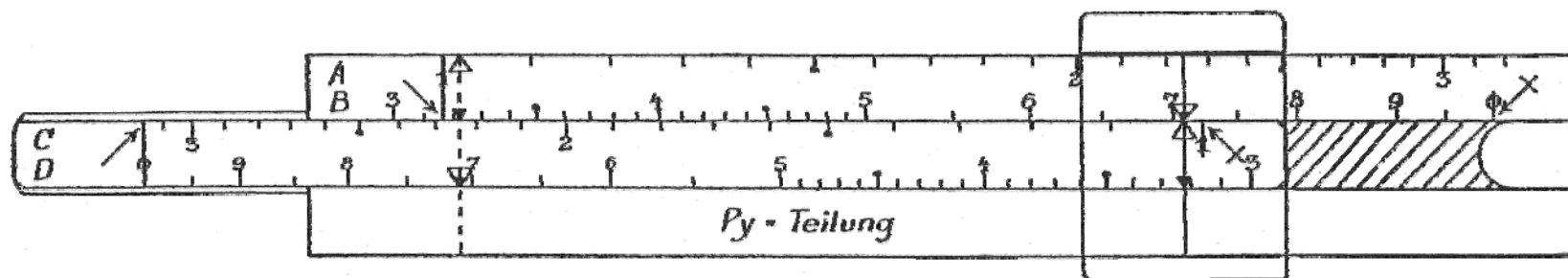


Figura 3

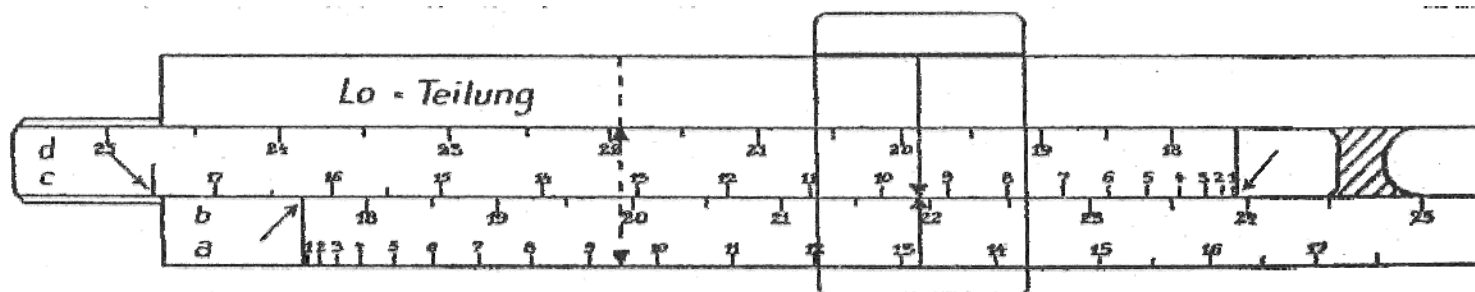


Figura 4

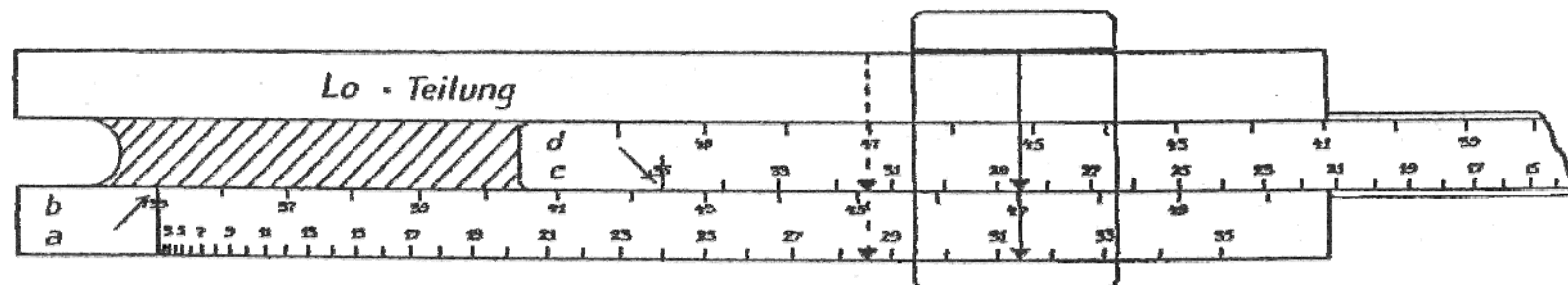


Figura 5

